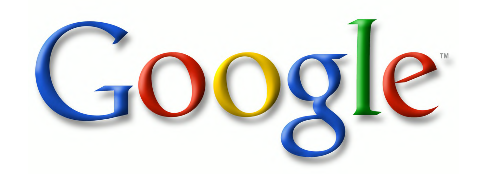






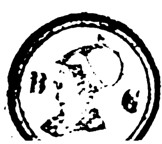
HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

ANNÉE MDCCLVI.



A BERLIN.

CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLVIII.



Permis d'imprimer.

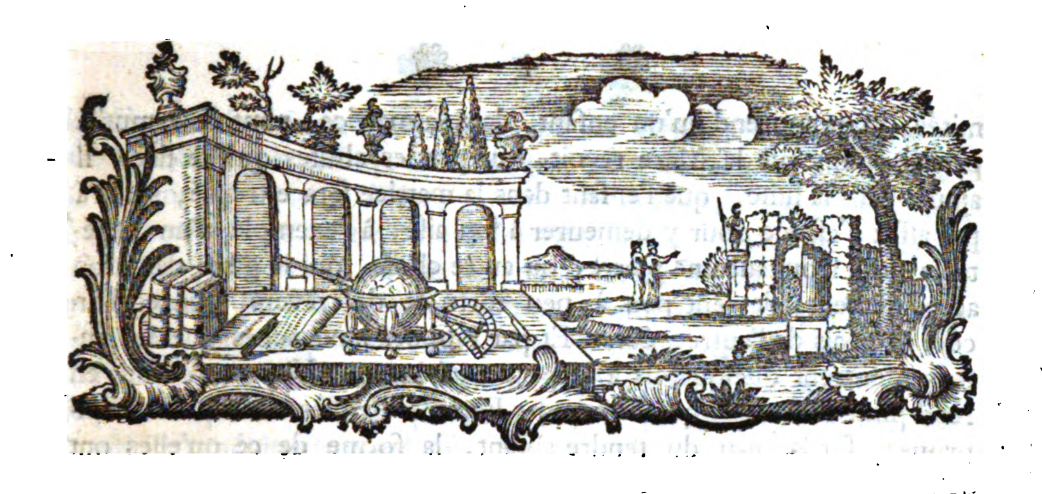
P. L. Moreau de Maupertuis.

Président.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

* * *



RECHERCHES
SUR LA FORCE DE L'IMAGINATION DES FEMMES ENCEINTES SUR LE FOETUS, À L'OCCASION D'UN CHIEN MONSTRUEUX.

PAR M. ELLER.

Les taches, les difformités, & quelquefois la ſtructure monſtrueuſe des enfans nouvellement nés, ſont des choſes trop connuës pour qu'on en puiſſe douter. Les Phyſiciens, & ſurtout les Medecins de tout temps, ſe ſont fatigués, & chacun ſelon la portée de ſes lumieres ou de ſes préjugés, à déveloper l'origine, ou les véritables cauſes de ces défauts. *Hippocrate* déjà, (*) tâchant de rendre raiſon de ces diffor-

(*) Libr. *de Genitura*, art. 8. & 9.

mités, nous apprend qu'un enfant, dans la matrice, peut être mutilé par les coups que la Mère reçoit, ou par les chûtes qu'elle fait. Il ajoute dans la suite, que l'enfant dans la matrice sera estropié, s'il n'a pas assez d'espace pour y demeurer à son aise, à l'exemple d'un végétable, qui trouvant une pierre, ou autre chose, qui le gêne dans son accroissement, devient peu à peu tortu & de travers, mince d'un côté & épais de l'autre, &c. Et par rapport aux taches que les enfans montrent quelquefois à la peau extérieure, *Hippocrate* nous en rend pour raison ; * que l'envie des Femmes grosses est capable d'imprimer, sur la peau du tendre enfant, la forme de ce qu'elles ont desiré.

* Libr. *de Superfœtat.*

Il est fort probable, que les Physiciens dans la suite ont pris de ce dernier passage d'*Hippocrate*, l'occasion d'accuser la force de l'imagination d'une femme enceinte, comme la cause unique & suffisante de toutes les taches & difformités avec lesquelles les enfans nouvellement nés viennent souvent au monde. Cette opinion a tellement prévalu, surtout dans les deux derniers Siecles, que personne n'osoit douter de la réalité de cette supposition. Même le peuple savant de ce tems-là se faisoit un mérite de vouloir rendre raison de ces contes & fictions fabuleuses, fondées, à ce qu'ils se persuadoient, dans la force de cette prétenduë imagination. C'est ce que nous prouvent les Ecrits de Medecins d'une réputation distinguée, comme ceux de *Hildan*, de *Fienus*, de *Horstius*, de *Thomas Bartholin*, d'*Ambroise Paré*, & d'autres encore. Et ce ne furent pas les Medecins seuls, qui adopterent cette hypothese de la difformité causée par l'imagination aux enfans pendant leur séjour dans la matrice ; les Philosophes du premier ordre encore ne refuserent pas leur suffrage pour l'affermissement de la même hypothese ; témoin le Père *Malebranche*, (*) si célébre d'ailleurs dans les découvertes de la vérité dont l'entendement humain est susceptible. Ce grand Philosophe, pour rendre raison de quelques dislocations des os des bras & des jambes, avec lesquelles un enfant nâquit en France, & dont on attribuoit le prétendu fracas à l'imprudence de la

(*) Voyez sa *Recherche de la Vérité*, Liv. II. ch. 7.

la Mère, qui avoit vu rompre les os à un Criminel pendant qu'elle étoit grosse de cet enfant, il s'explique de cette façon : „ Les enfans „ voyent ce que leurs Mères voyent, ils entendent les mêmes cris, „ ils reçoivent les mêmes impressions des objets, & ils sont agités des „ mêmes passions . . . Tous les coups qu'on donna à ce misérable, „ frapperent avec force l'imagination de cette mère, & par une espe- „ ce de contrecoup le cerveau tendre & délicat de son enfant. Les „ fibres du cerveau de cette femme furent étrangement ébranlées, & „ peut-être rompuës en quelques endroits par le cours violent des „ esprits produit à la vuë d'une action si terrible, mais elles eurent as- „ sez de consistance pour empêcher leur bouleversement entier. Les „ fibres au contraire du cerveau de l'enfant, ne pouvant résister au tor- „ rent de ces esprits, furent entierement dissipées, & le ravage fut „ assez grand pour lui faire perdre l'esprit pour toujours. C'est là la „ raison pour laquelle il vint au monde privé de sens. „ Je crois qu'un habile Medecin, ou Chirurgien Anatomiste, auroient trouvé une toute autre cause par rapport à l'origine du mal en question, si on les avoit employés à examiner l'affaire à fond. Car, si la lésion des os avoit été telle qu'on la suppose, la forte attache des muscles, placés aux extrémités de ces os, auroit sans doute tellement fléchi & tiraillé chaque portion des os fracturés, que leur situation droite auroit été forcée à montrer autant de bosses, ou angles élevés, qu'il y avoit de fractures aux bras & aux jambes ; ce qu'on n'a pourtant pas remarqué dans le récit. Mais la recherche de ce cas, & de bien d'autres encore de la même trempe, où l'on trouve toujours une rélation peu fidele, ou défectueuse, des témoins suspects, & des juges incompétens, m'écarteroit trop de mon but ; qui est seulement d'examiner, s'il y a quelque possibilité, que dans une femme enceinte, la force de l'imagination, ébranlée par une frayeur extraordinaire, puisse estropier ou mutiler son enfant dans la matrice, changer la figure humaine en quelques endroits de son corps, lui faire croitre des pattes, des griffes, des cornes, &c. ou bien que cette femme puisse par un desir excessif, auquel elle n'a pu satisfaire, lui attacher sur la peau extérieure des em-

preintes des choses qu'elle n'a pu obtenir, comme des Cerises, des Fraises, des grappes de raisin, des Souris, des Poissons, &c.

Or, comme tous ces phénomenes, & d'autres semblables, ont été attribués à la force de l'imagination des femmes grosses, il faut examiner de près, ce que c'est qu'imaginer, & de quelle maniere cette opération de notre être pensant existe en nous. Pour peu qu'on réfléchisse là dessus, on trouve que l'imagination n'est autre chose, que cette faculté de notre Ame qui représente en nous l'image, ou les idées des objets absens, introduits auparavant par les organes de nos sens. Mais cette représentation des objets absens, ou cette imagination, doit nécessairement agir en nous par quelques moyens capables de faire une impression, ou changement, à l'endroit de notre corps où les pensées existent; & ces moyens sont sans contredit les nerfs, puisque la destruction de ces émissaires du cerveau, détruit en même tems la perception des idées qu'on appelle sensuelles, parce qu'elles nous viennent par les sens. Par conséquent la lésion du nerf optique nous ôte la perception des idées que nous recevons par la vuë; l'obstruction du nerf acoustique, celles que nous saisissons par le son, & ainsi des autres: de sorte que les nerfs, ayant fourni les idées sensuelles au cerveau, établissent ensuite cette opération de l'ame en nous, qu'on appelle imagination.

D'ailleurs, l'expérience nous apprend, que ces idées sensuelles sont capables d'exciter des passions très violentes, surtout dans le sexe, lorsqu'il se trouve en grand danger, d'un incendie par exemple, ou à la vuë d'un assassinat, à l'aspect d'un animal affreux, au récit d'un grand malheur arrivé à quelques uns de leurs proches, ou quand on se trouve subitement en danger de la vie, &c. Quelle émotion excessive dans toute la masse de sang, & quelle violente constriction spasmodique de tous les nerfs, ne voyons-nous pas arriver alors, surtout dans les femmes enceintes? Aussi les frayeurs de cette nature, dans ces sortes des personnes, ne laissent pas que d'être très nuisibles aux enfans qu'elles portent; la liaison entre la mere & le

fœtus eſt trop étroite pour qu'une agitation ſi violente ne ſe communique pas à la matrice, & y cauſe des deſordres aux parties délicates du fœtus, ſurtout dans les premiers mois de ſon accroiſſement. De là viennent quelquefois des bouleverſemens de la matrice, qui ſe montrent par de grandes pertes de ſang, & par des avortemens même; & lorsque de pareilles commotions extraordinaires du ſang & des eſprits arrivent les premiers jours, ou ſemaines, après la conception, la ſtructure délicate du petit embryon court grand riſque d'etre endommagée quant à ſa formation; c'eſt à dire que la conſtriction ſpasmodique de la matrice peut empêcher, ou mettre un tel obſtacle, ſurtout dans les extrémités du petit embryon, que telle, ou telle branche d'artère ſe trouve embarraſſée, ou bouchée, de ſorte qu'elle perde ſa fonction de pouſſer le ſang pour déveloper la partie à laquelle ſe rapporte ſa deſtination. Une telle obſtruction arrivant, par exemple, à l'artère brachiale, ou à celle du poignet, le bras ou la main trouveront obſtacle à ſe déveloper; & lorsque l'enfant viendra à ſon terme au monde, il lui manquera une portion du bras, ou du poignet, &c. & de cette maniere peuvent ſe former & naitre ce qu'on appelle *les monſtres par défaut*.

En adoptant cette théorie, il ne ſera pas plus difficile de comprendre, comment, & par quel moyen, ſe peuvent former les differentes taches, ou marques imprimées à la peau extérieure de l'enfant; car les veines comprimées dans quelques endroits du corps de l'enfant, ſoit par une poſition forcée dans la matrice, ou par une violence reçuë de dehors, ou par l'entortillement du cordon umbilical autour du cou, ou enfin par l'habillement trop ſerré de la mère, toutes ces cauſes & d'autres ſemblables, dis-je, peuvent ſans doute troubler la circulation égale, qui doit naturellement ſubſiſter entre les artères qui pouſſent le ſang du cœur aux extremités, & les veines qui le ramenent au cœur. Suppoſons donc une petite branche des veines reſſerrée par une cauſe quelconque; la branche de l'artère à laquelle cette veine répond, pouſſera le ſang qu'elle a reçu par la conſtriction

du

du cœur, également vers les branches de la veine bouchée; mais la résistance que le sang y rencontre, forcera le diamètre des petites artères laterales lymphatiques d'admettre, ou de recevoir, au lieu de la lymphe déliée & transparente, les petits globules rouges du sang; & la cause de cette dilatation des vaisseaux ayant subsisté trop longtems, les artères lymphatiques élargies se convertiront en vaisseaux sanguins, lesquels étant placés, comme on sçait, en très grand nombre en forme d'un tissu étroit sous l'épiderme transparent de la peau, ce tissu des vaisseaux sanguins y montrera nécessairement une rougeur plus ou moins forte, & plus ou moins étenduë, selon que les causes de son existence ont été plus ou moins grandes. Aussi les taches rouges formées de cette façon, & qui ont l'etenduë d'un ou de plusieurs pouces, sont appellées en Allemand, *Feuer*, ou *Mutter-Mähler*, *Nævi materni* en Latin. Les autres plus petites taches sphériques d'un rouge foncé, ou quelquefois d'un rouge pâle, ou bien un amas de ces petites taches rouges confonduës ensemble, sont des empreintes, que pendant la grossesse d'une femme, un desir manqué de Cerises, de Fraises, de grappes de Raisin &c. doit avoir dessiné sur la tendre peau des enfans, selon la dévote crédulité des femmelettes. Ensuite les taches un peu larges & élevées, & que les racines des poils dilatées & poussées ont rendu veluës, causées apparament par un sang épais & bilieux, dérivé de la mere vers la matrice, sont attribuées à l'épouvante de l'apparition d'une Souris que la mère s'imagine d'avoir chassée une fois de ses habits pendant sa grossesse. Mais qui seroit assez stupide pour ne pas découvrir ici des fictions fades, soutenues des préjugés vulgaires, que la tradition du sexe crédule a tâché de perpétuer depuis tant de générations? Aussi pour découvrir dans les taches susdites, des images de Cerises, de Fraises, de Souris, &c. il faudroit avoir l'imagination bien plus forte, que ces bonnes Meres ne l'ont eûe, lorsqu'elles ont crû barbouïller ces empreintes sur la peau de leurs enfans.

Mais, pour mettre enfin des bornes à la prétenduë imagination formatrice des taches, des fruits, & des bêtes même, que les enfans reçoi-

reçoivent quelquefois dans leur premiere demeure, il faut tomber d'accord, que l'épouvante, ou la frayeur, qu'on prend pour la source de ces sortes d'imaginations, ne peut opérer autre chose, si ce n'est de produire une altération dans la circulation du sang de la Mère, c'est à dire, de la pousser trop, ou de la trop rallentir, & de causer souvent, en même tems, une constriction spasmodique dans la matrice; circonstances, qui dépendent toutes deux d'une commotion violente des esprits des nerfs du cerveau de la Mère. La structure du corps humain, & les fonctions de ses parties, établissent cette these, & prouvent encore, que les nerfs de la Mère n'ont point de liaison avec ceux de l'enfant, puisque la connexion entre le corps de la Mère & celui de l'enfant subsiste uniquement par le moyen de l'arrière faix, qui ne tient point à la matrice par une *continuité*, mais seulement par une *contiguité* de vaisseaux, qu'on ne déchire pas lorsqu'on dégage l'arrière-faix de la matrice. On voit, que ses vaisseaux innombrables dans leurs plus petites subdivisions, sont distribués par parcelles, & tout à fait mêlés avec ceux de la matrice; dans cet ordre & cet arrangement néanmoins, que les petites veines de l'arrière-faix, à l'imitation des racines des végétaux, peuvent sucer le sang qui suinte des extrèmités des artères de la matrice, & d'un autre côté, que les petites veines de la matrice peuvent à leur tour résorber le sang que les artères du cordon umbilical de l'arrière-faix ramenent de l'enfant vers la matrice; lequel sang enfin, de retour de sa fonction nutritive, étant reçu par les veines de la matrice, rentre dans la masse du sang de la Mère.

Il n'y a donc point de *continuité*, ou d'*anastomose*, entre les vaissaux sanguins de la Mère & ceux du fœtus; & par conséquent point de circulation de sang commune à la Mère & à l'enfant: ce qui est prouvé encore par la grande différence qu'on remarque entre les battemens des artères de la Mère & de celles du fœtus, quand on a l'opportunité de tâter d'une main le pouls de la Mère, & de l'autre les pulsations des artères du cordon umbilical, qui s'avance quelquefois hors

hors de la matrice, pendant que l'enfant y reste encore. D'ailleurs les nerfs de la Mère n'ont pas la moindre connexion avec ceux du fœtus, & les dissections anatomiques les plus scrupuleuses n'ont pû jusqu'ici découvrir seulement le plus petit filament nerveux qui se rendit de la matrice dans l'arrière-faix de l'enfant. Cela prouve que le fœtus est un individu distinct de celui de sa Mère, & qui agit par ses propres nerfs, indépendamment de ceux de la Mère. Les nerfs donc, qui sont les instrumens par lesquels l'imagination de la Mère peut uniquement opérer cet effet, ou produire ce pouvoir de changer quelque chose au corps de l'enfant, n'étant capables d'y contribuer en rien, cette imagination ne sauroit avoir lieu, d'autant plus que les nerfs de la Mère, n'ayant pas la moindre connexion avec ceux du fœtus, se trouvent hors de la sphère de leur activité.

Ce que j'ai avancé jusqu'ici, prouve assez clairement, je crois, que les taches & les empreintes de diverses choses étrangeres, qui paroissent sur la peau de quelques enfans nouvellement nés, & même les *Monstres par défaut*, ne peuvent pas proceder d'une prétendue imagination de la Mère; mais qu'ils sont plutôt, selon la démonstration précédente, l'effet d'une émotion extraordinaire & très forte des esprits des nerfs, & de la masse d'un mauvais sang, occasionnés par des passions très violentes, qui arrivent souvent aux femmes enceintes.

Mais on rencontre quelquefois certains fœtus preternaturels, qui semblent demander une toute autre raison de leur existence; & ce sont principalement ces sortes d'enfans difformes, qu'on appelle *Monstres par excès*, qui font voir une ou plusieurs parties essentielles de trop à leur corps, ou bien ceux qui montrent un membre, ou partie principale, tout à fait étrangere à leur espece; comme, par exemple, la tête d'un animal attachée au tronc d'un enfant, que quelques Auteurs, comme *Hildanus*, *Thomas Bartholin*, &c. prétendent avoir vû. Ajoutons encore plusieurs autres combinaisons monstrueuses de cette nature, dont le *Dr. Turner*, Medecin Anglois, dans son traité *de*

Morbis

Morbis cutaneis, a fait une Collection importante : mais cet Auteur, à cause de sa trop grande crédulité, a été bien tourné en ridicule par le Docteur *Jaques Blondel* son Compatriote.

Quoiqu'il en soit, on a eu la satisfaction, il y a quelques mois, de voir naitre ici, à Berlin, non pas un enfant monstrueux, avec une tête empruntée d'une autre espece d'animal, mais un petit Chien mis au monde, dont la tête ne ressembloit pas mal à celle d'un Coq-d'Inde. Le Bourgeois qui a vu naitre cette petite bête monstrueuse, l'a donnée à un Chirurgien de ma connoissance, de qui je la tiens ; il lui a raconté, que la chienne mère, de la plus petite race, lorsqu'elle étoit pleine, avoit eu la coutume de se promener souvent dans la basse cour, où ce Bourgeois nourrissoit parmi sa volaille un Coq-d'Inde, le quel, ne pouvant souffrir la chienne, l'avoit toujours chassée en la becquetant, & la forçant de se retirer dans la maison. Ce bon homme a crû au reste, que la pauvre chienne, effrayée toujours de cette façon, avoit imprimé à son petit l'image des armes si redoutables de son ennemi le Coq. Après avoir examiné avec soin ce petit monstre, expiré d'abord après sa naissance, on a remarqué, que la difformité subsistoit uniquement à la tête & au col, le reste du corps & les extrémités ne montrant que la structure ordinaire d'un Chien. Pour ce qui regarde la tête monstreuse, elle étoit un peu ovale, dépourvue de la gueule & du nez, & par conséquent les machoires allongées d'un chien y manquoient entierement ; mais à leur place il se présentoit une espece de pendeloque ronde, d'une chair rougeâtre, approchante, par rapport à sa figure & à sa longueur, du couvre-bec d'un Coq-d'Inde. Le diamètre de cette excrescence charnue vers sa base, étoit de 8. à 9. lignes, mais elle étoit creuse en dedans pour recevoir & loger une espece de bec, ou plutot un crochet osseux, tout à fait solide & sans ouverture, de 4. lignes de diamètre environ, & de 12. de longueur ou d'étendue. Ce crochet ne se trouvoit point attaché à l'os frontal, mais adhérent par une espece de suture aux os des temples, à l'endroit où ces deux os se joignoient vers la base du petit crane, dans lequel, au reste, on ne trouvoit pas la

moindre marque des orbites ; de sorte que les yeux y manquoient tout à fait. On découvroit ensuite les deux oreilles à la base de la tête, où le col commence ; elles étoient entourées d'une espece de menton difforme, élevé en bourrelet, & tout parsemé de petits boutons rougeâtres, à l'imitation de ceux d'un Coq-d'Inde ; les petites oreilles de la même couleur étoient chauves, & leurs conduits perçoient les os des temples à la base du crane ; lequel enfin étoit soutenu de huit petites vertébres, au lieu de six qui composent à l'ordinaire le cou d'un chien. La premiere, qui porte le crane, étoit une fois plus large & plus épaisse que les autres.

Telle étoit la structure de cette petite tête monstrueuse, dont je joins ici la figure. Les femmes ne doivent donc pas se glorifier de posséder seules la prérogative de faire des monstres par la force de leur imagination ; nous sommes convaincus, par la rélation précédente, que les bêtes en peuvent faire autant. Mais, comme j'ai prouvé auparavant que nous ne pouvons rien imaginer que par le moyen des sens, & que les sens demandent toujours une liaison étroite entre les nerfs & le cerveau ; vû qu'il n'y a pas la moindre cohésion entre les nerfs d'un fœtus & le cerveau de sa mere, par conséquent l'imagination de la mere, quelque forte qu'elle puisse être, ne peut rien opérer ni changer au corps du fœtus, que ce que j'ai avancé auparavant. C'est pour cette raison, qu'il faut chercher d'autres causes d'un changement si frappant, qui convertit l'embryon bien formé en un *Monstre par excès*, pourvû de quelques membres de trop, ou bien, qui attache au corps d'un tel embryon des parties tout à fait étrangeres à la figure de son espece.

Pour tâcher d'éclaircir des difficultés de cet ordre, il faudroit descendre jusqu'à la source de la génération ; mais quelle obscurité ne rencontre-t-on pas dans cet abisme ? Il est bien humiliant, ce me semble, pour l'esprit humain, de ne pouvoir pénétrer, comme il faut, jusqu'à l'origine de son existence corporelle ! On a bien inventé successivement plusieurs Systêmes qui devoient éclaircir toutes ces obscuri-

curités ; (*) le plus ancien est le plus simple, & ne requiert, selon *Hippocrate*, que le mêlange des deux liqueurs seminales du mâle & de la femelle dans l'acte charnel, la portion la plus forte produisant les mâles, & la plus foible les femelles. *Aristote* (**) au contraire prétend que le sang menstruel fournit bien la matiere, mais le sperme de l'homme la forme du fœtus, & que la faculté génératrice acheve le reste. *Harvey* enfin, qui par la découverte de la circulation du sang a rendu son nom immortel, fut le premier qui entreprit une recherche exacte dans les matrices des Biches, & de plusieurs autres animaux tout récemment couverts, pour en former un nouveau Systême de génération ; mais les grands desordres causés en Angleterre par les guerres civiles sous Charles I. en empêcherent apparemment l'exécution. Dans plusieurs de ses Dissertations, (***) il ne reconnoit après la conception que des caroncules allongées dans la matrice, & ensuite un tissu formé peu à peu en petite poche, qui contient bientôt après une envelope sphérique, remplie d'une lymphe transparente avec son point vivant, (*punctum saliens,*) pour le commencement du petit fœtus, &c. Dans un autre endroit (****) il paroit rapporter tout cet appareil à la fabrique des oeufs, existants de cette façon dans le creux de la matrice après la conception.

Mais de nouvelles recherches dans l'Anatomie de ce temps-là avoient déjà découvert à chaque côté de la matrice un corps blanchâtre, parsemé de glandes, ou vesicules transparentes, qui contiennent une liqueur semblable à du blanc d'oeuf. Cette analogie avec les oiseaux fit donner à ces deux corps le nom d'ovaire. *Fallope*, fameux Medecin Italien, apercut deux tuyaux, ou trompes inférées dans la matrice, dont les extremités flottantes, & terminées en franges, peuvent embrasser l'ovaire, recevoir ces vesicules transparentes, ou ces pe-

(*) Vid. Hipp. *libr. de Genitura*, pag. 129. Edit. Lugd. Bat.
(**) *De generat. animal.* lib. I. cap. 20. &c.
(***) Vid. *Exercitat.* 66. &c. (****) *Exercitat.* 68. &c.

petits oeufs, & les transporter au fond de la matrice. *Regner de Graaf*, habile Anatomiste Hollandois, établit par des expériences ultérieures (*) ce nouveau système, prétendant avec ses Sectateurs, *Malpighi* & *Valisnieri*, qu'un tel oeuf detaché de l'ovaire contenoit dejà le petit fœtus tout formé, & que le sperme viril pendant le coït le fécondoit seulement par une exhalaison, ou esprit spermatique, qu'il nomme *aura seminalis*, contenuë dans ce liquide.

Bientôt après, deux fameux Physiciens Hollandois, *Hartsoecker & Löwenhœk*, s'aviserent d'examiner cette liqueur fecondante des mâles par de meilleurs microscopes, & ils trouverent, à leur grande surprise, une quantité prodigieuse de vermisseaux vivans, répandus toujours dans cette liqueur. A ce phènomene si frappant, on ne balança guères à prendre ces vers pour les ébauches complettes des petits animaux, de l'espece de laquelle on avoit pris & examiné le sperme. Aussi rien n'étoit plus simple, que de s'imaginer, que ces petits vers si agiles, pouvoient très facilement entrer dans la matrice, s'attacher à sa surface, y trouver leur nourriture, & leur accroissement, & sortir de là à leur terme sous la forme d'un animal complet. Voilà donc un nouveau Système de génération, mais qui fait décheoir les femelles de la prérogative de former l'embryon, & la rend aux mâles.

Cependant on pourroit demander ici; d'où vient donc aux enfans leur ressemblance à la mère, si le petit ver spermatique contenoit déjà la structure complete du fœtus? & d'ou viennent la queüe & les oreilles d'ane à la mule, si le petit poulain existe déjà tout formé dans l'ovaire de la jument? Apparement qu'on ne songeoit pas à ces sortes d'objections dans ce tems-là; on s'occupoit plutôt à mettre d'accord les contrariétés apparentes de ces deux Systèmes. Les plus sensés étoient convaincus, que la Nature ne produisant rien de superflu, l'Ovaire & les trompes de *Fallope* étoient absolument inutiles, si le système des vermisseaux spermatiques prévaloit; c'est pourquoi ils tâche-

(*) Regner de Graaf, *de Mulier. Organ.* cap. 14. &c.

tâcherent de former un *Syſtème mixte* des deux précédens, en envoyant les vers ſpermatiques à la recherche des Oeufs, ſoit dans l'ovaire, ou détachés de là dans la trompe, ou bien dans la matrice même, pour s'en emparer & pour y trouver leur premiere nourriture.

Ce dernier Syſtème, pour retourner à mon propos, paroit favoriſer la production des Monſtres nommés *par excès.* En ſuppoſant, que deux ou pluſieurs de ces petits vers prolifiques entraſſent à la fois dans la cicatricule, ou petite ouverture de l'oeuf, le plus robuſte s'y maintiendroit ſans doute; & par rapport aux autres, il pourroit arriver, que quelques unes de leur parties fuſſent détruites, & que d'autres reſtant dans leur entier ſe joigniſſent au premier, lui attachaſſent des membres ſurnumeraires; ce que nous voyons arriver aux fœtus à deux têtes, ou à deux corps, ou bien à pluſieurs bras ou jambes &c. où l'on apperçoit les reſtes d'un deuxième fœtus anéanti en partie.

Mais, ni ce ſyſtème mixte, que je viens de conſidérer, ni les précédens, ne nous prêtent aſſez de lumiere, pour que nous puiſſions comprendre l'exiſtence, ou la production d'un monſtre, qui préſente des membres, ou des parties tout à fait étrangeres à ſon individu, comme par exemple notre chien monſtreux, dont la tête tient plus de la ſtructure de celle d'un Coq-d'Inde que de celle d'un chien. Je conviens cependant, que ces ſortes des monſtres ſont extrèmement rares parmi les fœtus de la race humaine, & que la plûpart des Auteurs allégués, qui nous en parlent, ont été trompés, ou par de faux rapports, ou par la reſſemblance trop legèrement imaginée de quelques difformités des traits. Suppoſons en attendant qu'il en ait exiſté, la grande difficulté ne paroitra pas non plus levée par un autre nouveau ſyſtème de quelques Phyſiciens modernes, qui s'efforcent de prouver, qu'à l'exemple des Végétaux, tous les fœtus préexiſtens ont déjà renfermé les races paſſées, préſentes, & futures, dans leur corps, & qu'il ne faut qu'un ſimple développement pour la production ſucceſſive de tous les animaux. Cette hypotheſe, comme je l'ai dit, n'éclaircit point le cas en queſtion; & quand même on vou-

voudroit attribuer à la toute-puiſſance divine, (ſelon le ſentiment du célébre Mr. *Winslow*,) la création des fœtus monſtreux entremêlés dans ce développement ſucceſſif, on ne trouveroit pas une raiſon ſuffiſante du deſſein de notre très ſage Créateur.

Toutes ces difficultés, & bien d'autres encore, qui obſcurciſſent ſi fort la veritable origine de notre exiſtence, ont porté le ſavant Mr. *de Buffon*, (*) à publier, il y a quelques années, un ſyſtème tout nouveau ſur la génération & reproduction des animaux en général. *Anaxagore*, Philoſophe Grec de l'Ecole Jonique, lui en a fourni peut-être la premiere idée par ſon prétendu arrangement des plus petites parties corporelles, homogenes ou ſimilaires, qu'il appelle Ὁμοιομερείας, & ſur lesquelles *Plutarque*, *Ciceron* (**) & *Lucrece* (***) nous donnent quelques éclairciſſements. Mais l'idée la plus convaincante paroit lui avoir été fournie par l'illuſtre Auteur de la *Venus phyſique*, qui, à l'occaſion de ſes conjectures ſur la formation du fœtus, réfléchiſſant ſur certains rapports, diſpoſitions, ou forces dans la nature, entre les ſubſtances corporelles homogenes, lesquelles on voit ſe rapprocher, ou ſe joindre enſemble, comme pluſieurs phénomenes dans la Chymie le prouvent, fait à la fin cette demande: „ Si cette force exiſte dans la „ Nature, n'auroit-elle pas lieu dans la formation des corps des ani- „ maux? Qu'il y ait, pourſuit-il, dans chacune des ſemences des „ deux ſexes des parties deſtinées à former la tête, le cœur, les entrail- „ les, les bras, les jambes, & que ces parties ayent chacune un plus „ grand rapport d'union avec celle qui, pour la formation de l'ani- „ mal, doit être ſa voiſine, qu'avec tout autre, le fœtus ſe formera; & „ fut-il encore mille fois plus organiſé, il ſe formeroit, &c. „ Il ajoute à cela une obſervation bien convainquante pour faire valoir cette hypotheſe; ſavoir, que dans les *Monſtres par excès*, où il y a quelques membres de trop, les parties ſuperflues du mêlange ſpermatique des deux ſexes, trouvent néanmoins leur place, & s'uniſſent aux parties

(*) Voy. *Hiſtoire Naturelle* Tom. II.

(**) *Tuſcul. Queſt.* 4.

(***) *De Nat. rer.* l. 1. p. m. 830.

ties dont l'union étoit déjà suffisante. Ainsi un doigt de trop ne trouvera d'autre place qu'à la main ou au pied; un bras superflu s'attachera toujours placé à côté de la premiere, sur les vertébres du col; ce que notre savant Académicien, & très habile Anatomiste, Mr. *Meckel*, qui a eu l'occasion de se procurer un tel Monstre, il y a quelques semaines, va montrer à l'Assemblée.

Un Philosophe donc, tel que Mr. *de Buffon*, qui tâche toujours d'approfondir les véritables causes physiques par des expériences constatées, s'est attaché à examiner de nouveau cette liqueur prolifique qui doit fournir le commencement corporel à tous les animaux; ses expériences réiterées avec les meilleurs Microscopes, lui ont montré les prétendus vers spermatiques, tels que *Leewenhæck* les a vûs, & dépeints: il a été plus loin, & a découvert le premier, avec l'assistance de son amy, le célébre Naturaliste Mr. *Needham*, des petits corps mouvans, tout à fait semblables à ceux des mâles, dans les prétendus oeufs, ou vesicules lymphatiques de l'ovaire de toutes sortes de femelles, dans le tems de leur chaleur. Ne s'arrêtant pas là, il a trouvé encore à sa grande surprise, les mêmes corps agissans & mobiles dans les infusions des semences des végétaux, surtout dans les amandes. Même les morceaux de viande infusés, & bien préservés de toute communication avec l'air extérieur, lui ont fait voir par le Microscope, nombre de ces molecules en mouvement; & ayant enfin remarqué que l'agitation de ces petits corps étoit presque toujours uniforme, & point arbitraire, dans tous ces différens liquides spermatiques, qui restent mobiles à une chaleur bouillante, il n'a pu les prendre davantage pour des vermisseaux, mais il les regarde comme les premiers élémens, ou principes corporels de tous les animaux & végétaux en général, & leur a imposé le nom de *molecules, ou parties organiques mouvantes & agissantes*, qui servent également à la nutrition & à la reproduction de ces Etres. L'illustre Auteur paroit entendre ici par l'organisation, cette méchanique dont se sert la Nature pour modéler les élémens de la matiere, non seulement par rapport à leur figure extérieure, mais aussi pour la forme

C

forme intérieure appropriée à chaque espece des animaux ; ce qu'il nomme, *passer par le moule-intérieur.* Il ajoute enfin, que la reproduction, ou la génération des animaux, se faisoit par la réunion réciproque de ces molecules organiques des deux sexes, renvoyées de chaque partie du corps dans un réservoir commun, qui sont les testicules & les ovaires. Après la conception, ou le mêlange des deux liqueurs seminales, continuë Mr. *de Buffon*, l'assimilation, ou l'établissement local des parties, se fait selon les loix d'affinité qui sont entre les différentes parties, & qui déterminent les molécules organiques à se placer comme elles l'étoient dans les individus qui les ont fournies ; en sorte que les molecules qui proviennent de la tête, & qui doivent la former, ne peuvent, en vertu de ces loix, se placer ailleurs, & ainsi des autres, &c.

Voilà en racourci le nouveau systême organique de Mr. *de Buffon* sur la génération des animaux ; systême qui détruit les précédens, & montre leur insuffisance, mais qui d'un autre côté me paroit propre à expliquer en quelque maniere l'existence des *Monstres à membres etrangers.* Il faut remarquer préalablement que Mr. *de Buffon*, dans ses recherches infatigables sur les élémens organiques, les a découverts même dans le jus de la viande rôtie : par conséquent ils paroissent inaltérables à ce degré de feu ; moins encore peut-il leur arriver une altération destructive par la chaleur & par l'action de l'estomac, lorsque ces parties organiques, spécifiées auparavant dans le sperme d'un animal, entrent dans le corps d'une autre espece d'animaux, & qu'elles sont portées par la circulation du sang vers la matrice dans le tems que la conception se fait. Elles peuvent donc facilement s'introduire dans le mêlange seminal, & coopérer un changement dans quelques parties de l'embryon. C'est aussi ce qui a pû arriver à la chienne mère de notre monstre, soit qu'elle ait léché vers le tems de son accouplement de la semence répanduë par hazard du Coq-d'Inde, ou qu'elle ait avalé quelque chose d'un Oeuf cassé & fecondé auparavant par ce Coq, &c.

D'ail.

D'ailleurs, s'il est permis d'ajouter encore une réflexion hazardée, en prenant ces parties organiques de Mr. *de Buffon* dans la semence pour les vrais élémens corporels des animaux, ne pourra-t-on pas supposer, qu'il est possible, que ces molecules organiques, que la tête, par exemple, ou quelque autre partie fournit, dans la composition du sperme, fussent, par une impression violente, modélées à la façon, ou d'après la figure de cet objet effrayant, lorsque l'idée en reste longtems présente à l'esprit, & que ces molecules organiques, moulées de cette façon étrangere, se trouvent déja mêlées avec les autres parties seminales dans les reservoirs spermatiques d'une femelle avant l'impregnation ? Ne pourront-elles pas, dis-je, opérer ce changement à la tête, ou à quelque autre partie du fœtus futur, lorsque la conception arrive bientôt après, comme nous le voyons dans notre chien monstreux ? Et ce seroit sans doute un autre effet de la force de l'imagination d'une mere, non pas sur le fœtus, mais sur les molecules organiques que la mère fournit, pour le composer pendant la conception. Mais je n'oserois donner ceci pour des vérités constatées, sachant que, dans les choses où la certitude ne souffre pas une démonstration achevée, il faut se contenter de la vraisemblance.



CON-

CONTINUATION DES PREUVES FONDÉES SUR DES EXPÉRIENCES EXACTES, QUI FONT VOIR QU'IL SE TROUVE DE LA TERRE DANS L'EAU DISTILLÉE LA PLUS PURE,

PAR M. MARGGRAF.

I.

Dans le §. XII. du Mémoire contenant des recherches ſur l'eau, que j'ai eu l'honneur de préſenter à l'Académie Royale, & qui a été imprimé dans le Tome VII. de ſes Mémoires, j'ai rapporté de quelle maniere, par des diſtillations réitérées, j'avois tiré de l'eau diſtillée la plus pure une terre, dont *Borrichius* a déjà fait mention dans ſon Traité *de Hermetis & Ægyptiorum ſapientia*, ſans rien dire pourtant de poſitif au ſujet de ſes propriétés. Mais, comme d'un côté je n'ai pas eu un médiocre intérêt à me procurer une connoiſſance exactement déterminée de cette terre, & que de l'autre divers Phyſiciens paroiſſent la révoquer en doute, ou bien que *Boerhaave* & d'autres veulent la déduire d'une cauſe toute particuliere; ce ſujet m'a paru ſi important, que j'ai crû devoir en recommencer l'examen tout à neuf, pour mettre la choſe à l'abri de tout doute. Sans avoir donc deſſein de mettre des bornes aux travaux, ou de preſcrire des régles aux opinions, d'autres grands hommes qui s'occupent des mêmes recherches, je me propoſe ſeulement de rapporter dans le meilleur ordre qu'il me ſera poſſible, & de ſoumettre au jugement de ceux qui peuvent en décider, les Expériences ſur ce ſujet, que j'ai faites & réitérées avec la derniere exactitude.

II. Mais, avant que d'entrer dans ce détail, il me paroit néceſſaire de prévenir d'abord quelques doutes, qui pourroient ſe préſenter,

ter; & pour cet effet d'exposer avant toutes choses la maniere que j'ai suivie en procédant à la distillation de l'eau dont je me suis servi pour mes Expériences, afin d'en avoir qui fût exactement pure. Dans le Mémoire que j'ai déjà cité, §. 5. je rapporte que j'avois employé pour mes Expériences de l'eau de neige, ou de pluye, la plus pure que l'on puisse ramasser, après l'avoir seulement distillée une fois, pour découvrir la terre qui se trouvoit renfermée dans cette eau distillée. Mais, comme je conçus moi-même quelque soupçon, que dans une semblable eau, qui n'avoit été distillée qu'une fois par la retorte, il pouvoit fort bien s'être élevé par cette distillation quelque partie déliée d'une terre qui n'appartint point à l'eau, & à laquelle on dût attribuer celle qui demeuroit de cette eau après la distillation; j'ai pris de la même eau de neige ou de pluye, rassemblée de la maniere la plus pure, & distillée une fois, & je l'ai encore distillée six autres fois, en ajoutant encore la précaution de la distiller lentement, en prenant à chaque fois une retorte neuve, bien rincée auparavant avec de l'eau distillée, avec un récipient exactement net & bien adapté, toutes les jointures étant bouchées d'une maniere qui ne permettoit l'introduction d'aucune matiere étrangere, pas même de la menuë poussiere qui flotte dans l'air. Et afin que dans cette eau distillée six fois, il ne reste rien qui puisse encore fonder le reproche de quelque terre subreptice, j'ai pris un grand alembic de verre contenant environ quatre quartes, avec un chapiteau fondu ensemble, au haut duquel il y avoit un tuyau avec un bouchon de verre poli, fort bien ajusté au trou du tuyau mentionné, & propre pour pouvoir verser de tems en tems de cette eau distillée; & j'ai encore fait six distillations au bain-marie, dans un récipient fortement adapté, ayant soin toutes les fois que j'avois versé de la liqueur de refermer exactement le bouchon du tuyau, & prenant aussi toutes les précautions imaginables pendant que je versois l'eau, pour empêcher qu'il ne s'y introduisit aucune poussiere de l'air. Mais, comme dans une chaleur aussi tempérée que l'est celle du bain-marie, l'eau ne sçauroit parvenir jusqu'à bouillir, il ne pouvoit plus rester aucun soupçon que, dans une distillation faite aussi doucement, il se fut encore élevé

 quel-

quelque espece de terre étrangere qui n'appartînt pas à l'eau. Cependant j'y ai remarqué que, dans ce degré de chaleur, tout modéré qu'il est, il s'attachoit toujours quelque chose, quoiqu'en très petite quantité, d'une matiere terrestre, surtout aux côtés de l'alembic, où l'eau s'étoit élevée, d'où cela retomboit ensuite en gouttes. Tout cela étant fait, j'ai conservé dans des vaisseaux de verre soigneusement bouchés, de cette eau ainsi purifiée par treize distillations, & je l'ai employée dans les Expériences dont je vais rendre compte.

III. *Boerhaave*, & quelques autres, étant dans l'idée que la terre qui reste après la distillation de l'eau, même la plus pure, doit uniquement son origine à la poussiere qui voltige toujours dans un Laboratoire chymique, ou même à celle qu'on voit flotter en l'air & dans les rayons du Soleil, j'ai déjà écarté cette supposition dans le §. XII. du Mémoire cité au §. I. de celui-ci, & j'ai montré que la chose ne pouvoit avoir lieu; à quoi j'ajoûte encore, que quand une semblable poussière pourroit s'insinuer, lorsqu'on ôte le récipient, on la verroit, quelque subtile qu'elle pût être, surnager au dessus de l'eau, où elle seroit sensible, vû sa couleur noire ou grise, & en même tems elle seroit combustible. Que si au contraire on lui attribuë de la pesanteur, il faudroit qu'elle se posât au fonds dans l'eau nette, & que par là elle devînt sensible encore avant la distillation. La terre qu'on tire de l'eau, devroit aussi avoir toutes les fois une apparence différente, suivant la nature de la poussiere répanduë dans l'air, qui n'est, ni ne peut jamais être la même, vû la différence des tems & des lieux où l'opération se fait. Mais comme dans le §. ci-dessus cité j'ai décrit la terre qu'on tire de l'eau, comme une terre blanche, & qui le devient toujours davantage à chaque distillation, l'idée que je combats acheve de tomber d'elle-même. Il n'y a personne qui ne pût se délivrer de ce doute d'une maniere fort simple, en posant seulement un plat de verre, dans un endroit où il demeurât tranquille, & en examinant au bout d'un certain tems, avec le secours des meilleurs Microscopes, la poussiere qui s'y seroit attachée, pour la comparer avec

notre

notre terre tirée de l'eau, & ensuite les examiner toutes deux soigneusement. Je suis persuadé que tout observateur attentif, impartial, & exact dans ses Expériences, appercevroit la différence sans aucune difficulté. Mais, quelque jugement qu'il en portât, je m'assure que les Expériences suivantes, que j'ai faites avec le plus haut degré d'attention & d'exactitude, frayeront suffisamment la route à une connoissance plus approfondie, & à une certitude plus complette sur ce sujet.

IV. Je pris une retorte de verre neuve, contenant environ six onces, rincée auparavant avec le plus grand soin & à plusieurs reprises, avec l'eau très pure & souvent distillée que j'ai décrite. A cette retorte tenoit un récipient de la même matiere, fondu avec elle, & qui avoit un petit tuyau par lequel l'eau pouvoit être versée. Je séchai auparavant ce vaisseau le mieux qu'il me fut possible, & l'ayant posé bien exactement, j'y versai une once de mon eau distillée très pure, en la regardant auparavant avec toute l'attention possible; & elle étoit nette & claire comme un crystal. Je fermai ensuite l'ouverture du tuyau avec un bouchon de verre, & je pris outre cela un soin particulier de la préserver de l'introduction de l'air. Je mis alors mon vaisseau dans le sable, & je distillai à une chaleur bouillante, de façon que l'eau contenue dans la retorte la debordât jusqu'à environ 1 ou ½ dragme; après quoi je laissai le tout refroidir peu à peu, & j'observai que l'eau demeurée dans la retorte étoit un peu trouble. Je fis ensuite rentrer par inversion dans la retorte l'eau qui pendant la distillation avoit débordé le récipient, je la distillai encore une fois de la maniere précédente, & je répétai cela une trentaine de fois tout de suite, pendant quoi j'observai qu'à chaque distillation, quoiqu'il ne put s'y être introduit aucune sorte de poussière, mon eau très pure devenoit toujours plus trouble, de façon qu'à la fin elle n'avoit presque plus de transparence; & la poussière blanche brillante qui se trouvoit au fond, décéloit bien distinctement la terre qui s'en étoit séparée. J'aurois poussé ce travail encore plus loin, s'il ne s'étoit fait un [illegible] de mon vaisseau par

par accident une petite fente, quoiqu'à peu près imperceptible; ce qui ne me permit pas d'aller plus loin.

V. Là dessus je versai par le tuyau ouvert du récipient l'eau qui y étoit encore demeurée; je séparai le plus délicatement qu'il étoit possible le fonds de la retorte d'avec la partie supérieure, je couvris le tout au mieux, & le fis sécher à la chaleur du fourneau. Ensuite je pesai tout encore une fois, & je trouvai le poids plutôt augmenté que diminué. Après cela je séparai avec beaucoup de précaution la terre attachée au ventre de la retorte, qui étoit visible, & pouvoit être apperçuë même sans Microscope, laquelle je trouvai parfaitement semblable à celle qui a été décrite dans le §. 1. du Mémoire ci-dessus cité. Quant au verre sur lequel elle s'étoit posée, je ne le trouvai, ni exfolié, ni rongé, ni inégal; mais il étoit uni partout, ressemblant parfaitement à un verre tout neuf & net. Et quoique je misse en oeuvre les meilleurs Microscopes, dont on ne sçauroit souvent se passer dans des cas douteux, je ne pus rien du tout découvrir qui indiquât l'exfoliation ou l'arrosion du verre; mais, comment cela auroit-il été possible, puisqu'après chaque distillation je laissois parfaitement réfroidir le vaisseau, avant que d'en verser l'eau dans la retorte. Car véritablement le caillou qu'on a exposé au plus grand degré de chaleur, & ensuite jetté tout à coup dans l'eau froide, comme aussi le verre, & d'autres matieres semblables, quand on les traite de cette maniere, ne sçauroient être allégués ici en preuve, quand même quelcun voudroit en faire usage. Ainsi il paroit clairement par cette Expérience, que ni la poussiere répanduë dans l'air, ni celle qui se manifeste aux rayons du Soleil, & qui est la même, non plus que l'exfoliation ou l'arrosion du verre, n'entrent ici pour rien dans cette terre séparée de l'eau distillée la plus pure. Je ne vois pas d'ailleurs comment quelque chose d'aussi innocent que de l'eau bien nette pourroit ronger le verre dans lequel elle bout, d'autant plus que j'ai d'autres verres & retortes de la même fabrique, où ces vaisseaux de retorte ont été faits, & précisément du même verre, dans lesquels je conserve déjà depuis dix ans de l'Esprit de sel, qui est autrement si nuisible aux mauvais verres,

comme

comme aussi d'autres Esprits acides, tant concentrés que non concentrés, sans avoir jamais remarqué la moindre exfoliation, arrosion, ou autre destruction de mes verres. Comment les pauvres Chymistes se tireroient-ils d'affaire, & que pourroient-ils employer qui fut à l'abri du soupçon, s'ils n'avoient aucuns vaisseaux solides, qui fussent exempts de l'arrosion des corps qu'ils y traitent? Sans contredit les instrumens, ou vaisseaux, faits de terre, quand même ce seroit de la porcelaine, sont beaucoup plus suspects, comme l'expérience m'en a instruit. Et quel est celui qui, voulant travailler avec propreté, ira choisir des vaisseaux de métal préférablement aux vaisseaux de verre? Ceux qu'on pourroit faire d'or pur, ou de l'argent le plus fin, feroient trop rares, & même trop incommodes; & tous les autres pour lesquels on employeroit le reste des métaux, ne conviendroient point à des ouvrages qui exigent la plus grande netteté, parce que ces métaux s'altérent & se détruisent aisément.

VI. Avant que d'aller plus loin dans le récit des Expériences que j'ai faites pour parvenir à la certitude, au sujet de la terre qui existe dans l'eau distillée la plus pure, & qu'on peut en séparer, j'estime nécessaire de rapporter encore une circonstance particuliere, qu'il est d'une extrême importance d'observer dans ce travail, sçavoir quand on veut tirer la terre de l'eau; c'est que pendant la distillation il faut entretenir continuellement l'eau que la retorte contient, dans une forte coction. On trouvera que par ce moyen il se sépare toutes les fois plus de terre de l'eau, que quand la distillation se fait lentement & à petit feu. Dans cette vue, pour obtenir une quantité de cette terre pour mes recherches, j'ai pris six quartes de mon eau distillée treize fois, & les ayant mises dans une retorte exactement nettoyée, à laquelle étoit adapté un récipient aussi des plus nets, & toutes les ouvertures étant auparavant bien bouchées, j'ai fait distiller cette eau au moyen d'une coupelle de sable, par la coction la plus véhémente, jusqu'à ce qu'il en soit resté environ six onces dans la retorte; après quoi j'ai laissé bien réfroidir le vaisseau, j'y ai versé de nouveau l'eau qui avoit distil-

distillé par dessus, j'ai bouché au mieux les fentes du récipient adapté, j'ai recommencé la distillation de la maniere précédente, & l'ai répétée jusqu'à quarante fois; mais j'ai trouvé que, plus je continuois ce travail avec une forte coction, plus il se séparoit de parties de terre de cette eau, laquelle devenoit toujours plus trouble: & de cette maniere j'obtins à la fin autant de cette terre séparée de l'eau distillée la plus pure, qu'il m'en faloit pour toutes mes recherches, dont je vais parler tout à l'heure. Une chose qui doit encore être particulierement remarquée ici, c'est que cette vapeur qui s'éleve de la retorte, & s'attache au cou du récipient, est une terre, qui ne différe absolument en rien de la terre qui se sépare de l'eau; & le verre auquel cette vapeur s'attache, n'en devient pas plus inégal: il conserve toujours son poli, tout comme le fonds de la retorte dont il a été parlé dans le §. précédent, de sorte qu'on ne sçauroit penser ici à aucune exfoliation du verre. Outre cela on doit encore remarquer comme quelque chose de tout à fait particulier, que plus souvent une semblable eau est distillée, & plus l'opération devient difficile, surtout à la fin, quand une partie de la liqueur a débordé; car alors le reste, en comparaison de toute autre eau, demande un degré de feu très véhément.

VII. J'ai aussi essayé d'employer la chaleur du Soleil pour séparer cette terre de l'eau qui la contient. Pour cet effet j'ai pris seize onces de mon eau distillée pure, je les ai versées dans une tasse de verre net, que j'ai placée dans une autre tasse plus grande, couvrant le tout d'une cloche de verre; j'ai bouché les fentes, avec le plus grand soin pour empêcher la poussiere de s'y insinuer: & ayant exposé le tout à la chaleur du Soleil, pendant le cours de l'Eté de cette année, dont la chaleur excessive me venoit fort à propos, après que l'eau a été entierement évaporée de la tasse de verre, j'ai eu la satisfaction de trouver sur cette tasse la terre séparée de l'eau de la maniere la plus distincte.

VIII. Enfin j'ai aussi tenté si je ne pourrois point venir à bout de séparer cette terre de l'eau la plus pure, sans employer la chaleur

du

du feu, ni le secours du Soleil, mais en me bornant à lui donner une agitation continuelle. Dans ce dessein je pris un verre neuf, net, & bien rincé avec de l'eau susdite; ce vaisseau avoit un cou étroit, afin qu'on pût le bien boucher. J'y versai douze onces de cette eau très pure, je fermai l'ouverture avec un bouchon le mieux qu'il me fut possible, je le recouvris d'une vessie, je trempai le col dans de la poix chaude, j'enveloppai le verre d'un papier épais, je le mis dans une petite boëte étroite de bois, que je pouvais visser, de façon que le verre n'y pouvoit point du tout vaciller; je vissai très exactement la boëte, je la mis encore dans un sac de toile qui s'y ajustoit parfaitement, & j'attachai fortement ce paquet à une grande roue de nos Moulins d'ici, où je le laissai tourner pendant trois semaines. Mais l'ayant ouvert ensuite, je trouvai l'eau renfermée dans le verre encore nette & claire, sans le moindre changement; de sorte qu'on ne peut se promettre de rien effectuer par le moyen de ce mouvement.

IX. Cela ne me rebuta pourtant pas d'employer encore un mouvement d'une espèce différente sur notre eau, pour voir s'il n'en résulteroit rien qui pût convenir à mon but. *Boerhaave* raconte, dans ses essais sur le vif-argent, que ce corps si fluide, après avoir été soigneusement purifié, lorsqu'on l'attache ensuite au pilon d'un moulin à foulon, par le mouvement continuel qu'il y éprouve, dépose à la fin une quantité de poussiere noire. Tout Chymiste qui a jamais traité le Mercure, en lui imprimant un mouvement de secousse, doute aussi peu de ce fait, que de ce qui arrive au Mercure, lorsqu'en lui faisant essuyer une forte digestion il dépose une poussière rouge. J'ai donc voulu soumettre à une semblable Expérience mon eau distillée. J'en ai versé deux onces dans un verre haut de dix pouces, & large d'un & demi à deux environ, lequel étoit fermé en haut par un bouchon de verre bien poli qui s'ajustoit exactement. Ayant donc posé ce bouchon, je fis secouër continuellement le vase par un homme, qui le faisoit aller sans cesse de haut en bas & de bas en haut. Ce mouvement ayant été continué huit jours, je remarquai du changement

 dans

dans mon eau, sçavoir qu'elle n'étoit plus aussi claire, mais qu'elle étoit devenuë plus trouble; surquoi ayant fait encore durer ce mouvement huit autres jours, l'eau devint effectivement encore plus trouble, & je pouvois aussi, surtout quand je la regardois au Soleil, y voir distinctement les particules terrestres séparées, déliées, & brillantes, qui flottoient dans l'eau. C'en fut assez cette fois-là pour me convaincre que ces particules peuvent aussi être séparées de l'eau, sans chaleur extérieure ni distillation, quoiqu'en beaucoup moindre quantité. Mais quand, comme je l'ai fait ensuite, on employe quelquefois le secours d'une chaleur modérée, cette séparation s'effectuë encore plutôt; & on peut en même tems remarquer très distinctement au verre, où les gouttes excitées par la chaleur sont montées, & d'où ensuite elles retombent, que c'est une terre séparée de l'eau qui s'y est attachée.

X. A' présent je vais plus loin, & je passe aux Expériences que j'ai faites sur cette terre séparée de l'eau. Je pris donc de la terre recueillie de la matiere susdite de notre eau distillée premierement sept fois, & ensuite encore six fois au bain-marie; laquelle terre paroissoit blanche & brillante, & en même tems d'une extrême legêreté; j'en pris, dis-je, quatre grains, & les mis dans un petit têt; je mis ensuite dans un autre têt semblable autant de grains de verre pilés tout fin; je plaçai l'un & l'autre sous une mouffle ardente dans un fourneau d'épreuve; j'ouvris toutes les portes, je remplis tout de charbon, & je donnai un feu aussi fort qu'on peut le donner dans un fourneau d'épreuve. Ce feu ayant duré une heure, je trouvai après le réfroidissement, que ma terre séparée de l'eau ne s'étoit pas fonduë à ce degré de feu; mais qu'au contraire le verre pilé contenu dans l'autre têt s'étoit mis dans une entiere fusion. La terre séparée de l'eau, à cause de quelques parties humides qui s'y trouvoient encore, parce qu'une terre aussi legére ne sçauroit se dessécher parfaitement à une chaleur douce, cette terre, dis-je, avoit perdu quelque chose de son poids, mais d'ailleurs, quant à la couleur & aux autres apparences, il n'y étoit

ar-

arrivé aucun changement, & elle avoit toujours entierement l'air d'un terre cruë & non calcinée. Au contraire quatre grains de cette terre, dans un creuset couvert & luté, à un feu de fusion longtems continué, s'étoient fonduës mais pas comme du verre, mais plutôt comme une masse d'un jaune grisâtre, qui s'étoit affaissée ensemble, & par conséquent fonduë en quelque façon ; ce qui arrive souvent à un feu très violent, surtout dans les terres composées : mais cela ne prouve point du tout que cette terre ait été produite du verre.

XI. Outre cela je pris dix grains de cette terre tirée de l'eau blanche & legere ; je versai dessus une bonne quantité d'acide nitreux, de façon que ma terre entrât dans une forte effervescence avec cet acide, & qu'une bonne partie fut même mise en solution. Je fis la décantation de ce qui avoit été dissous, & versai sur ce qui restoit encore plus d'acide nitreux ; puis je fis digérer ce mixte, afin d'en tirer de cette maniere tout ce qui étoit soluble. Là dessus je filtrai le mixte, & je l'édulcorai le mieux qu'il me fut possible avec de l'eau distillée la plus pure chaude ; finalement je fis sécher cette terre au mieux, puis je la pesai, & je trouvai son poids diminué de la moitié. Cette terre n'entroit plus en effervescence avec les acides ; mais elle étoit pourtant encore brillante & legère. Je la mis dans un creuset à fondre bien luté, au feu de fusion le plus violent, pendant plusieurs heures ; mais après le réfroidissement je ne trouvai aucun changement, bien moins encore aucune fusion, quoiqu'auparavant, tant que la terre soluble dans les acides s'y trouvoit encore, elle se fut en quelque façon fonduë à un feu de cette force.

XII. Je divisai la solution filtrée dans le §. précédent en deux parties. J'en mêlai l'une avec de l'acide vitriolique, & j'obtins par là un précipité selenitique réel. Je mêlai l'autre moitié avee de la solution de sel de tartre, ce qui donna un précipité blanchâtre, tirant un peu sur le rougeâtre, qui après l'édulcoration & le dessêchement se legitima pour être à tous égards une vraye terre calcaire. Je pris

 aussi

aussi de la terre qui étoit restée dans le filtre, & qui n'étoit, ni soluble avec les acides, ni fusible par elle-même au feu; j'en mêlai deux parties avec une partie du sel de tartre le plus pur, je mis ce mêlange dans un creuset, que je couvris d'un autre, en les lutant bien, j'exposai ensuite le creuset à un violent feu de fusion; après quoi l'ayant laissé refroidir & cassér, je trouvai cette terre changée en un verre clair.

Je me bornerai ici pour cette fois dans l'exposition de ce qui concerne la terre qu'on peut tirer de l'eau la plus pure. Si avec le tems je parviens à faire de nouvelles découvertes, je ne manquerai pas d'en faire un rapport convenable.



OBSERVATIONS SUR LES MALADIES DU COEUR,

PAR M. MECKEL. (*)

Traduit du Latin.

SECTION II.

De l'inflammation du cœur & du pericarde.

Il ne faut pas confondre avec cette adhérence du péricarde au cœur, une autre espece de maladie, qui souvent, dans un très court espace de tems, se forme par l'obstruction inflammatoire des plus petits vaisseaux, & suivant la véhémence du mal, tantôt tuë subitement, tantôt donne la mort d'une maniere plus lente.

OBSERVATION IX.

Une jeune homme robuste, de 22 ans, sentoit des douleurs aiguës dans la région du cœur, & des angoisses, qui ne lui permettoient pas de vaquer à ses travaux accoûtumés. La fievre survint, qui étoit accompagnée d'un pouls dur & fréquent. Les saignées reïtérées, non plus que les remedes résolvens, ne lui apporterent presque aucun soulagement, parce qu'étant d'une basse condition il avoit souffert ses douleurs pendant quinze jours, avant que d'entrer à l'Hôpital, qu'il ne demanda que lorsque la violence du mal l'y contraignit. Le mal parut alors se relâcher un peu, mais les angoisses ne tarderent pas à se renouveller, & furent toujours en croissant jusqu'à ce que le sixième jour de son entrée à l'Hôpital, & le vintième de la maladie, il mourut en se plaignant toujours de douleurs poignantes à la région du cœur.

Dis-

(*) Voyez le commencement Tom. XI. p. 56. & suiv.

Dissection Anatomique.

Ayant entrepris la dissection de ce cadavre, je ne trouvai aucune lésion dans les viscères de l'abdomen ; leur structure étoit au contraire dans l'intégrité la plus parfaite. Mais ayant ouvert le thorax, le péricarde enflammé fit voir ses petits vaisseaux tout gonflés de sang. Quant aux poûmons, ils étoient dans un état assez naturel, excepté que leurs vaisseaux étoient trop remplis de sang, ce qui en augmentoit le poids spécifique. En ouvrant le péricarde, je trouvai en dedans un pus épais & jaune, qui causoit quelque adhérence du péricarde au cœur, qu'on pouvoit néanmoins séparer avec assez de facilité. Mais tout autour du cœur il y avoit une croute épaisse qu'on avoit plus de peine à en détacher que du péricarde. Celui-ci étoit aussi enflammé en dedans, mais le cœur l'étoit beaucoup davantage ; & quand le pus eut été enlevé, la stagnation fit paroitre sa surface inflammatoire, rouge, rongée, & dépouillée de sa tunique extérieure, comme est la peau lorsque l'inflammation & la suppuration l'ont écorchée. Outre ce pus épais il n'y avoit point d'autre fluide semblable à la liqueur naturelle du péricarde. Je soupçonnois que la suppuration avoit endommagé la substance musculeuse du cœur ; de sorte qu'ayant enlevé avec circonspection la croute de matiere du cœur, je me préparois à découvrir les fibres musculaires, mais je les trouvai encore couvertes d'une graisse assez abondante, sous laquelle elles étoient cachées : cependant la tunique extérieure du cœur n'étoit pas étenduë sur cette graisse, dont à cause de cela la surface étoit inégale ; & à la place de cette tunique les vaisseaux enflammés, & comme enduits de pus, avoient formé un réseau rougeâtre. Les oreillettes se trouverent aussi dans le même état. Ayant donc enlevé la graisse des fibres du cœur partout, je trouvai qu'elles étoient pâles jusqu'à la cavité intérieure des ventricules, sans la moindre inflammation, ni aucune trace de pus ; de sorte que leur structure étoit plutôt lâche que roide & dans un état de contraction.

Expli-



Explication Physiologique.

Il y a longtems que j'ai regardé comme suspectes les observations de ceux qui prétendent, & ont rapporté dans leurs Ecrits, qu'on trouve une véritable inflammation & suppuration du cœur dans toute la substance musculeuse de ses ventricules. Car cette substance étant agitée par un mouvement continuel, est moins exposée à des inflammations mortelles, parce que son mouvement même facilite un flux & reflux plus libre par ses propres vaisseaux ; & en même tems le sang est pressé trop fortement par les vaisseaux coronaires situés dans le voisinage du cœur, pour qu'une stagnation inflammatoire puisse avoir aisément lieu dans le muscle même. Il est plus facile que les fibres du cœur se relâchent en un point, quand le sang tend cet endroit jusqu'à le rompre, ce qui est suivi de la destruction & de la suppuration des fibres déchirées; d'où peut naître une consomption lente du cœur, ou même quelque abscès, dont on a des exemples prouvés par les observations d'Auteurs très dignes de foi. Or la raison & l'expérience dictent, que quand le cœur est attaqué d'inflammation dans sa substance musculeuse, il faut que son mouvement s'arrête dans un fort court espace de tems, puisqu'on sçait à n'en pouvoir douter, que d'autres muscles moins sensibles que le cœur, dès que l'inflammation s'y est mise, deviennent inhabiles au mouvement. On peut au contraire soutenir plus longtems quelque inflammation à la surface du cœur, qui ne réside que dans les envelopes de ce muscle. Car les vaisseaux extrémement tendres de la membrane extérieure, par quelque cause qu'ils soyent obstrués, donnent lieu d'abord à l'inflammation, parce que la liqueur qui sert à arroser venant à manquer, la surface du cœur se desséche, & étant continuellement frottée par le péricarde, il est de toute nécessité qu'elle s'enflamme. De là naît dans la membrane sensible tenduë une douleur qui sollicite le cœur à un mouvement irrégulier & trop fort, mais qui ne se communique pas si aisément à la substance musculeuse même, parce qu'il y a encore entre deux une substance celluleuse grasse qui la défend. Ainsi les fibres trop irritées par un mouvement excessif pâlissent & se relâchent, jusqu'à ce que l'in-

l'inflammation ayant pénétré à une trop grande profondeur, le mouvement du cœur cesse. Plus donc la quantité de graisse est grande dans la celluleuse qui environne le cœur, & plus l'on peut soutenir ce mal & les progrès de la suppuration, avant que le mouvement du cœur soit arrêté ; & pendant ce tems-là il rassemble insensiblement une plus grande abondance de pus dans le péricarde, à cause que la celluleuse remplie de graisse, & plus lâche, favorise beaucoup sa séparation & l'amas qui en résulte. C'est pourquoi, dans d'autres personnes mortes de la même maladie inflammatoire du cœur, le péricarde se trouve plus rempli de pus, comme vont nous l'enseigner les Observations suivantes.

OBSERVATION X.

En soumettant à la dissection le corps d'un homme vigoureux & réplet, qui étoit mort à l'âge de cinquante ans, comme j'examinois les viscères du thorax, je trouvai le péricarde couvert extérieurement de quantité de graisse, & ses vaisseaux gonflés par une abondance de sang. Les poûmons, dans un état parfaitement naturel, n'avoient qu'une legère adhérence au péricarde, & n'en avoient nulle part au reste de la surface de la pleure, qui avoit sa liberté naturelle & entiere.

Le péricarde entre les poûmons, à cause de l'expansion que le pus lui donnoit, (car il contenoit trois livres d'un plus blanc & liquide,) avoit une grandeur double de celle qui lui est naturelle. L'ayant ouvert je trouvai toute sa surface intérieure couverte d'une croûte blanche, purulente, tenace, & presque membraneuse ; laquelle ayant été enlevée, les petits vaisseaux de la lame intérieure du péricarde se montrerent tout à fait remplis d'un sang rouge, & ils étoient fermement attachés à la croute purulente. Cette inflammation à la base du péricarde, jusqu'à l'endroit où il est adhérent au diaphragme, étoit si grande qu'on n'appercevoit presque pas un seul petit point qui ne fut enflammé.

Après

Après la séparation de cette lame intérieure du péricarde, on apperçut des fibres blanches, resplendissantes, fermes, & beaucoup plus dures & plus fortes, que n'ont coûtume de l'être naturellement les fibres extérieures du péricarde ; elles formoient la membrane du péricarde, ou sa lame extérieure, de l'épaisseur d'une demi ligne. Parmi ces fibres se trouvoient entrelassés des vaisseaux gonflés de beaucoup de sang, qui se terminoient en petits rameaux très abondans vers la surface intérieure du péricarde, & que leur rougeur rendoit tous aussi visibles que s'ils avoient été remplis d'une injection colorée.

La graisse qui environnoit extérieurement le péricarde de tous côtés, plus ferme & plus dure que de coûtume, avoit plus de huit lignes d'épaisseur ; & par enhaut vers les grands vaisseaux, où cette graisse étoit attachée à l'aorte & à l'artère pulmonale, elle avoit acquis une dureté presque squirreuse, avec une épaisseur de six lignes, & elle étoit teinte partout de vaisseaux d'une extrême rougeur.

Le cœur même, après l'ouverture du péricarde & l'effusion du pus liquide, étoit environné partout d'une croûte de pus blanc, épais, sans aucune mauvaise odeur, mais qui avoit bonne apparence, de l'épaisseur de quatre lignes. Cette croûte ayant été séparée, il se manifesta encore une autre couche de pus plus tenace, fortement adhérent à le substance même du cœur & aux grands vaisseaux. Cette croûte purulente étoit fort épaisse vers les grands vaisseaux, à la base & à la pointe du cœur, ayant quatre lignes, & étant assez compacte pour qu'on pût en former de petits dés.

Sous cette croûte purulente, on voyoit en quelques endroits les petits faisceaux musculeux du cœur qui se présentoient à mud, & dans ces endroits la surface du cœur étoit raboteuse & inégale, sa membrane propre extérieure, que la suppuration y avoit rongée, y manquant entierement ; de sorte que dans ces endroits le pus adhérent extérieurement aux fibres musculeuses, avoit pénétré au dedans d'elles, & qu'on appercevoit leurs interstices qui étoient blancs, à cause du pus contenu

 dans

dans la celluleuſe. Mais à la baſe du cœur, & vers le cours des vaiſſeaux coronaires, auſſi bien qu'autour de la pointe, il y avoit une graiſſe nuë, que des vaiſſeaux enflammés rendoient extrèmement rouge; & cela n'avoit lieu nulle part avec plus de force qu'à la pointe & au grand bord aigu du cœur. A' la ſortie de l'artère pulmonale hors du ventricule intérieur, cette artère étoit garnie d'une calloſité très dure, avec ſa membrane muſculeuſe qui y étoit adhérente; cette matiere celluleuſe étoit continuë au pus qui l'environnoit, ayant l'épaiſſeur & la longueur d'un pouce, avec un cercle trés rouge tout autour. Les oreillettes étoient enduites d'une très grande quantité de pus fort épais & les vaiſſeaux enflammés donnoient ſurtout une très grande rougeur à la droite, qui étoit conſidérablement dilatée, au lieu que la gauche étoit flasque & plus pâle. Les troncs des vaiſſeaux coronaires étoient vuides, & il ne diſtilloit des veines que très peu de ſang tout à fait fluide; mais leurs petits rameaux diſperſés par la graiſſe du cœur étoient entièrement gonflés de ſang.

Les ventricules du cœur ayant été ouverts, le gauche ne parut pas enflammée dans ſa ſubſtance muſculeuſe, mais ſes fibres muſculeuſes étoient aſſez naturelles, quoiqu'un peu trop pâles. La cavité interne étoit pareillement dans un état naturel, ne contenant presque point de ſang, à la reſerve d'une très petite quantité qui formoit dans la partie la plus baſſe une coagulation rouge, entremêlée de points blancs. Les valvules de l'orifice veineux étoient très gonflées au dedans du ventricule, à cauſe d'une coagulation denſe qui rempliſſoit le ſinus pulmonal, & ne s'en écouloit pas.

Le ventricule droit du cœur avec l'oreillette étoit plein d'un ſang polypeux, de ſorte que la coagulation deſcendoit partout entre les bras, & il y avoit autant de rameaux, ou de racines de cette coagulation, qu'il y avoit de foſſes entre les faiſceaux, ou les bras. La même coagulation continuoit depuis le ventricule jusqu'à l'artère pulmonaire, qu'elle avoit remplie au delà des deux tiers de ſa dimenſion naturelle. Une matiere blanche ſe trouvoit répanduë partout parmi ce ſang coagulé;

gulé; mais à ſon centre, dans le ventricule antérieur, étoit caché un corps blanc, ſemblable à une portion de celluleuſe condenſée, ou à des fibres muſculeuſes renduës blanches en les lavant. Ce corps qui continuoit jusques dans l'oreillette droite, occupoit le centre de la coagulation très denſe dont nous avons parlé; mais dans l'artère pulmonalé, une ſemblable matiere blanche environnoit la coagulation rouge. De plus, toutes les veines dans le corps, qui ſe terminoient avec celles-ci dans la veine cave, étoient tellement remplies de la plus denſe coagulation noire, qu'on auroit dit que l'art les avoit toutes injectées d'une matiere céreuſe. A' cette coagulation noire étoient mêlées partout des rayes blanches avec des points de même, tout à falt ſemblables à du pus. Mais cette coagulation étoit ſi épaiſſe, qu'en diſſéquant quelque rameau veineux elle y demeuroit arrêtée ſans s'en écouler. Le ſang étoit moins denſe, & en beaucoup moindre quantité, dans les veines pulmonales. De même une ſi grande abondance de ſang coagulé noir, entremêlée non de points, mais de fibres blanches, & tout à fait denſe, tenoit les veines du foye qui ramenent le ſang à la veine cave, dans une telle expanſion, qu'elle repréſentoient diſtinctement ce tronc ſéparé de la veine cave avec tous les rameaux hépatiques. Au contraire, dans les rameaux des veines portes, il y avoit un ſang mince, très fluide, & qui s'écouloit auſſi-tôt tout entier de chaque rameau, dès qu'on l'avoit coupé. La même choſe arrivoit dans la ratte. Cependant, parmi ce ſang qui s'écouloit des veines portes, on voyoit nager en abondance des fibrilles minces, blanches & brunes.

L'aorte avec ſes rameaux étoit vuide; ſes petits rameaux n'étoient remplis d'aucun ſang coagulé, & il n'y avoit qu'une très petite quantité de ſang, d'une extrême fluidité, qui en dégouttoit en les coupant.

Explication phyſiologique.

Comme il ſe trouve pluſieurs choſes dans cette Obſervation, qui ſervent à faire connoitre, tant la maniere dont l'inflammation du

cœur arrive, que les effets qui en résultent, & qui peuvent servir en même tems à donner une explication physiologique de la diverse nature du sang dans les différens vaisseaux du corps, cela mérite bien que nous entrions ici dans un détail exact.

1. Nous avions vû dans la premiere Observation ce qui est confirmé par celle-ci, & le sera encore par les suivantes; c'est que l'inflammation du cœur prend ses commencemens dans les plus petits vaisseaux de la tunique extérieure, & de la celluleuse du cœur remplie de graisse, & que c'est de là qu'elle continuë à s'étendre. En effet il peut naître très aisément, dans les plus petits vaisseaux qui se trouvent ici dispersés, & placés hors de la pression musculaire, une stagnation de sang qui tende à la suppuration, lorsque la liqueur arrêtée dans les vaisseaux obstrués refuse de se résoudre, de sorte que, par un effet de la force des vaisseaux qui pressent, cette partie corrompuë se convertit finalement en pus. De là vient que la membrane extérieure est rongée & détruite. Avec cela ce qui augmente considérablement la quantité du pus, c'est la multitude des vaisseaux exhalans, qui étant rongés versent par leurs ouvertures dilatées la liqueur du péricarde dans une abondance plus grande que naturellement, & en même tems les liquides plus épais, se convertissant insensiblement en pus, s'écoulent aussi. Comme la liqueur du péricarde est d'une nature coagulable, de là se forme une croûte inflammatoire, semblable à un cuir, que le tems peut rendre calleuse & de la plus grande tenacité, lorsqu'une forte compression la condense davantage. Le pus acre résorbé par la stagnation, passe du sac du péricarde qui en est tout rempli, pour entrer dans le sang; & comme il est déjà d'une consistance immuable, il le salit partout de fibrilles & de taches blanches, telles que la dissection en montre de dispersées, dans tous les canaux qui servent à porter le sang. La celluleuse grasse qui environne le cœur, favorise la suppuration; c'est pourquoi toutes les Observations ont enseigné jusqu'à présent, que le cœur ne souffroit cette suppuration, après l'inflammation & la collection du pus dans le sac, que lorsqu'il étoit fort entouré de

de graisse. Et même cette inflammation & cette suppuration ne pénétrent pas dans la substance musculeuse du cœur ; car elles causent la mort avant que de pouvoir y parvenir. Mais notre Observation montre aussi que, tandis que la substance musculeuse étoit pâle, & n'avoit presque point d'inflammation, la celluleuse & la surface du cœur étoient d'une extréme rougeur. Enfin, le cœur trouve dans son propre mouvement un remède aux obstructions inflammatoires, en chassant le sang par les veines, de sorte qu'à son arrivée par les artères il n'éprouve aucune résistance ; & cette force s'augmente par la continuelle irritation du cœur, qui naît de l'inflammation & de l'âcreté du pus, ce muscle si sensible se contractant d'autant plus fortement, que ses fibres sont tiraillées par une plus grande irritation. Voilà pourquoi les rameaux dispersés par les fibres musculeuses étoient vuides, tandis que ceux de la celleuse extérieure se trouvoient gonflés de sang. Cela fait voir que l'inflammation ne s'empare pas des fibres musculeuses mêmes du cœur, qui seroit inévitablement suivie de la roideur & de la cessation subite du mouvement du cœur ; mais, avant que cela puisse arriver, la résistance au mouvemenr s'augmente d'une maniere qui termine la vie. Car une plus forte action du cœur irrité condense davantage le sang, le presse avec plus de force dans les vaisseaux artériels ; d'où, par une action plus forte que les artères déployent pour surmonter la réaction & la résistance, tandis que leurs troncs sont irrités par l'inflammation, & tous les autres rameaux par la résorption d'un pus acre, le sang poussé dans les plus petits rameaux se condense davantage, les parties les plus fluides sont chassées & dissipées en s'exhalant, & le reste s'épaissit en un sang rouge & dense. Cela fait que tout le sang porté dans les rameaux de l'aorte, entre rapidement dans les veines, où s'étant accumulé il se bouche à lui-même le passage. De là vient cette quantité si grande de sang épais dans les rameaux de la veine cave, & dans le côté droit du cœur, aussi bien que l'entiere évacuation de l'aorte avec ses rameaux. La force de l'artère pulmonale, qui n'est pas égale à celle de l'aorte, mais beaucoup plus foible, empêche que le sang ne puisse être délayé, atténué, & cir-

circuler dans les poûmons. Etant donc chaſſé du ventricule droit dans l'artére, il n'y ſçauroit entrer à cauſe de ſon épaiſſeur ; & la foible contraction de l'artère fait ſeulement paſſer la partie la plus fluide dans les veines & dans le ventricule poſtérieur. Celui-ci plus fortement contracté par l'irritation, évacue par ſa force le liquide reçu dans les artères qui le preſſe ; & les artères en font autant. Mais l'irritabilité étant augmentée par l'inflammation, le ventricule ſe contracte ſpasmodiquement, trop tôt, & avant que l'évacuation entiere du ſinus pulmonal s'y ſoit faite ; d'où il arrive que ce qui reſte dans les veines pulmonales s'y coagule, la partie la plus fluide en étant chaſſée. C'eſt là la raiſon pourquoi le ſinus des veines pulmonales ſe remplit, & les valvules de l'orifice veineux du ventricule gauche ſe gonflent. Néanmoins le ſang dans la veine cave étoit plus fluide que celui-ci, à cauſe de ſon paſſage par les plus petits vaiſſeaux du poûmon, qui avoit été interdit à un ſang plus épais. Ainſi le ſang immobile dans le ventricule droit du cœur, étoit auſſi-tôt devenu plus épais, ſa partie fluide ayant été chaſſée par la contraction, tandis que la partie denſe demeuroit. De là ces anxiétés, & ces ſymptômes d'une reſpiration embarraſſée, dans ceux qui ſont attaqués d'une inflammation du cœur, ce qui rend ce mal fort difficile à diſtinguer de l'inflammation des poûmons ; quoique les Obſervations prouvent que la premiere de ces inflammations n'entraine pas l'autre, & que le cœur peut être dans cet état ſans aucune léſion des poûmons.

Cette Obſervation nous met en même tems très bien au fait de la nature du ſang de la veine porte. En conſidérant les vaiſſeaux, la ſituation & la diſpoſition de la ratte, on voit que ce ſang eſt plus fluide, moins coagulable, & plus réſolu, & que c'eſt en cela que conſiſte l'uſage de la ratte par rapport au foye. Mais nous parvenons à la conviction de la vérité de cette opinion, lorſque le reſte du ſang veineux étant coagulé par tout dans le corps, nous le trouvons entierement fluide dans la ratte & dans la veine porte, de façon qu'il y a des rameaux de la veine cave continus au foye, & que le ſang coagulé étant réſolu, les rameaux

neaux de la veine porte ne sont remplis que d'un sang délié. Que le sang se soit dissous en passant par la ratte, c'est ce que montrent les coagulations noires des fibres, ou des rayes, & la présence du pus dans le sang aqueux, aussi bien que l'entiere dissolution du sang dans les vaisseaux de la ratte. Cet arrangement a pour but, que ce sang mêlé à celui qui est plus coagulable, & qui vient des intestins, prévienne la coagulation, en délayant le sang épais qui reflue des intestins, & dont nous trouvons encore des fibres qui nagent par-ci par là dans le sang délayé de la veine porte. Enfin cette Observation rend tout à fait certaine la résorption du pus dans le sang, & sa nature immuable, puisque, nonobstant la circulation, & l'action des vaisseaux la plus forte, on l'a vû, dans le cas que nous avons rapporté, mêlé & répandu par tout le sang sans aucune altération.

OBSERVATION XI.

Un vieillard de soixante quatre ans, assez robuste pour son âge, mais qui avoit fait de grands excès de vin pendant sa vie, se plaignit de la même maniere quelques jours avant sa mort d'angoisses, sans aucun autre symptôme. On lui trouva le péricarde rempli de deux livres de pus blanc, & le cœur tout entier avec les oreillettes couvert d'une croûte purulente & tenace, de deux lignes d'épaisseur. Sous cette croûte la surface du cœur étoit écorchée & enflammée, mais je le trouvai environné partout d'une graisse que l'inflammation rendoit rouge. Le cœur même étoit pâle dans sa substance musculeuse, ayant ses cavités remplies d'un sang dense, à la reserve du ventricule postérieur, qui contenoit une petite quantité de sang polypeux blanc.

OBSERVATION XII.

En disséquant un jeune homme de 26 ans, robuste, extrèmement gras & réplet, mort subitement sans aucune douleur précédente, & qui peu de jours après sa mort étoit dans une grande putréfaction, je trouvai le péricarde abondamment rempli de pus blanc, & le cœur

 mê-

même écorché par la suppuration, & entouré de beaucoup de graisse molle dans un état d'inflammation. La substance musculeuse des deux ventricules étoit tout à fait relâchée, & dénuée de sang. Dans les veines le sang étoit dissous, mais l'aorte contenoit une coagulation blanche & polypeuse, semblable à un cuir.

Explication physiologique.

Ici l'action augmentée du cœur & des vaisseaux sur le sang, qui dans un jeune homme est plus fluide, avoit déjà causé par un trop grand frottement une dissolution putrédineuse ; & de là vient qu'il n'avoit pas pû se coaguler dans les veines. Mais il paroit que le cœur trop irrité empêchoit par sa constriction, plus forte qu'elle ne l'est naturellement, l'évacuation assez complette du sang hors du sinus pulmonal, d'où naissoit la résistance au sang qui circule par les poûmons, & l'impulsion irréguliere dans l'artère pulmonale, qui est la cause des angoisses dont ce mal est accompagné. Or toutes les Observations enseignent, que la substance musculeuse du cœnr ne s'enflamme point, lors même que les intégumens qui l'entourent, & que la substance celluleuse, viennent à être détruits par l'inflammation & la suppuration. Au moins n'ai-je pû encore observer aucune véritable suppuration, ni universelle, ni particuliere, du cœur même dans sa substance, quoiqu'on puisse bien se faire l'idée d'une semblable destruction lente, qui commenceroit par les parties intérieures.

Mais ce qui paroit incroyable, c'est que le tuyau entier du canal artériel, que le cours du sang lave continuellement, puisse s'ulcérer à sa surface intérieure, & devenir une cause de mort. C'est cependant ce dont l'Observation suivante mettra la vérité hors de toute contestation.

OBSERVATION XIII.

J'ai disséqué pendant l'hyver de 1753. le cadavre d'un Vieillard sexagénaire, robuste & replet. Ayant ouvert le péricarde, pour dé-

démontrer la situation & la structure du cœur, je trouvai celui-ci garni de beaucoup de graisse, naturellement libre dans le péricarde, & vigoureux. De même au dedans, les ventricules, dont les parois étoient dans toute leur intégrité & leur force, avoient leur tunique tout à fait unie qui les envelopoit. Les orifices tant veineux qu'artériels des ventricules n'étoient endommagés par aucune lésion, toutes leurs valvules avoient l'étenduë naturelle ; la membrane intérieure étoit polie comme elle doit l'être, & il ne manquoit absolument rien à la structure des valvules. Mais ayant ouvert l'aorte, je la trouvai, à un pouce de distance de ses valvules semilunaires, dans le reste de son cours jusqu'aux artères iliaques, toute ulcérée, extrèmement inégale & déchirée. Les cavités étoient remplies partout de pus blanc, entre lesquelles étoient des parties non cohérentes de la tunique nerveuse, qui flottoient librement. En examinant donc plus attentivement l'état de ces choses, il me parut que la tunique nerveuse, ou interne, toute entiere, qui est naturellement très déliée dans l'aorte, avoit été détruite par voye d'exulcération, n'en étant resté dans leur entier que quelques petits morceaux çà & là, qui pendoient dans la cavité du canal, & derrière lesquels le pus étoit caché. Ces petits morceaux mêmes, & la tunique nerveuse plus épaisse, adhérente encore en quelques endroits, avoient été rendus tuberculeux ; mais il n'y avoit nulle part dans toute l'étenduë de l'aorte, une matiere endurcie, calculeuse ou osseuse, comme on a coûtume de l'appeller. En écartant le pus, on vit de petits floccons celluleux, parmi lesquels le pus s'étoit attaché, & les fibres musculaires de l'aorte à nud. Mais aucune lésion ne s'offrit à la vuë dans ces fibres musculaires. La plus grande destruction de la membrane nerveuse avoit lieu dans cette surface de l'aorte courbée en arc, qui est directement opposée à l'axe de son orifice. Dans toute cette partie du cylindre, la membrane nerveuse avoit été entièrement ulcérée, & on n'y en voyoit plus aucun vestige. C'est cet endroit là que le torrent du sang chassé du ventricule arrose continuellement ; c'est pourquoi l'on ne doit pas s'étonner que la plus grande destruction soit arrivée dans cet endroit. De là elle s'est étenduë dans cette convexité

F 2 su-

ſuprème de l'arc de l'aorte, d'où ſortent les artères ſouclavieres & carotides, dont les embouchures qui s'ouvrent dans l'aorte étoient tellement rongées tout autour par la ſuppuration, qu'un ſinus étoit continuellement contigu à l'autre; mais dans les artères mêmes, la membrane nerveuſe qui revêt leur canal ſe trouvoit ſans aucune léſion. La ſurface inférieure oppoſée à la convexité de l'arc de l'aorte, avoit la tunique nerveuſe adhérente, quoique plus épaiſſe qu'elle ne doit l'être, & ſoulevée par le pus renfermé dans la celluleuſe. Mais enſuite, là où l'arc de l'aorte ſe fléchit vers le bas, après que la ſouclaviere gauche en eſt ſortie, & où le ſang qui s'étoit porté à la partie antérieure de l'arc, ſe réfléchir, & va frapper de nouveau l'aorte, le cercle de l'aorte ſe trouva de nouveau détruit dans toute ſa ſurface intérieure, & ſa membrane nerveuſe intérieure ulcérée. Cette dilacération s'étendoit la longueur d'un pouce & demi jusqu'à la deſcente de l'aorte. Dans ſa partie deſcendante, on trouvoit çà & là de petits morceaux de la membrane nerveuſe encore attachés; cependant le pus répandu dans la celluleuſe, l'élevoit partout en puſtules. Mais à la ſurface du cylindre de l'aorte qui eſt en dehors, & que le ſang réfléchi de l'arc preſſe avec plus de force, l'exulcération & la deſtruction de la membrane étoit plus grande qu'à la partie poſtérieure. De là venoit qu'à la diviſion de l'aorte dans les iliaques, l'exulcération & la ſuppuration s'étoient faites avec un peu moins de force, y ayant de petits morceaux entiers qui étoient demeurés attachés de place en place à la membrane nerveuſe, jusqu'à ce que, dans les artères iliaques mêmes, la ſurface de cette membrane nerveuſe ſe montroit de nouveau dans ſon état naturel & polie.

Surpris d'un mal auſſi inouï, j'aurois fort ſouhaité de ſçavoir quels étoient les ſymptômes qui avoient précédé pendant le cours de la vie. Mais le défunt étoit du nombre de ces miſérables, dont la mort efface toute mémoire. Il avoit vécu tout ſeul dans une extrème pauvreté, & étoit décédé ſans qu'on s'en apperçût. Je ne pus donc découvrir rien autre choſe, ſinon qu'il s'étoit ſouvent plaint d'une forte douleur au

au dos & au thorax. Il eſt difficile de concevoir comment cette maladie a pû durer ſi longtems, & s'augmenter à un tel point, ſans ôter les forces néceſſaires à la conſervation de la vie. On auroit du moins une peine infinie à expliquer comment la ſuppuration a pu avoir lieu, vû le mouvement très rapide du ſang chaſſé par les artères ; pourquoi les petites parcelles des endroits détruits de l'artère, entraînées dans le cours du ſang, n'ont, ni cauſé une obſtruction mortelle dans les plus petits vaiſſeaux, ni arrêté dans peu le paſſage libre du ſang ; enfin ce qui a empêché qu'il ne ſe ſoit fait, ni rupture, ni anevrisme, dans une ſi grande deſtruction de l'artère. On n'eſt pas moins embarraſſé à déterminer la cauſe de ce mal. La ſtructure robuſte du cœur fait bien voir, qu'il a chaſſé le ſang avec une grande force dans l'aorte ; mais, à moins que la membrane ſi polie de l'artère n'ait changé auparavant tout à fait de nature par l'obſtruction & l'éroſion des plus petits vaiſſeaux, on ne ſçauroit rendre raiſon de cette deſtruction, ni par la force du ſang, ni par l'acrimonie des fluides. En ſuppoſant au contraire que l'inflammation de la membrane interne de l'aorte & ſa ſuppuration ont précédé, il eſt aſſez manifeſte comment le ſang pouſſé par un mouvement de la plus grande vélocité contre une membrane déjà lâche & endommagée, a achevé de la rompre & de la détruire. Le fort de cette deſtruction a donc dû ſe faire dans l'endroit contre lequel le ſang frappe le plus violement, & par conſéquent dans cette partie de l'arc de l'aorte, qui eſt directement oppoſée à l'orifice artériel du cœur, & enſuite dans celle qui eſt le plus expoſée à l'action du ſang réflêchi : & tout ce qui a été rapporté ci-deſſus confirme pleinement ces idées. C'eſt pourtant toujours une choſe ſurprenante, qu'on n'ait pu trouver dans l'aorte, ni dans les cavités de ſes rameaux, aucun veſtige de la tunique lacérée, de ſorte qu'elle ſemble avoir été réduite en particules dant la diſſolution a été ſi grande, qu'elles ont pû paſſer dans les veines en ſe mêlant intimement au ſang.

OBSERVATION XIV.

Sur une dilatation anévrismatique du cœur.

Un homme d'environ soixante ans, attaqué de l'hydropisie entre cuir & chair, dite *anasarca*, étant mort, à l'ouverture du thorax, l'aorte parut environnée d'une grande quantité de celluleuse d'une dureté considérable, & fortement attachée aux sacs de la pleure. Le péricarde étoit aussi adhérent partout, & avec une extrême force, à la surface du cœur, sans qu'il y eut le moindre intervalle libre, une celluleuse dure formant un lien continu. L'adhérence de cette celluleuse dure & calleuse étoit également continuë aux grands vaisseaux du cœur, mais surtout à l'arc de l'aorte. Une graisse épaisse dont les vaisseaux étoient environnés, suivoit la celluleuse susdite; & quant au cœur même, sa grandeur surpassoit de beaucoup l'état naturel.

Dans l'endroit où l'aorte se montroit au dessus de l'artère pulmonale, elle étoit extraordinairement dilatée, & conservoit la même largeur à la partie supérieure du médiastin, jusqu'à l'endroit de sa courbure où elle se continuë, après avoir fourni les plus grands vaisseaux carotides & souclaviers; mais dans la partie qui reçoit le conduit artériel, elle r-devenoit quatre fois plus étroite.

Cette partie dilatée de l'arc de l'aorte, étoit anevrismatique, & avoit une dureté à demi-osseuse; en particulier le tubercule, qui est au dessus du ventricule droit du cœur, dans la partie droite & inférieure de l'arc, étoit dur, cartilagineux, & de la grosseur d'une aveline. La substance ligamenteuse épaisse du péricarde entouroit ce tubercule. L'ayant disséqué depuis sa surface extérieure jusqu'à l'épaisseur de trois lignes, il ne parut aucune substance musculeuse, tout étoit presque cartilagineux, & à demi pierreux. Le tubercule même ayant ensuite été ouvert, fut trouvé plein d'un pus épais, ou plutôt d'une matiere blanche polypeuse, toute rompuë. Il communiquoit à l'aorte par une ouverture de deux lignes, qu'entouroit à la surface in-

interne de l'aorte une substance pierreuse, ou un cercle composé de plusieurs petits morceaux recourbés en arc.

Le reste de la partie de l'aorte qui avoit souffert la dilatation anevrismatique, étoit environné d'une substance très épaisse. Elle consistoit extérieurement en une celluleuse très compacte de deux lignes, après laquelle venoient des fibres musculaires molles, déchirées, & réduites presque en pus, qui environnoient la membrane intérieure, parsemée de petits morceaux pierreux. Cette substance étoit différemment constituée dans la partie concave de l'arc de l'aorte. La celluleuse extérieure y avoit à peine une demi-ligne d'épaisseur, & les fibres musculeuses étoient plus entieres. Entre celles-ci & la membrane nerveuse intérieure, il y avoit de petits morceaux, ou lames minces de pierre, dites vulgairement ossifications, de diverses grandeurs, & qui excédoient la longueur d'un pouce. Dans le voisinage de la partie de l'aorte, tant dilatée que retrécie, la substance celluleuse extérieure étoit d'une fort grande épaisseur, mais intérieurement étoient cachés de même de petits morceaux pierreux sous la membrane nerveuse. La passage de la partie dilatée de l'aorte à celle qui se rétrécissoit, étoit entouré d'un cercle de fibres compactes, celluleuses & musculeuses, formant une espece de sphincter. Quant au reste, l'aorte étoit pourvuë de trois valvules semilunaires, dont la structure étoit assez naturelle. Cependant le ventricule gauche, ou postérieur, du cœur étoit plus grand que le ventricule antérieur, ou droit; & au dedans il étoit garni d'une membrane épaisse blanche, qui avoit été formée par l'épaississement de ce liquide exhalant qui se répand dans la celluleuse intérieure du cœur, par laquelle sa substance est liée à la tunique.

De même, dans le cadavre d'un autre homme sexagénaire, j'ai observé l'aorte dilatée dans l'arc, & surtout dans la partie de l'arc directement opposée à l'arc de l'orifice aortique, mais le tubercule étoit large, & s'élevoit d'une maniere plus égale; & la partie convexe de l'aorte s'y gonfloit du côté droit, à l'issuë de la souclaviere droite.

Usa-

Uſage pathologique.

Ces Obſervations ſont tout à fait propres à faire connoitre quels ſont les commencemens, & quel eſt le lieu propre, de l'anevrisme de l'aorte. En effet, lorsque le ſang eſt chaſſé du ventricule poſtérieur du cœur avec une force extraordinaire, proportionnée à la vigueur de ce ventricule, il va ſurtout frapper la partie de l'aorte, qui ſe dirigeant du côté droit, ſe trouve opposée à l'axe de l'orifice du ventricule poſtérieur artériel. S'y jettant donc avec une grande impétuoſité, il eſt en état de dilater inſenſiblement, & de rompre enfin, l'étroite liaiſon des fibres muſculeuſes. Alors la partie droite de l'aorte qui ſe recourbe en arc, céde à la preſſion intérieure, tandis que la celluleuſe s'accroit peu à peu, en rempliſſant les interſtices des fibres; & s'endurciſſant à ſa ſurface extérieure par la preſſion même, elle réſiſte à la dilacération, & à la rupture mortelle de ce vaiſſeau. Néanmoins la maniere dont ſe fait cette dilatation anevrismatique de l'aorte varie, ſuivant la différente impétuoſité du ſang, & la diverſe ſtructure de l'artère même. Car lorsqu'un cœur robuſte pouſſe le ſang avec trop de force dans l'arc de l'aorte, il faut néceſſairement que les fibres de cette artére trop foibles cédent, ſurtout ſi le ſang rencontre un paſſage trop difficile de l'artère dans les veines. Par conſéquent, ou bien il en réſulte la rupture des fibres, ſuivie bientôt d'un anevrisme mortel, ou les fibres ſe dilatant peu à peu par la régénération & l'oppoſition de la celluleuſe, acquierent aſſez de force pour réſiſter à la preſſion & à la dilatation, le ſang lui-même bouchant le paſſage par les croûtes colées à la ſurface intérieure de l'artère dilatée, de façon que le liquide vital ne ſçauroit s'échaper. De là vient que les anevrismes de l'aorte durent quelquefois longtems, avant que de cauſer une rupture funeſte; il ſuffit pour cet effet que la dilatation ſe faiſant peu à peu permette la génération de la toile celluleuſe, qui augmente la force des tuniques, ou la réſiſtance paſſive de l'artère; au lieu que les fibres muſculaires qui ont été une fois rompuës, n'oppoſent aucune réſiſtance à l'action du ſang qui ſe porte contr'elles. Il n'eſt pas étonnant au reſte que les anevrismes de l'aor-

l'aorte foyent fréquens, & furtout dans l'endroit de fon arc qui eft directement oppofé à l'axe de l'orifice artériel du ventricule poftérieur. Toute la force de ce ventricule, en chaffant le fang, agit contre cette partie de l'aorte, d'où s'enfuit qu'elle eft celle de toutes qui s'affoiblit le plus, & que la dilatation ne peut arriver, ni plus aifément, ni avec plus d'étenduë, dans aucun autre rameau de l'aorte, à caufe que c'eft l'endroit où les forces du fluide furpaffent le plus la réfiftance & la vigueur des tuniques; ce qui n'arrive pas dans les rameaux plus étroits de l'aorte, où, en prenant la proportion des tuniques, la force de celles-ci eft plus grande, & l'action du fluide qui s'y trouve contenu eft moindre. D'ailleurs, tandis que la force entiere du cœur fe confume contre cet endroit de l'aorte dilatée qui réfifte moins, il ne refte qu'une foible impulfion dans les autres rameaux de l'artère, & la partie de l'aorte dilatée par l'anevrisme, auffi bien que les parois du thorax du côté droit, font preffées par une fi grande force, que les côtes mêmes ne fçauroient affez réfifter à cet effort, mais qu'elles viennent à fe rompre, fi l'arc offeux d'un côté y eft expofé, ou du moins elles fe féparent avec violence, lorsque le fac dilaté vient à être pouffé dans leurs intervalles. C'eft ce que j'ai obfervé dans un jeune Gentilhomme de 26. ans, dans lequel la côte feconde du côté droit s'étoit écartée de la troifième, & le fac étant venu à la fin à fe rompre avoit caufé une mort fubite.

OBSERVATION XV.

Des trois valvules femilunaires à l'orifice de l'aorte, jointes enfemble en un même corps.

La trop grande force du cœur, ou la réfiftance exceffive des vaiffeaux, caufent aux orifices des ventricules divers accidens, dont la plûpart deviennent bientôt des maladies. Il eft très difficile de les connoître, & d'en juger d'une maniere certaine avant la mort; & il n'eft jamais poffible à la Médecine d'y apporter du fecours. Souvent les valvules femilunaires

res

res de l'orifice du ventricule supérieur ont des duretés pierreuses, qui viennent de l'épaississement du suc qui s'exhale dans la celluleuse, & qui y croupit; mais il est rare que cette matiere reçoive un accroissement assez considérable, pour que l'orifice même devenant par là plus ou moins rétréci, refuse un libre passage au sang. Le sçavant & exact Docteur en Médecine, M. *Jean Christian Themeln*, a rapporté en détail une Observation rare de cette nature, avec l'histoire de la mort qui s'ensuivit, y joignant les figures nécessaires pour l'intelligence du fait, dans un Journal rempli d'observations peu communes & très utiles, qu'il a publié. Je vais en ajouter une semblable, qui concerne la coalescence préternaturelle des valvules de l'aorte, causée par leur endurcissement.

Description anatomique.

Je disséquai au mois de Fevrier 1755. le cadavre d'un portefaix âgé de soixante six ans, dont l'épine du dos étoit toute courbée & immobile. Les vertébres du cou, du dos, & des lombes, s'étoient toutes réunies, de façon qu'elles ne se prêtoient plus à aucun mouvement naturel. Mais les côtes surtout étoient tellement liées aux vertébres, soit par leurs têtes, soit par les avances transversales des vertébres, qu'il ne leur restoit plus absolument aucun mouvement, les ligamens transversaux, tant extérieurs qu'intérieurs des côtes, aussi bien que le sommet des têtes, étant devenu tout à fait osseux. Ce changement si contraire à l'état naturel prouve d'une maniere assez évidente, que celui en qui il étoit arrivé a pû respirer & vivre longtems sans aucun mouvement des côtes. Mais ce qu'il y avoit de singulier, c'est que, bien qu'on n'apperçût dans les vaisseaux artériels rien de pierreux, ou d'ossifié, cependant l'orifice de l'aorte qui sort du ventricule postérieur étoit considérablement attaqué de ce mal, qui causoit en même tems une altération extraordinaire au cœur. En effet les trois valvules semilunaires de l'aorte s'avançoient dans l'aorte même par un bord élevé de trois lignes; & cela avoit surtout lieu dans la partie mitoyenne qui est ordinairement garnie d'un petit nœud. Leur surface inégale étoit merveilleu-

veilleusement gonflée de monticules pierreux, surtout du côté tourné vers l'aorte. Cette intumescence étoit causée par une matiere calculeuse placée entre la double membrane de la valvule, & elle s'élevoit en petits grains, étant couverte partout, tant vers le cœur que vers l'artère, de la membrane mince de la valvule. Mais, par l'attouchement continuel dont la tumeur des valvules avoit été cause, la valvule postérieure n'en formoit plus qu'une avec celle qui est à gauche, la droite seule étant demeurée libre, mais considérablement gonflée de matiere calculeuse. Il n'étoit donc demeuré qu'une ouverture étroite, elliptoïde, ayant à peine trois lignes dans sa plus grande largeur, & de la longueur de la valvule droite qui étoit demeurée exemte de coalescence, de sorte que toute l'ouverture avoit à peine la quatrième partie de sa grandeur naturelle. La constitution du cœur, sourtout du ventricule postérieur étoit robuste, & remarquable par l'épaisseur de la substance musculaire de ce ventricule. Mais l'état de l'orifice veineux de ce ventricule s'écartoit, aussi bien que celui de l'orifice artériel, de l'état naturel. En effet à l'extrémité supérieure, la substance de l'anneau valvuleux étoit dure, s'élevant de l'épaisseur considérable de trois lignes; de sorte que, par le gonflement & la coalescence de cet anneau valvuleux, l'orifice étoit solide, & fermé de cinq lignes depuis l'extrémité supérieure jusques vers le milieu. Toute sa longueur depuis une extrémité jusqu'à l'autre étoit seulement de sept lignes, quoique dans l'état naturel, & dans un cœur beaucoup moindre, elle ait coutume d'en avoir dix, allant même dans quelques uns à treize, & au delà. La longueur de l'orifice veineux du ventricule droit du même cœur excédoit quinze lignes, ou un pouce & demi de Paris, sa largeur conjuguée demeurant alors de neuf lignes & demie; mais le diamètre de l'artère étoit d'un pouce & deux lignes. De plus une matiere calculeuse avoit rempli cette valvule gonflée de l'orifice veineux, de façon qu'elle étoit d'une dureté extraordinaire. Le ventricule antérieur étoit d'une fort grande largeur, ayant le double du ventricule postérieur: & cette dilatation l'avoit tellement affoibli, que toute l'épaisseur de sa substance musculeuse, dans sa partie antérieure vers la pointe, ne passoit

pas dix lignes, tous les faisceaux y étant applatis & minces, au lieu que ceux du ventricule postérieur étoient forts & cylindriques. Le sinus des veines pulmonales étoit extraordinairement mince & dilaté, mais l'aorte étoit fort robuste, polie en dedans, sans aucune lame pierreuse qui la gatât, & ayant le même diamétre que l'artère pulmonale. Le cœur étoit garni partout à sa surface extérieure d'une quantité extraordinaire de graisse.

OBSERVATION XVI.

Il y avoit dans le cœur d'une vieille femme, morte hydropique, une semblable résistance qui s'opposoit au cours du sang lorsqu'il vouloit entrer dans le ventricule gauche & dans l'aorte. En effet, ayant ouvert ce ventricule gauche, ou postérieur, au lieu de l'anneau membraneux valvuleux, qui doit environner l'orifice veineux, on voyoit s'avancer de cet orifice dans le ventricule une substance roide, dure, & charnuë, immédiatement adhérente à la substance charnuë continuée des muscles papillaires de ce ventricule. La substance des valvules qui est ordinairement membraneuse & déliée, avoit acquis partout l'épaisseur d'une ligne & demie d'un pouce de Paris ; & elle en avoit même davantage dans quelques endroits. Mais l'orifice étoit ceint partout de cette substance gonflée & roide des valvules, de sorte qu'il n'y avoit pas la plus petite ouverture laterale qui aboutit dans le cœur ; mais dans le ventricule postérieur, l'ouverture de l'orifice elliptique veineux, resserré par cette valvule durcie & gonflée, avoit quatre lignes & $\frac{2}{10}$ de diamètre, & celui de la conjuguée, ou de la distance depuis les parties antérieures jusqu'aux postérieures, où les bords de la valvule étoient les plus éloignés l'un de l'autre, avoit une ligne & demie. Le diamètre de l'aorte du même ventricule, laquelle étoit fort robuste, mais d'ailleurs tout à fait naturelle, dans sa plus grande largeur, & là où la dilatation causée par le gonflement au dessus du cylindre avoit été aussi loin qu'elle pouvoit aller, montoit à huit lignes ; mais pour le ventricule postérieur même, il étoit ceint d'une substance charnuë assez épaisse,

se, ayant sa cavité ample de deux pouces, & étant long de deux pouces & sept lignes depuis sa partie suprème près de l'orifice veineux jusqu'à la pointe. Le même orifice auriculaire, ou veineux elliptoïde du ventricule antérieur, avoit un diamètre de treize lignes, ou d'un pouce & trois dixièmes, c'est à-dire, trois lignes; & la conjuguée, ou la distance depuis la cloison jusqu'à la surface du ventricule, avoit sept lignes. Le diamètre de l'artère pulmonale dans l'état naturel de contraction, étoit de onze lignes, mais on pouvoit très aisément la dilater jusqu'à quinze lignes, ou un pouce & demi; & pour la cavité même du ventricule, dans la paroi concave opposée à la cloison, elle étoit longue de quatre pouces & deux lignes depuis la sortie de l'artère pulmonale jusqu'à la pointe du cœur, & sa largeur étoit de quatre pouces & une ligne. Le sinus des veines pulmonales étoit considérablement dilaté, formant une cavité qui alloit à plus du double de celle du ventricule postérieur; c'étoit un quarré creux partout de la même largeur, ayant deux pouces & huit lignes & hauteur, & deux pouces & sept lignes de largeur, lequel décroissoit considérablement vers la pointe du ventricule. Les diamètres des veines pulmonales donnoient une ouverture beaucoup plus étroite que celle de l'artère pulmonale: car du côté droit le diametre de l'ouverture de la veine pulmonale supérieure formoit un sinus de cinq lignes; & celui de la veine du milieu, aussi bien que de l'inférieure, de quatre lignes: mais au côté gauche, où il y avoit pareillement trois veines, le diamètre de la supérieure étoit de trois lignes, celui de la veine du milieu de trois lignes & demie, & celui de la plus basse de quatre lignes. Pour avoir toutes les dimensions de ces veines de maniere à n'être pas induit en erreur par leur affaissement, qui donneroit une valeur au dessous de la véritable, je l'ai mesurée sur un cone circulaire, fait de liege, & doucement introduit dans la veine, jusqu'à ce qu'elle ait acquis le degré de la dilatation qu'elle peut acquérir sans se déchirer. Ainsi c'est plutôt l'ouverture des veines dilatées que celle des veines trop resserrées, qu'on obtient en prenant ces diamètres quarrés. La somme de ces quarrés, ou de toutes les ouvertures des veines pulmonales, sera donc $= 81$.

 Or

Or l'ouverture de l'artère pulmonale est = 121, dans la contraction naturelle qui suit l'évacuation, & dans sa plus grande dilatation = 225, en sorte que la différence est dans la contraction de 40, & dans la plus grande dilatation de 144. Mais l'ouverture de l'aorte étoit moindre ici que celle des veines pulmonales, seulement de 64, & il y avoit par conséquent une différence = 17. Or, dans l'état naturel du cœur, l'ouverture de l'aorte surpasse ordinairement celle de l'artère pulmonale dans une proportion, suivant laquelle le diamètre de l'aorte est à celui de l'artère pulmonale comme 11 à 12, ou 11 à $11\frac{1}{2}$. Ainsi la différence de l'ouverture dans la premiere différence de diamètre sera = 23 : d'où s'ensuit que l'ouverture de l'aorte dans ce cœur étoit moindre qu'elle n'auroit dû être naturellement, dans la raison du nombre 80 ; & ainsi elle étoit le double plus étroite qu'à l'ordinaire. Mais l'aorte surpasse naturellement l'ouverture des veines pulmonales, en raison du nombre 20, ou au delà, ce qui se trouvoit beaucoup au dessous dans ce cœur. Et cependant la proportion de l'ouverture des veines pulmonales par rapport à celle de l'artère pulmonale étoit beaucoup moindre que dans l'état naturel, cette différence exprimée en nombres se réduisant ordinairement à $\frac{1}{5}$, au lieu que dans celui-ci elle alloit à $\frac{1}{3}$ pour l'artère contractée ; & à l'égard de l'artère dilatée, la proportion de l'ouverture des veines pulmonales étoit le double moindre.

Usage physiologique.

Dans la Dissertation que j'ai déjà donnée, sur la dilatation préternaturelle du cœur, causée par le rétrécissement de l'aorte, j'ai ajouté la raison du changement que nous observons dans le sinus des veines pulmonales, l'artère pulmonale, & le ventricule antérieur, rélativement aux veines pulmonales. Mais ces maladies singulieres du cœur pourront encore répandre du jour sur l'explication des parties susdites, aussi bien que sur l'usage & les raisons de la structure des parties du cœur. En effet, dans l'un & dans l'autre cas, le sang, en passant dans le ventricule postérieur du cœur & dans l'artère aorte

a éprou-

a éprouvé une extrème résistance, parce que le passage libre à travers l'aorte étoit bouché à cause de l'endurcissement & du gonflement des valvules ; & l'orifice veineux du ventricule postérieur se trouvant en même tems dans ce cœur beaucoup plus étroit qu'il ne devoit l'être naturellement, n'a pas causé un moindre obstacle. C'est pourquoi, dans tous les deux cas, la stagnation du sang devant les orifices du ventricule postérieur, a extraordinairement dilaté le sinus des veines pulmonales, mais non ces veines elles-mêmes, y ayant dans la proportion de leur diamètre à leur sinus une extrème différence, ce qui suffit pour prouver que la raison de la dilatation est différente. C'est pourquoi, dans la derniere Observation, le sang n'a point été capable de dilater les veines pulmonales, dont la somme de leurs ouvertures étoit = 81, contre l'ouverture de l'artère pulmonale = 121. De cette façon, quoiqu'il demeurât une excessive quantité de sang dans les poûmons, l'ouverture des veines pulmonales excédoit à peine l'état naturel ; ce que la Nature avoit procuré par l'insertion de ces veines dans un ample sac, qui étoit comme une grande citerne dilatable où de petits tuyaux aboutissoient, ce qui servoit à empêcher que la trop grande dilatation de tous les vaisseaux n'interceptât le passage de l'air à travers les poûmons : & cela seroit infailliblement arrivé, si les veines avoient pû souffrir, comme l'artère pulmonale, la dilatation de leurs rameaux par un effet du sang qui étoit demeuré dans le sinus des veines pulmonales. Ces observations réiterées font connoitre clairement la cause qui rend les veines pulmonales plus étroites que les autres veines du corps, proportionnellement aux artères qui accompagnent les veines. C'est que l'insertion des veines pulmonales dans le grand sinus pulmonal faisant cesser la cause de cette dilatation, il est nécessaire que l'effet cesse aussi. On peut encore conclurre de la même observation l'extrème dilatabilité de l'artère pulmonale, aussi bien que celle du ventricule antérieur ; car son ouverture a été renduë le double plus grande qu'elle ne l'est naturellement, ayant égalé le nombre 224, & dans sa contraction seulement le nombre 121. Le ventricule antérieur par la même raison s'est considérablement dilaté avec

avec une extrême diminution de sa substance musculeuse. Car naturellement dans le fœtus il n'y a point, entre le ventricule antérieur & le ventricule postérieur, cette différence de grandeur & d'épaisseur qu'on observe dans les adultes. Au contraire on trouve le plus souvent dans un fœtus de cinq à sept mois le ventricule antérieur plus petit que le postérieur ; & dans l'état naturel, lorsque le fœtus est près de son terme, ces ventricules sont égaux, & ce qui est surprenant, la substance musculeuse de l'un & de l'autre est aussi à peu près d'une épaisseur égale. Dans des fœtus de quatre mois l'épaisseur du ventricule antérieur étoit d'une demi-ligne, ou $\frac{5}{10}$, & celle du ventricule postérieur de $\frac{8}{10}$, au lieu que naturellement dans un adulte la substance musculeuse du ventricule antérieur est à celle du ventricule postérieur, comme 1 : 4, ou $1\frac{1}{2}$: $4\frac{1}{2}$. On trouve les mêmes proportions en comparant la constitution interne des faisceaux musculeux dans un fœtus & dans un adulte. Ces petits faisceaux ne différent presque point dans le premier, ni par leur force, ni par leur forme cylindrique ; au lieu que dans l'adulte les faisceaux du ventricule antérieur sont plus larges & plus minces, ceux du ventricule postérieur étant au contraire cylindriques & plus robustes. On voit suffisamment par là que c'est la prolongation de la vie qui met ces différences entre les parties du cœur, n'y ayant rien de semblable dans les premiers commencemens du fœtus. En effet, telle est la nature des parties musculeuses du cœur & des vaisseaux artériels, qu'abandonnées à elles-mêmes, sans être trop tenduës, elles acquierent une plus grande force ; car elles ont une élasticité qui l'emporte sur celle de toutes les autres parties du corps. Le fœtus a une communication parfaitement libre par le trou ovale de la cavité droite du cœur au ventricule postérieur, ou plutôt au sinus pulmonal ; & pareillement dans l'aorte du ventricule artérieur par le conduit artériel. De là vient qu'il n'y a aucune cause qui soit capable de tendre & de dilater le ventricule artérieur : & c'est aussi pourquoi sa substance musculeuse ne sauroit être atténuée, mais sa force s'accroit plutôt en comparaison de celle de l'autre ventricule, que le sang, dont le cours est quelquefois empê-

empêché dans l'aorte, ou dans les artères umbilicales, peut plus aisément dilater. Mais ces propriétés font place à d'autres toutes différentes dans l'homme qui a respiré. Les actions de la vie depuis la premiere enfance, les cris de douleur souvent poussés, la vélocité du cours continué du sang, l'air retenu trop longtems en parlant ou en chantant, & d'autres causes semblables; forment des obstacles au passage du sang par les poûmons. Lors donc que, dans de semblables circonstances, les veines du ventricule antérieur refusent passage au sang, il s'accumule & commence à dilater les rameaux de l'artère pulmonale. Quand cette artère est remplie, le ventricule antérieur ne peut plus s'y évacuer entierement; ainsi le sang demeure aussi dans ce ventricule, & empêche l'entrée au sang véneux de la cavité droite du cœur & des veines caves. Les rameaux de la veine se dilatent donc insensiblement à un point extraordinaire, le ventricule antérieur s'étend, & en même tems la substance des fibres musculaires qui s'écartent trop les unes des autres est atténuée; mais comme elle a beaucoup de force, en poussant peu à peu le sang dans l'artère pulmonale, elle la dilate de plus en plus, & sa constitution plus foible que celle de l'aorte favorise extrêmement cette dilatation. Cette foiblesse naturelle de la même artère la met d'autant moins en état de surmonter la résistance causée par une inspiration ou exspiration trop longtems continuée, & de chasser la masse du sang jusqu'aux extrémités des veines pulmonales. De là vient donc que l'ouverture de l'artère est plus grande que celle des veines pulmonales; ce qui doit être regardé comme une suite des vicissitudes de la vie, qui produisent de même la dilatation & l'affoiblissement du ventricule antérieur. Les petits faisceaux du ventricule intérieur musculeux deviennent ainsi plus minces, & s'écartant de leur premiere figure cylindrique s'applatissent; ce qui les rend ordinairement différens de ceux du ventricule postérieur, qui demeurent cylindriques & plus robustes. De là l'insigne différence qu'on a coûtume d'observer entre les deux ventricules du cœur; & il en résulte qu'on auroit tort de la regarder comme parfaitement naturelle. Car nous trouvons que la constitution du ventricule postérieur se change aussi, & de la même manie-

maniere, si à cause de quelque résistance à la sortie du sang par l'aorte, il vient à être dilaté par le sang ; cependant cette dilatation ne l'affoiblit que beaucoup plus lentement, soit parce que l'artére pulmonale, le sinus des veines, & le ventricule antérieur, cédent plus facilement au sang restant, & en partagent toute la quantité, soit parce que la substance même de ce ventricule plus robuste est en état de presser & de chasser le sang pendant un plus long espace de tems. Mais, dans notre premiere observation, l'orifice de l'aorte n'étoit pas le seul étroit, l'orifice veineux l'étoit aussi ; & par cette raison presqne toute la dilatation agissoit contre les parties les plus foibles & les moins résistantes, sçavoir le sinus, l'artère pulmonale, & le ventricule antérieur.

Outre l'affoiblissement des parties causé par la résistance du cœur, qui se manifeste par les Observations précédentes, on peut aussi en inférer surtout cette propriété naturelle de l'aorte, en vertu de laquelle elle se contracte dans un moindre espace, lorsque la résistance cesse, ou que la quantité du sang qui s'y porte est diminuée. La seconde Observation présente en particulier ce changement de la maniere la plus marquée. En effet, la petite quantité de sang qui entroit dans le ventricule postérieur par son orifice veineux rétréci,. ne suffisoit point à la dilatation du ventricule, ni à celle de l'aorte, dont l'ouverture se trouvoit d'un tiers moindre que dans l'état naturel. Ainsi, l'aorte souffrant à peu près dans la même raison une diminution & une contraction dans son diamètre, n'avoit que huit lignes de largeur, quoique son diamètre ait naturellement coûtume d'en avoir douze à treize ; & son ouverture étoit le double moindre qu'elle ne doit l'être pour transmettre le sang. Or il est croyable que la substance des valvules de l'orifice pulmonal veineux s'est resserrée & durcie peu à peu ; & de là est venue cette contraction extraordinaire de l'aorte, proportionnellement à la quantité décroissante du sang. Ce changement enseigne combien la force & la contraction de l'artère, en vertu de sa nature élastique, s'accrôit après la diminution du sang, & combien s'écartent de la véritable route de la Nature ceux qui prétendent que l'usage de la saignée

pro-

produit le relâchement des artéres, qui se fortifient au contraire par ce moyen, leur force & leur élasticité étant ainsi augmentées, & leur fibres auparavant trop écartées venant à se réunir. Mais d'un autre côté, cette même force de l'aorte, quand elle vient à surpasser ses bornes naturelles, est dangereuse pour la santé & la vie ; danger d'autant plus grand, qu'il est plus difficile de le connoitre, & impossible d'y obvier, ce mal n'admettant qu'une cure palliative, destinée à soulager un peu le malade des symptômes cruels qu'il éprouve.

Usage pathologique.

Les changemens rélatifs aux maladies que ces Observations nous présentent à considèrer, sont l'endurcissement pierreux des valvules de l'aorte, & de l'orifice veineux du ventricule postérieur. Je n'ai jamais trouvé les valvules de l'orifice artériel pulmonal, pierreuses & durcies; au lieu qu'un semblable changement préternaturel se rencontre fréquemment dans celles de l'aorte. Car la pression foible de l'artère pulmonale sur les valvules semilunaires, peut à peine produire une stagnation suivie de quelque changement; & ce n'est pas d'ailleurs le seul excés de la force de l'artère qui agit, mais il faut encore la force du ventricule pour que le liquide qui s'exhale dans la cellulaire de la duplicature des valvules semilunaires, vienne à s'épaissir, & acquière insensiblement une dureté pierreuse. Cette matiere augmentée dans les valvules, en les étendant, peut produire une cohésion & une coalescence très étroite, surtout si l'âge rassemblant une plus grande abondance de particules terrestres, rend cette déposition d'autant plus rapide, de sorte que ces tuniques, où la matiere durcie est renfermée, se touchent plus étroitement. Ces valvules de l'aorte ainsi réunies forment donc une seule masse pierreuse, la troisième seule demeurant libre, quoiqu'elle soit gonflée & remplie de la même maniere d'une substance pierreuse. Tant que le cœur de ce malade a eu une grande force, il s'est peut-être peu apperçu de son mal, à moins qu'il n'ait éprouvé les symptômes de la pléthore, qui sont or-

 dinai-

dinairement produits par le gonflement des rameaux des veines caves. En effet, à cause du rétrécissement de l'orifice veineux pulmonal du cœur, le passage du sang dans le ventricule postérieur étant empêché, a pû surtout étendre les rameaux des veines caves. Mais les symptômes sont beaucoup plus fâcheux lorsqu'ils suivent le rétrécissement de l'orifice veineux, comme dans notre XVI. Observation. Ils paroissent être venus de l'épaissisement de la liqueur qui s'exhale dans la celluleuse de l'anneau valvuleux. Car il n'y avoit aucun endurcissement pierreux, & ce n'etoit point l'âge qui, en rassemblant lentement quantité de matiere terrestre, avoit produit cette maladie; mais il paroit probable qu'elle s'étoit formée par l'endurcissement continuel & égal en une carnosité molle. Et quand nous voudrions supposer que le cours rapide du sang a contribué quelque chose à rendre cet orifice veineux plus étroit, cependent à peine a t-il pû passer la moitié du sang; & celui qui est demeuré, en s'accumulant dans les rameaux de l'artére pulmonale, dans le ventricule antérieur, & dans la distribution des veines caves, a causé de cruelles angoisses auxquelles de fréquentes saignées & une diete rigoureuse n'ont pu apporter qu'un peu de soulagement. Enfin il a falu que l'hydropisie s'ensuivit, parce que, le reflux par les rameaux de la veine cave étant interdit, les humeurs ont dû se répandre dans les cellules & les cavités, d'où elles n'ont pû être évacuées par une résorption suffisante. La quantité d'humeurs apportée par l'aorte n'a pas été suffisante non plus pour l'exécution complette de toutes les sécrétions; & de là le défaut, tant des liqueurs qui soutiennent le corps, que de celles qui le soulagent par voye d'excrétion. La foiblesse du corps rend aussi la destruction plus promte, sans qu'il y ait moyen d'y apporter du remède, à cause de l'impossibilité de résoudre cette liqueur croupissante endurcie. Mais l'orifice veineux gauche du cœur souffre souvent un changement préternaturel, par l'endurcissement pierreux du liquide exhalant dans la celluleuse: ce qui pourra être confirmé par deux Observations sur cet anneau pierreux qui environne l'orifice dans sa substance charnuë même, dont j'ai donné une ample description dans ma Dissertation sur les diverses ex-

pe-

peces de pierres du corps humain. Mais la trop grande résistance du cœur vers l'aorte, & la destruction de ses valvules semilunaires, est le principe d'une maladie cruelle, que personne n'a encore remarquée, & qui est absolument mortelle.

OBSERVATION XVII.

En soumettant à la dissection le cadavre amaigri, mais gonflé, d'un homme d'environ trente ans, après avoir trouvé que toutes ses parties avoient leur structure naturelle, à l'exception de l'enflure oedemateuse des parties inférieures, je m'attachai à examiner la structure du cœur & de ses vaisseaux. Le thorax ayant été ouvert, les poûmons se montrerent tout à fait libres sans la moindre adhérence, mais tout remplis de sang. Le péricarde contenoit le cœur qui étoit très relâché, sans aucun vestige de graisse, n'y ayant qu'une membrane mince qui couvrit sa substance musculeuse transparente. Les vaisseaux veineux de la veine cave, l'oreillette droite, le côté droit du cœur, l'artère pulmonale, & le sinus avec le ventricule postérieur, étoient gonflés de sang, la seule aorte étant demeurée vuide. Etonné de ce grand relâchement, & de cette foiblesse tout à fait extraordinaire, je fis un examen attentif de toutes ses parties. Ce que je trouvai le plus singulier, ce fut le rétrécissement de l'aorte à proportion des autres vaisseaux; cette artère étant disséquée parut d'une grande force, sa substance ayant $\frac{7}{10}$ lignes d'épaisseur Y ayant aussitôt introduit un cone de liege au dessus de l'endroit où elle sort du cœur, je trouvai son diamètre de sept lignes & $\frac{3}{10}$ seulement, au lieu que celui de l'artère pulmonale, sans la dilater beaucoup, étoit de douze lignes, la substance de cette artère étant lâche & mince. L'ayant ouvert, on put apercevoir les valvules minces semilunaires, tout à fait relâchées, qui occupoient son orifice. Mais rien n'égala ma surprise, lorsqu' après ouvert l'orifice de l'aorte qui aboutit au ventricule postérieur, au lieu de valvules, il ne s'offrit à ma vuë que de petits morceaux déchirés qui entouroient l'orifice. En y regardant

 donc

donc de plus près, je trouvai le bord convexe adhérent au cœur ; mais le bord libre continué dans l'aorte, étoit rompu, & découpé en petits morceaux pendans, comme les parties d'un corps détruit par la suppuration. La substance membraneuse même de ces valvules déchirées & rétrécies étoit semblable à une membrane détruite par la chaleur de l'eau bouillante. La constitution des faisceaux du ventricule postérieur du cœur n'étoit point du tout comme à l'ordinaire ; au lieu d'être cilindriques, ils étoient minces & plats, & les anneaux papillaires valvuleux du muscle étoient aussi déliés & foibles. La surface concave de la cloison ne montroit presque aucun indice de petits faisceaux musculeux ; mais on voyoit les fibres musculaires applaties, étenduës, & privées de la tunique interne qui recouvre le cœur. La substance musculeuse même du ventricule postérieur étoit tout à fait relâchée, pâle, & ayant à peine deux lignes & demie d'épaisseur. La cavité du ventricule postérieur surpassoit celle de l'antérieur, de sorte qu'il ne restoit aucune partie du cœur qui fut dans un état parfaitement naturel.

OBSERVATION XVIII.

Dans le cœur d'un autre homme, robuste, réplet, sexagénaire, je trouvai le ventricule postérieur égal à l'antérieur, & même un peu plus grand, & extraordinairement dilaté jusqu'à la pointe. Ses petits faisceaux, ou trabecules charnuës, étoient fort allongés, & étroitement posés l'un sur l'autre ; mais dans la cloison ils étoient tout à fait effacés, sans que la tunique interne manquât nulle part. Mais les valvules semilunaires de l'orifice artériel aortique étoient courtes, retirées ; leur bord libre qui avoit plus d'une ligne d'épaisseur, étoit inégal, ayant souffert une dilacération à la partie antérieure du côté droit, & les petits morceaux déchirés pendoient irrégulierement. Enfin l'aorte elle-même étoit tout à fait épaisse, inégale intérieurement comme si elle eut été couverte d'une espece de gale ; car de petits tubercules, de l'épaisseur d'une ligne & au delà, s'y élevoient partout, étant contigus

les

consisté dans le relâchement des fibres, & dans le manque de graisse. De là, suivant la nature élastique dont les artères sont douées, elles se contractent d'autant plus qu'elles sont moins tenduës par la quantité de sang que le cœur y envoye. Or la force croit avec la contraction ; & réciproquement celle du ventricule diminuë dans une proportion contraire, par la trop grande dilatation que cause le sang qui demeure. Le sang ainsi repoussé de l'artère vers le ventricule, se jette contre les valvules semilunaires, il les repousse avec une extrême force à cause du défaut de résistance de la part du ventricule, & enfin il vient à bout d'effectuer leur déchirement & leur destruction. Car les valvules semiluminaires suffisent à soutenir la force naturelle de l'aorte, qui, suivant les expériences faites pour la connoître, égale soixante livres. Mais, lorsque l'aorte devient le double plus étroite, l'accroissement de son élasticité lui donne des forces doubles de celle qui lui est naturelle, & auxquelles il faut nécessairement que les valvules cédent.

Les mêmes Observations peuvent encore nous instruire de la conformation cylindrique qu'ont naturellement les faisceaux du ventricule postérieur du cœur. En effet, le défaut d'une trop grande expansion augmente la cohésion des fibres élastiques, & conséquemment celle surtout des fibres musculeuses, dans le cœur & dans les artères. Or une force naturelle à l'aorte, c'est celle de chasser puissamment les fluides qu'elle contient ; & alors le ventricule postérieur, jouïssant d'une plus grande force, peut s'évacuer plus facilement que le ventricule antérieur, qui est plus foible, & auquel résiste le sang qui refuse de traverser l'artère pulmonale. Cette résistance le dilate, & séparant les fibres musculaires l'une de l'autre, cause le relâchement de toute sa substance musculeuse de ce ventricule, & en particulier de ces petits faisceaux, que nous nommons ordinairement les trabecules du cœur. Cela est donc cause qu'ils sont plus minces & moins cylindriques dans le ventricule antérieur, & au contraires plus cylindriques & plus forts dans le ventricule postérieur ; d'où vient que plusieurs se sont persuadés que c'étoit là l'état parfaitement naturel de ces faisceaux, sans qu'au-

qu'aucune force y eut produit du changement. Mais ces Observations font aisément voir le contraire. En effet les petits faisceaux du ventricule postérieur du cœur deviennent minces & foibles tout comme ceux du ventricule antérieur; pourvû que la même raison d'expansion existe. Dans l'un & dans l'autre cas, la résistance de l'aorte empêchant l'évacuation du ventricule, devient la cause de sa dilatation préternaturelle; c'est pourquoi nous trouvons que la dilatation & la figure des faisceaux musculeux y est semblable. Mais il arrive plus fréquemment, & il est presque inévitable sous certaines conditions, que la dilatation & l'extension des fibres musculeuses soit plus grande dans le ventricule antérieur, à cause de la résistance du sang qui passe par les poûmons; c'est pourquoi l'on n'a pas lieu de s'étonner de trouver dans la plûpart des adultes cette conformation mince & foible des faisceaux applatis du ventricule droit, avec une plus grande dilatation de toute la cavité de ce ventricule.

Que cette dilacération des valvules de l'aorte soit une maladie mortelle, c'est ce que conclurra facilement quiconque est en état de découvrir le mouvement irrégulier & tremblottant du cœur qui doit en résulter, vû que le cœur n'étant jamais entierement évacué, éprouve une irritation continuelle de la part du sang; & ce même cœur déjà affoibli est exposé à la contraction, & à toute la réaction de l'aorte qui se déploye contre lui & lui résiste; effort que les valvules soutenoient auparavant. Il faut par conséquent que le mouvement du sang & les sécretions cessent bientôt avec la vie; car les rameaux résistent trop à la force du cœur ainsi diminuée, pour qu'il puisse passer dans les vaisseaux sécrétoires latéraux une quantité d'humeurs suffisante pour les sécretions nécessaires à la vie.



NOUVELLES OBSERVATIONS POUR SERVIR DE SUPPLEMENT A L'HISTOIRE DE LA NIELLE DES BLEDS,

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

Les Maladies des Plantes peuvent encore être mises au nombre des choses, à la recherche desquelles jusqu'à présent aucun, ou du moins presque aucun des Naturalistes, ne s'est sérieusement appliqué. Ceux qui en ont parlé en général, ou seulement en passant, paroissent n'avoir eu qu'une connoissance très superficielle des phénomenes naturels des végétaux, & une moindre encore de ceux qui ne sont pas conformes au cours de la Nature. On remarque cependant, que, dès les tems les plus anciens, ceux qui s'attachent à l'œconomie de la campagne, Jardiniers & autres, ont tourné leurs vuës de ce côté-là, à cause des mauvaises suites, & parce qu'ils ont senti le dommage plus ou moins considérable qui y étoit attaché. Malgré cela on ne sçauroit faire voir, qu'eu égard à a longueur du tems qui s'est écoulé, il se soit fait sur ce sujet quelque découverte importante, ou particuliere, qui puisse faire parvenir à une connoissance exacte des Maladies des Plantes. On en trouve bien des noms & des descriptions, qui sont, pour ainsi dire, des vestiges & des débris, dans plusieurs Auteurs Latins, François, & anciens Allemands, qui ont traité de l'agriculture & de l'œconomie champêtre ; mais ces mêmes Auteurs pouvent servir tous de preuve, que de leur tems, comme encore le plus souvent aujourdhui, on n'a eu que des idées tout à fait confuses, imparfaites, & fausses, des maladies en question.

A' la vérité, s'il ne s'agissoit ici que d'interprétations & d'explications arbitraires, plutôt que de vérités dont on peut faire une application utile, je conviens que je craindrois un peu d'avoir affaire aux Critiques, & aux Amateurs de l'Antiquité; qui, avec leurs conjectures & toutes les subtilités de leur érudition, ne manqueroient pas de me fatiguer beaucoup. Mais, comme la question se réduit ici particulierement à examiner, si ce que les Anciens nous ont laissé sur les maladies des Plantes, est suffisant, ou non, pour nous en donner une connoissance exacte, & qui puisse être utilement appliquée, je n'ai, à proprement parler, rien à démêler avec les Critiques. Par rapport aux Auteurs du moyen âge, & des derniers tems, qui ont traité de l'Agriculture & de l'Oeconomie, ils ne différent des Anciens, qu'en ce qu'ils s'étendent un peu plus sur les maladies des Plantes, au fait desquelles ils s'imaginoient être parfaitement; mais leurs décisions sont le plus souvent dénuées de toute justesse. Ils se fondent sur de fausses Observations, & même sur des conjectures Astrologiques; leurs prétendues Expériences ne s'accordent point du tout avec la vérité, & ils tombent à la fin dans le ridicule. Ce que j'avance ne demande pas qu'on se donne beaucoup de peine pour le prouver; il suffit de remarquer que la plûpart d'entre ces Auteurs ont cherché l'origine & les causes des maladies susdites, dans les choses les plus extraordinaires, & qui n'ont, ni ne peuvent avoir, la moindre liaison avec les Plantes. La Lune & les autres Planetes, mais surtout les Constellations, & particulierement le Scorpion, l'Ecreviſſe, & le Capricorne, leurs diverses conjonctions, aussi bien que les Eclipses du Soleil, & de la Lune, ont été pour eux des objets de terreur; pour ne pas parler de ce qu'ils appelloient les empreintes gâtées des semences. Tels étoient donc les fondemens sur lesquels reposoit toute la doctrine des maladies des Plantes.

Si l'on vouloit aller plus loin encore, & entrer dans la discussion de tant de remèdes, proposés & vantés comme infaillibles contre ces maladies, il y en auroit assez pour se convaincre pleinement que les inventeurs de ces remèdes n'avoient pas seulement une connoissance

 médio-

médiocre dans ce genre. Cela suffit aussi pour nous dispenser de rechercher avec beaucoup de soin, quelle idée ils attachoient aux noms par lesquels ils désignoient ces maladies, & ce que signifient chez eux les mots d'*Ustilago*, *Exarescentia*, *Rubigo*, *Cancer*, *Tabes*, *Leucophlegmatia*, *Sterilescentia*, *Serpigo*, *Scabies*, &c. & pourquoi ils avoient mis ces termes en usage. Il est sans contredit d'une beaucoup plus grande utilité, de s'appliquer soi-même à découvrir, à force de soins & d'expériences, quelque chose de certain, que de perdre le tems à comparer & à concilier une foule de passages où régnent de profondes obscurités & de vrayes contradictions.

On trouvera l'occasion de traiter successivement, dans des Mémoires particuliers, de quelques unes des Maladies des Plantes qui viennent d'être indiquées ; pour le présent nous nous bornerons à une considération succinte de la *Nielle des bleds*, qu'on appelle dans quelques endroits fort expressivement leur *mort*, ou mortification, *Necrosis*. C'est un des accidens les plus communs & les plus fâcheux dans tout le régne végétal ; & les Expériences exactes que j'ai faites sur ce sujet depuis 1747. jusqu'en 1752. me font espèrer de pouvoir fournir des moyens assurés de parvenir à une connoissance plus approfondie de ce redoutable mal. Mais avant toutes choses, je déclare, par rapport à ce que d'autres ont déjà dit avant moi sur la Nielle, & aux remèdes contr'elle, qui de tems en tems ont été annoncés dans les Nouvelles publiques comme infaillibles, que je m'en tiens aux réfléxions que je viens de faire sur la plûpart d'entr'eux ; & que d'ailleurs je ne marche exactement sur les traces d'aucun des Savans qui m'ont précedé dans cette carrière; quoiqu'il y en ait plusieurs dont les travaux pénibles & bien dirigés fournissent des preuves évidentes de leur capacité & de leur expérience, qui méritent la reconnoissance du Public. Indiquer toutes les idées & les tentatives, qui se rapportent à ce sujet, tout ce que les Savans & les ignorans ont jugé à propos de publier concernant la nielle des bleds, ce feroit une chose directement contraire à nos vuës, qui ne consistent pas à perfectionner l'histoire de la Nielle, mais à contribuer

tribuer, autant qu'il possible, à la plus parfaite connoissance de cette maladie. Si l'on est curieux de savoir jusqu'où je m'écarte des opinions précédentes, & de s'assurer que j'ai été plus loin que les autres, & par conséquent que j'ai mis les Naturalistes sur la voye de se former une doctrine plus exacte au sujet de la Nielle, on pourra suffisamment se satisfaire en comparant cette Dissertation avec les autres Ecrits qui ont été publiés sur le même sujet.

La Nielle, comme la plûpart des autres accidens funestes aux Plantes, est en général plus connuë par le fait que par l'examen. Si l'on a fait quelques découvertes sur sa nature, cela ne s'étend guères qu'à quelques especes particulieres de fleurs; & encore ne s'y est-on pas toujours pris avec l'attention & l'exactitude nécessaire. Toutes les Plantes de l'Univers sont néanmoins sujettes à ce mal; il se manifeste dans toutes les contrées, & presque dans toutes les saisons de l'année, au moins dans celles où les Plantes continuent à prendre leur accroissement d'une maniere naturelle, & sont par conséquent propres à être examinées. Il n'y a ni température, ni exposition, ou situation de terrain, qui en soit parfaitement exempte. Je ne prétens pas que la Nielle vienne de la température de l'air directement & sans exception; je veux dire simplement qu'on la rencontre dans toutes sortes de saisons. On ne pourroit pas donner des preuves certaines de la premiere de ces suppositions, puisqu'au contraire la véritable cause de la Nielle des bleds doit être principalement cherchée dans la négligence, & dans les mauvais arrangemens de ceux qui cultivent les terres. Ceci est beaucoup plus assuré que la plûpart des causes qu'on a coûtume d'alléguer.

Qu'il n'y ait aucune espece de Plante à l'abri de ce mal, c'est ce que la raison enseigne, quand on réfléchit solidement sur la structure organique de ces corps, & sur les mouvemens naturels qui s'y exécutent, tant en général, quand la force intérieure ou extérieure de l'air agit différemment sur les sucs prodigieusement subtilisés de toutes les parties des Plantes, & cela dans un tems plus que dans un autre; & même

même en ces moments, où la Nature agit en développant & poussant les parties fluides ; en particulier, par rapport aux mouvemens qui produisent l'extension des particules des fleurs les plus tendres & les plus délicates, jusqu'à ce qu'elles ayent atteint le point de perfection qui leur convient.

De plus l'expérience commune confirme suffisamment, que la Nielle existe, non seulement dans toutes les especes de Plantes, mais encore dans toutes leurs parties. Aussi, parmi cette multitude de Plantes, que j'ai eu occasion d'examiner depuis plusieurs années, je ne puis m'en rappeller presque aucune, où dans quelque occasion je n'aye remarqué de la nielle, une ou plusieurs fois, & dans leurs différentes parties.

Mais je n'ai pas laissé d'y observer fort bien cette différence, c'est que dans les jeunes Plantes, encore spongieuses & pleines de suc, aussi bien que dans les parties des Plantes qui étoient dans l'état d'accroissement, la Nielle étoit beaucoup plus forte & plus étendue, que dans les vieilles Plantes dures & séches, ou dans les parties qui avoient pris tout leur crû ; quoiqu'il y ait des tems où la Nielle attaque aussi celles-ci. En effet on la voit à de vieux arbres, arbustes, & autres Plantes ligneuses, qui ont cessé de croître, & tout à la fois dans le bois dur & dans l'écorce, tout comme dans les rejettons & les branches qui ont poussé nouvellement ; mais elle est bien plus fréquente dans les dernieres parties que dans les premieres, & si l'on ne s'en apperçoit pas toujours, c'est la multitude des feuilles qui en empêche. J'ai remarqué ici, qu'il est très rare que cette espece de nielle s'étende plus loin que les nouveaux yeux, ou les rejettons les plus tendres, qui périssent seuls, sans que cela ait d'autres suites. Cette Nielle est différente de celle des bleds ; & il me semble qu'on pourroit plutôt la nommer *carie des végétaux*. Car il y a une différence considérable par rapport aux petites Plantes qui n'ont qu'une racine annuelle, & par conséquent ne portent qu'une fois du fruit, après quoi elles meurent.

L'Ex-

L'Expérience nous fait encore connoitre d'une maniere certaine, qu'une Plante, plus elle est délicate, & plus ses parties sont tendres, (& celles qui le sont toujours le plus, ce sont les yeux, ou les rejettons qui ont nouvellement poussé, ou bien les fleurs mêmes,) plus aussi elle est exposée à souffrir de la Nielle, & cela précisement dans ces parties les plus tendres. Le cas arrive effectivement, non seulement à l'égard des fleurs, soit en tout, soit en partie, mais aussi dans les semences, ou graines humides, arrivées à une parfaite maturité, quoique beaucoup plus certainement dans celles qui ne sont pas mûres & parfaites, ayant encore le suc laiteux qui les rend plus tendres. La Nielle attaque surtout cette partie supérieure de la plantule seminale, qu'on nomme *plumula*; & pendant qu'elle se dévelope avec une extrême dèlicatesse, le mal gagne successivement, & vient du suc nourricier gâté dans les cotyledons.

Ainsi, quoiqu'il n'y ait, comme on l'a déjà dit, aucune partie des Plantes qui ne soit sujette à la Nielle, c'est pourtant aux fleurs qu'on la rencontre surtout; & tantôt elle les détruit entierement, tantôt elle se borne aux parties tendres de la fleur qui appartiennent essentiellement à la fructification, telles que sont le pistille & les étamines avec toutes leurs dépendances, dans le tems où leur évolution s'exécute; ce qui fait que peu à peu le reste de la fleur en souffre plus ou moins. Les autres parties de la plante ne paroissent pas à l'extérieur s'en ressentir precisément dans le même tems; ce qui devroit se manifester dans le premier état de la plante encore toute tendre; & cependant on ne s'en apperçoit que lorsqu'elle a pris entierement son crû.

Entre les fleurs elles-mêmes il y a quelque différence à remarquer, en ce que quelques unes sont plus aisément & plus fréquemment exposées à la nielle, que les autres. Ce sont celles qui, bien que simples, ne laissent par d'avoir beaucoup de pistilles, d'étamines, de glandules, de nectaires, &c. On peut mettre au même rang celles qui, dans un calice quelquefois simple, mais communément

ment composé, renferment plusieurs fleurs, par exemple, celles qu'on nomme *flores aggregati*, *compositi flosculosi*, *semiflosculosi*, *plantæ umbelliferæ*, *racemosæ*, *amentaceæ*, *spicis*, *strobilis*, *conisve donatæ*, & toutes les autres qui portent de gros bouquets bien garnis, lesquels avant leur dévelopement sont étroitement serrés & entassés dans des especes d'étuis, ou calices. Ces especes sont trop connuës pour que nous ayons besoin d'en faire ici l'énumération; & nous nous bornerons à indiquer ici pour toutes les autres la nombreuse famille des herbes, ou *gramina*. Ces herbes sont, ou sauvages, ou cultivées; les unes portent des semences d'une extrème petitesse, & ce sont les herbes proprement dites; au lieu que les autres produisent de gros grains, qui sont propres à servir de nourriture, & que les hommes employent à leur usage sous le nom de bleds, *cerealia*. Les herbes sauvages se reproduisent d'elles-mêmes, en conduisant leurs semences à une entiere maturité, à moins qu'on ne les en empêche en les fauchant trop tôt: la nielle s'y met rarement. Les bleds au contraire, aussi bien que toutes les herbes cultivées, dépendent particulierement des soins & des attentions de l'oeconomie & de l'agriculture; & les accidens qui leur arrivent, procedent le plus souvent de l'ignorance, de la négligence, de la précipitation, & de diverses mauvaises coûtumes qui ont lieu en labourant, en moissonnant, en recueillant, & en conservant ces productions de la terre. On peut en général, & sans en rejetter principalement la cause sur la température de l'air, affirmer avec certitude que, lorsqu'on coupe trop tôt les bleds, & surtout l'orge & le froment qui mûrissent un peu plus lentement, & qu'ensuite on les rassemble encore tout humides, & qu'on les entasse dans les granges, il en résulte plusieurs suites très fâcheuses, & qui méritent qu'on y fasse une extrème attention.

Parmi les Plantes sauvages il y a quelques especes où l'on trouve la Nielle, mais fort rarement. Telles sont les roseaux proprement dits, *Arundo*, le jonc nommé *typha palustris*; & entre les herbes celles qui sont appellées *carex*, *gramen anatum*, *panicum*, *lolio*, *lolium temu-*

temulentum, &c. Cela s'étend aussi à quelques Plantes, dont les fleurs ont dans leur structure quelque affinité avec les herbes ; comme les suivantes, *polygonum*, *persicaria*, *lapathum*, *pistorta*, & *fagopyrum*.

Pour venir aux especes de graines, ou bleds, elles éprouvent la Nielle véritable & proprement dite, qu'on appelle, pour la distinguer des autres accidens semblables, la Nielle des fleurs, *necrosis floralis*. Le seigle y est moins sujet, mais l'orge & le froment en ont beaucoup à craindre ; & elle n'est pas rare dans l'avoine & le millet. Le vrai fondement de cette différence est assez facile à découvrir pour un Observateur attentif de la Nature.

Ce qu'il faut particulièrement remarquer ici, c'est que la même nielle des fleurs se manifeste quelquefois dès les mois de Janvier, Fevier, Mars, & Avril, dans les Plantes étrangeres qu'on fait pousser de meilleure heure au moyen des serres ; & dans cette saison de l'année on ne peut pas attribuer le mal, comme on a coûtume de le faire, à quelque rouille, ou rosée, chargée d'une espece de farine, de miel, ou d'autres parties grasses & venimeuses pour les Plantes. Ce n'est pas que je veuille nier qu'il existe jamais des cas où une pareille rosée est préjudiciable aux Plantes ; mais les détails où j'entrerai dans la suite de ce Mémoire feront voir, que cette rosée n'a que fort rarement, ou peut-être jamais, de l'influence sur la nielle des fleurs, telle qu'on la trouve dans les bleds.

Je ne m'étendrai pas davantage pour le présent sur la diversité de la Nielle rélative à la différence des Plantes ; mais je ne considérerai uniquement que la nielle des bleds, comme un des accidens les plus dommageables aux gens de la campagne : puisque toute autre espece requiert une discussion toute particuliere.

Toutes les fois que pour mon instruction je me suis attaché à l'examen de quelque espece d'herbes, sauvages ou cultivées, sur lesquelles la Nielle avoit fait du dégât, je n'ai jamais manqué d'y observer les circonstances suivantes.

 Cet-

Cette Nielle ſe trouve, tant dans le froment d'hyver, l'orge hâtive, & l'avoine de Mars, que dans le froment d'été, l'avoine ordinaire, & la petite orge d'été, & cela toujours dans le tems où ces plantes commencent à pouſſer leurs tiges; après quoi la nielle devient toujours plus ſenſible, à meſure que les bleds en queſtion font ſortir leurs épics en fleurs des feuïlles qui leur ſervoient de gaines.

Dans les campagnes de *Berlin*, j'ai trouvé la Nielle indifféremment ſur l'orge & ſur l'avoine, ſoit qu'on les eut ſemées dans des terres expoſées à un air tout à fait libre, ſur des hauteurs, & dans des contrées ſablonneuſes vers le Midi & l'Orient, ou qu'elles euſſent été miſes dans un terroir gras, bas, humide, argilleux, & froid. D'autres campagnes qui étoient au Septentrion ou à l'Occident, entre des forêts ou des buiſſons qui les couvroient, n'en étoient pas plus exemtes; & il n'y avoit point de différence à remarquer non plus entre celles dont les unes avoient été enſemencées plutôt, & les autres plus tard. Tout ce qu'on pouvoit obſerver, c'eſt que la Nielle étoit une année avant les autres plus abondante ſur quelques terres que ſur le reſte; encore cela n'étoit-il pas bien certain, & ne s'étendoit qu'à des champs d'une médiocre grandeur: car il m'eſt arrivé de trouver ſur une ſuite de champs contigus, & partagés en pluſieurs ſubdiviſions, ici une nielle épaiſſe & abondante, tout près quelques plantes éparſes ſeulement qui s'en étoient reſſenties, & un peu plus loin point du tout. Quoique depuis pluſieurs années j'aye parcouru ſouvent & exactement la campagne dans l'intention d'obſerver la Nielle, & que je me ſois ſurtout donné beaucoup de peine pour examiner des champs ſéparés, je ne me flatte pas pourtant d'être en état de ne rien avancer ſur quoi l'on ne puiſſe faire fonds.

Dans le territoire de *Friſack*, de *Ferbellin*, & auprès de *Nauen*, auſſi bien que dans la contrée de l'Oder, autour des Villages & Métairies de *Wieſengrund*, *Sachſendorff*, *Hatenow*, *Reitwen*, *Manchenow*, *Tucheband*, *Letzſchin*, *Goltzow*, & *Wollup*, où ſe trouvent de grandes prairies d'une extrème fertilité dans les fonds bas & argil-

gil-

gilleux autour de *Selow* & *Zſchernikow*, & en delà de l'Oder près de *Görtz*, où l'on recueille beaucoup de froment & d'avoine, tant de la grande que de la petite eſpece, j'ai eu de tems en tems des occaſions de faire diverſes remarques là deſſus; mais elles n'ont pû encore me conduire à des réſultats déterminés & certains. Les terres mêmes qu'on ne laiſſe jamais repoſer, & qui portent tous les ans, n'ont différé à cet égārd en rien des autres, quoique les gens de la campagne débitent là deſſus dans ces quartiers bien des choſes, mais trop vagues pour y compter.

En parcourant les contrées que je viens de nommer, j'ai ſouvent rencontré, dans l'eſpace d'une verge quarrée, vint à trente tiges de froment, ou d'orge, les unes auprés des autres, gâtées par la Nielle; au lieu qu'en d'autres tems j'ai eu de la peine à en raſſembler dans tout un champ dix, éparſes de côté & d'autre. Si l'on compare cette inconſtance & cette inégalité, jointes aux différences de ſituation & de bonté du terroir dont on a fait mention ci-deſſus, avec la température des ſaiſons, & le tems avancé ou retardé de la culture des terres qui s'y rapporte, on ſera pleinement convaincu, que la Nielle des bleds ne dépend point proprement & néceſſairement de ces dernieres cauſes, & peut-être n'y a même aucun rapport; de ſorte qu'il faut en chercher de tout autres, qui ſoyent mieux fondées, & qu'on puiſſe alléguer avec plus de vraiſemblance. Il y a encore des gens, d'ailleurs fort entendus dans l'Agriculture, qui s'en tiennent à ces opinions, parce qu'ils n'en connoiſſent point d'autres; & cela les rend excuſables.

Pour venir préſentement aux tiges mêmes que la Nielle a endommagées, on ne ſauroit encore les diſtinguer des autres, tant que ces tiges n'ont pas fait leur jet, & que les épics avec leurs barbes ne ſont pas ſortis de l'étui des feuilles. La Nielle des fleurs demeure cachée tout ce tems là dans l'intérieur de la Plante, ſans ſe trahir par aucun ſigne ſuſpect, au moins dans la plupart des eſpeces de bleds. La figure, la grandeur, la ſituation, la couleur, l'odeur, le goût, l'éclat, & l'accroiſſement, demeurent à l'égard du reſte de la Plante

 frap-

frappée de nielle, dans un état naturel & parfait, pareil à celui des autres ; & la nielle qui demeure cachée dans les petites parties les plus tendres de la fleur, qui ne font pas encore dévelopées, n'eft pas capable, tant que les fleurs ne font pas ouvertes, de troubler le mouvement régulier & la filtration des fucs dans le grand corps entier de la plante ; au moins n'eft-ce qu'au bout d'un long efpace de tems qu'on peut s'en appercevoir. Mais, dès que les tiges de froment ou d'orge ont conduit à leur perfection les parties qui conftituent la fleur, & que les étuis des feuilles commencent à s'ouvrir un peu, pour laiffer paffage aux épics, (quoique ces foibles tuyaux ayent à peine un empan de hauteur, ou guères au delà,) il eft alors très aifé de trouver fur un champ entier de ces tiges enniellées ; & à la fin on peut les diftinguer de loin d'avec les autres.

N'ayant donc dans les commencemens, comme je viens de le dire, rien trouvé dans les plantes extérieurement qui pût les rendre fuspectes, (quoiqu'elles fuffent réellement atteintes de ce mal incurable,) & voyant qu'à la fin elles ne laiffoient pas de périr presque toutes, je dis presque, fans multiplication ultérieure, je me propofai d'en faire l'objet d'obfervations encore plus fréquentes, & d'autant plus attentives. Plufieurs tiges, proportionnellement à la bonté du terroir, avoient 6, 10, jusqu'à 16 tuyaux, comme plufieurs n'en portoient que 2 à 4, & la plûpart un feul. Mais toutes enfemble, à l'extérieur, étoient parfaitement femblables aux autres : toute leur furface ne préfentoit, ni à la vuë fimple, ni même à la loupe, rien de fufpect, qu'on pût attribuër, foit à des Infectes, foit à ces rofées que les gens de la campagne croyent chargées d'impuretés nuifibles.

Cependant, afin de ne pas courir risque de me tromper, en me bornant à l'examen d'un trop petit nombre de ces plantes gâtées par une nielle cachée, & pour ne laiffer échaper aucune circonftance capitale, ni aucune différence effentielle, fans y faire attention ; pendant plufieurs années, depuis le mois de Mai jusqu'à la mi-Aout, foir & matin, la température de l'air variant d'une fois à l'autre, & fur des champs

champs différens, j'ai comparé ensemble autant de tiges enniellées qu'il m'a été possible d'en rencontrer. Mais toutes ces attentions ne m'ont fait découvrir aucune exception remarquable, malgré toutes les traditions qui sont fermement reçuës à ce sujet.

Plusieurs de ces tiges gâtées, ayant déjà poussé quelques rejettons qui participoient au même mal, je les ai tirées de terre avec toutes les précautions possibles, & après avoir bien examiné les racines, je les ai trouvées parfaitement saines. La plûpart avoient de jeunes plantes à côté d'elles, & de nouveaux germes ; j'en transplantai quelques unes sur le champ, après les avoir rognées jusqu'aux deux derniers nœuds. Il y en eut auxquelles je retranchai tout ; d'autres furent transplantées avec toutes leurs branches enniellées, & les jeunes plantes, ou germes, qui s'y trouvoient jointes, sans en rien détacher, ni retrancher ; & elles crûrent de nouveau à l'ombre avec beaucoup de succès. Les tiges attaquées prirent leur accroissement en longueur & en largeur ; les jeunes plantes contiguës pousserent leurs tuyaux : & au bout de trois ou quatre semaines, les germes profondément enfoncés dans la terre produisirent encore des tiges toutes nouvelles.

Mais, avant que de transplanter ces tiges, je m'imaginai avec beaucoup de vraisemblance, qu'un nouveau terroir, en fournissant une meilleure nourriture, pourroit corriger le vice même des plantes, & je demeurai dans cette opinion, jusqu'à ce que j'eusse examiné de plus près, au moyen de la loupe, les jeunes plantes, ou nouveaux rejettons, qui avoient poussé autour de ces tiges. J'en mis donc les parties les unes après les autres sous le foyer de la loupe, pour découvrir.

1. Dans quelles parties proprement la Nielle commençoit à se manifester d'une maniere sensible ?

2. Dans quel tems cela arrivoit, & quel étoit celui où la Nielle s'étendoit ?

3. Si elle existoit tout à la fois, & se dévelopoit ensuite proportionnellement à l'accroissement des Plantes ; ou bien, si elle naissoit suc-

cessivement, dans le tems que certaines parties fort tendres venoient à éclorre, &c?

Autant qu'il m'a été possible de bien voir ces parties tendres des petites plantes qui avoient nouvellement poussé, le commencement de la nielle y étoit tout à fait sensible, soit à l'oeil, soit à la loupe; & plus la plante étoit considèrable, plus il étoit aisé d'appercevoir distinctement, que les particules des fleurs pressées, & fortement entassées au centre de la plante, étoient mortes, & que leur noirceur s'étendoit de plus en plus aux parties voisines. Cet accroissement de noirceur, ou plutôt cette contagion, que les parties gâtées répandoient dans la plante, alloit de jour en jour en augmentant, jusqu'à ce que le tuyau venant à sortir de sa gaine, l'épic eut pris une hauteur & une grosseur considérable.

Ces petites parties dont il s'agit ici, & que j'ai toujours trouvées les premieres endommagées par la nielle, étoient uniquement les parties essentielles des fleurs, sçavoir les étamines & les pistilles. Il n'y avoit qu'elles qui, dès le commencement, parussent entierement mortes, sans qu'on pût néamoins remarquer aucun changement dans la figure extérieure. Quelquefois ces envelopes intérieures & tendres, que les Botanistes appellent *glumas* & *corollas*, étoient mortes en même tems, & l'on n'en apperçevoit plus que quelques restes.

Sur les calices, qui sont des envelopes extérieures & plus dures, on voyoit en même tems des taches séparées, comme une poussiere d'un noir bleuâtre, ou d'un bleu foncé; ce qui est un indice déjà connu & infaillible dans la plûpart des plantes, de la nielle qu'elles renferment au dedans. J'aurai occasion de parler ci-dessous avec plus d'étenduë de la vraye constitution de ces parties actuellement détruites par la nielle.

Les Expériences que je viens de rapporter, & que j'ai eu occasion de faire, sur l'état intérieur de ces jeunes Plantes qui croissent à côté des tiges enniellées d'orge, ou de froment, lorsqu'elles ont à peine atteint

teint 3 à 5 pouces de hauteur, me convainquirent bientôt que je m'étois beaucoup trompé dans ma premiere conjecture; & il me fut aisé de prévoir que mon dessein de transplanter des tiges enniellées, dont les fleurs étoient actuellement mortes, & avec cela tout à fait imparfaites, n'auroit aucune réüssite, ni pour y apporter quelque changement, ni surtout pour les améliorer. Ce nonobstant, je ne perdis pas toute espérance de tirer, du moins après la transplantation, quelques nouveaux rejettons des nœuds de la racine, qui pussent porter quelques épics parfaits avec des fleurs & des semences; & cela d'autant plus que tout le reste de la Plante étoit encore sain. Mais à cet égard je me trouvai aussitôt trompé, quoique dans d'autres tems quelques essais, ou expériences, me rejettassent dans le doute, de façon à me persuader qu'il n'étoit pas impossible qu'une tige enniellée produisît un, ou divers épics parfaits. Néanmoins depuis ce tems là toutes les tiges enniellées d'orge d'été, & de froment, que j'ai transplantées, ont bien poussé de nouveaux rejettons, & produit d'autres plantes, mais il n'en est venu que des épics gâtés, ou même actuellement morts. J'ai souvent rencontré dans le millet tout le contraire de ceque j'avois remarqué dans le froment, l'orge, & l'avoine, comme je le ferai voir avec plus d'étenduë dans une autre occasion. D'ailleurs, quand quelque Plante est attaquée d'une maladie curable, on peut lui procurer du remède, soit par sa racine en changeant la nourriture qu'elle reçoit, soit par une bonne & abondante humidité qu'elle tire de l'air; mais, s'il s'agit d'une plante tout à fait jeune, qui a nouvellement germé, une semblable amélioration est beaucoup plus difficile & plus rare: on ne doit pas même l'espérer, lorsque le vice est caché jusques dans la moëlle.

La plûpart des nouveaux rejettons dont je viens de parler, n'étoient pas encore visibles dans le tems de la transplantation, comme je l'ai fort bien remarqué en les comptant; par conséquent il faut qu'ils soyent sortis depuis de la moëlle de la Plante. Cela me conduit à une conjecture tout à fait vraisemblable, c'est que quelquefois, dans une tige de froment ou d'orge, la moëlle est tout à fait enniellée; au lieu que dans

dans d'autres tems la nielle ne se rencontre que dans quelques uns des filets qui sortent de la moëlle, & c'est avec eux qu'elle se répand dans les autres parties de la Plante ; ce qui arrive plus vîte ou plus lentement, & au commencement tantôt dans une partie, tantôt dans une autre. C'est ce que paroit confirmer en quelque sorte la différence que j'ai remarquée dans les épics même d'orge & de froment que la Nielle avoit gâtés ; quelques uns étoient entierement morts & noirs, au lieu que dans d'autres il n'y avoit que les pointes extérieures qui fussent enniellées, les autres parties de l'épic étant saines. Dans d'autres la moitié inférieure ést morte, & celle d'enhaut dans son état de perfection ; ce qu'on doit aussi entendre des épics d'orge. Il ne faut pas non plus confondre avec la nielle cet accident qui arrive à quelques especes de bleds, où les grains entiers paroissent être évanoüis dans les épics ; ce qui ne vient que de ce que l'épic n'a porté que des fleurs mâles, qui, après avoir fleuri, ne laissent jamais de grains.

Telles sont les observations que mes essais m'ont donné lieu de faire, sur l'extérieur des tiges enniellées avant & après la transplantation. Mais, ayant dit ci-dessus que la nielle n'est point sensible au dehors des tiges avant que les épics ayent poussé, & qu'on l'appercoit seulement après cela aux barbes, ou aux calices de l'épic, il sera nécessaire de déterminer avec plus d'exactitude, où est son siège propre, en quoi elle consiste, & comment elle s'étend.

Chaque tuyau qui pousse sur une tige enniellée, avant l'entiere corruption qui se fait toûjours, mais lentement, des petits canaux & réservoirs par lesquels le suc coule de la surface dans l'intérieur, & avant l'obstruction totale de la moëlle, paroit entierement sain jusques dans ses pointes les plus extérieures & leurs divisions ; de sorte qu'à en juger par les apparences, il paroit propre à prendre son accroissement pour arriver à la figure naturelle, à la force, & à la grosseur qui lui conviennent ; mais, dès que l'épic se montre, on découvre distinctement le vice de la plante.

Les

Les fleurs au contraire, avec leurs dépendances, prennent seules dès le commencement la nielle entiere, sans que, ni la simple vuë, ni la loupe, puissent découvrir aucun indice extérieur de ce mal dans les petites queuës auxquelles elles tiennent, pas même lorsqu'elles ont pris tout leur accroissement. La différence qu'on remarque dans les tiges enniellées, consiste en ce que quelques épics avec leurs barbes ont atteint leur état de perfection, tandis que d'autres tout retirés sont étroits & minces, & demeurent tels, de façon qu'ils paroissent avoir à peu près péri.

Dans le premier cas, les paquets de nielle dans les épics, surtout dans l'orge, sont souvent excités au dévelopement, ou bien endurcis par une sorte d'humidité, de sorte que les épics conservent leur force ; au lieu que, dans le second cas, l'air séche & dissipe plus vîte ces amas nielleux ; ce qui fait qu'on ne trouve que des épics fort courts, & fort minces, & même quelquefois qu'on n'en trouve point du tout.

La loupe fait souvent appercevoir cette différence dans les jeunes plantes qui ont nouvellement poussé ; ce qui donne à connoître d'un côté que dans la premiere espece la nielle a fait tomber plus tard les parties extérieures des fleurs, & de l'autre qu'il faut que quelques unes de ces parties ayent été détruites plus lentement ici que dans la derniere espece. Quand on considère un épi d'orge enniellé qui est sorti de son tuyau, voici ce qui s'y présente à observer. Les enveloppes extérieures, (*involucra & glumæ*,) dont chacune en particulier, dans le cours ordinaire de la Nature, contient trois fleurs différentes, & qui a coûtume de résulter de l'assemblage de six feuilles terminées en pointe, sont tellement détruites dans la plûpart des épics enniellés, qu'à peine peut-on en découvrir quelques traces. Au contraire, les calices, ou envelopes intérieures, qui sont proprement au nombre de trois différentes, dont chacune envelope ses propres étamines & ses pistilles, conservent encore pendant quelque tems, au moins en partie, leur figure extérieure ; & il en naît des épics, tantôt plus courts

courts, tantôt plus longs, quoique tout le reste y soit actuellement mort.

Chaque fleur à part, dans laquelle sont contenuës trois étamines & un double style, se trouve ensemble avec les deux autres fleurs, dès leur premier dévelopement, tellement détruites par la Nielle, qu'on ne peut plus distinguer leur figure, leur grandeur, leur nombre, & la proportion de leurs parties. En effet, depuis que la pourriture les a dissous, elles n'ont pû continuer à se déveloper, mais depuis ce tems-là elles ont été réduites en paquets informes d'une poussière noire. Dans ces circonstances j'ai toujours trouvé, par rapport aux étamines & aux pistilles des fleurs de bled que la Nielle avoit attaquées, que, dès le commencement & avant tout le reste, elles avoient été entierement anéanties. Quand donc les épics dont les fleurs ont été ainsi détruites par la nielle, sortent de leurs tuyaux, & paroissent en plein air, ils sont d'abord d'un gris foncé, ou bien les envelopes qui ont été en partie conservées, leur donnent une couleur de plomb; & tant qu'il y reste quelque humidité, ils ont l'apparence de contenir des grains bien poussés, & d'une grosseur considérable. Mais ces apparences ne manquent jamais d'évanouïr, ces grains se desséchent, & peu à peu deviennent une poussiere noire comme du charbon, une espece de suye; ou bien les restes pulvérisés de toutes les fleurs, qui sont encore dans une ou plusieurs envelopes, se réunissent, & forment au bout de quelques jours un paquet informe, qui est d'une dureté notable.

Il ne faut pas au reste s'étonner que les parties intérieures des fleurs dans les especes de bleds, soient beaucoup plutôt détruites par la Nielle que leurs envelopes, puisqu'elles tirent leur corruption de la moëlle immédiatement & fort vîte, au lieu que les envelopes qui ont des fibres & des canaux dont la force & la fléxibilité sont plus grandes, peuvent résister bien plus longtems à une semblable corruption, d'autant plus qu'elles tirent leur principale nourriture des deux écorces. Les étamines au contraire & les pistilles sont tout remplis

de

de petits vaiſſeaux d'une extrème molleſſe, & pour la plus grande partie remplis de ſuc; ce qui ne leur permet pas de réſiſter à l'impulſion rapide & véhémente des ſucs endurcis & épaiſſis, à la force avec laquelle ils s'étendent, aux obſtructions qui en réſultent, &c. Cela fait que, dès qu'ils commencent à prendre leur accroiſſement, ils crévent aiſément, de façon que les autres ſucs extravaſés & croupiſſans dans la texture celluleuſe ſe fondent en quelque ſorte en une corruption promte & forte, & deviennent enniellés, ou ce qui revient au même, il en réſulte une mort complette. Si l'on ſuppoſe donc ici une ſemence imparfaite, & en quelque maniere à demi gâtée & attaquée, comme on en trouve effectivement de ſemblables, il eſt fort naturel de croire que ce vice vient de la moëlle des grains de ſemence, & que dans la ſuite de leur accroiſſement il peut s'y étendre, tantôt dans une partie, tantôt dans l'autre. Quel eſt le ſiège de la corruption dans la plante enniellée, & où elle prend ſon commencement, c'eſt ce que nous ferons voir dans la ſuite d'une maniere plus particuliere.

Les calices des fleurs ne ſont point entierement exempts de nielle, comme nous avons déjà pû nous en convaincre par l'expérience, qui nous découvre extérieurement ces petites taches, ſemblables à de la pouſſiere d'un bleu foncé, & qu'on doit regarder comme des ſignes d'une nielle intérieure. Il y a ſeulement cette différence certaine, c'eſt que dans toutes les eſpeces de bleds les étamines & les piſtilles, avec leurs calices propres, ſont dès le commencement tout à fait morts, quoiqu'à l'extérieur les calices des fleurs ne paroiſſent éprouver l'effet de la nielle que peu à peu & fort lentement, & qu'en partie leur mort n'arrive que pendant le dévelopement des épics, ſçavoir quand le tuyau a atteint à peu près ſa groſſeur ordinaire. C'eſt ce qui rend extrèmement vraiſemblable, que les parties intérieures des fleurs qui ſont mortes, produiſent des ſucs gâtés & enniellés, qui paſſant par le tiſſu celluleux ſe répandent ſucceſſivement dans les autres parties. On peut s'aſſurer de la poſſibilité de cette ſuppoſition, en conſidérant la ſituation, la liaiſon, & la diſtribution des vaiſſeaux

qui conduisent le suc du siège de la fructification aux étamines & aux pistilles, & qui s'étendent en même tems, en formant des conduits séparés, pour se rendre dans les envelopes & les feuilles des fleurs.

Ceci pourra suffire par rapport aux épics d'orge gâtés par la nielle. Nous allons à présent considérer d'une façon plus particuliere les grains enniellés, ou les paquets de poussiere nielleuse, qui restent après la destruction des fleurs, & qu'on trouve dans les épics; & pour répandre plus de jour sur cette matiere, nous rapporterons quelques Expériences qui la concernent.

La poussiere dans laquelle les fleurs des bleds sont réduites par la nielle, s'offre à la simple vuë comme une poudre extrèmement fine, du noir le plus foncé; & cependant elle ne laisse pas d'être si grossiere, que mise dans l'eau elle ne passe pas aisément par le filtre, ou plutôt elle n'y passe point du tout. Quand on met de cette poussiere sous la loupe, on voit qu'elle est composée de morceaux d'une rondeur oblongue, & en partie cylindriques, de diverse longueur, qui sont mêlés ensemble, & placés d'une façon tout à fait irréguliere. Dans une goutte d'eau ces grains d'eau se montrent pendant quelque tems d'une maniere un peu plus distincte, quoique sans subir aucun changement; mais, dès qu'ils sont imbibés, cette distinction s'évanouït.

La figure propre que cette poussiere nielleuse irrégulierement dispersée fait paroitre, quand on la voit à travers la loupe, pourroit aisément être prise pour celle de vers morts, par un Physicien qui en jugeroit avec précipitation, & auquel l'expérience manqueroit, surtout s'il n'en voyoit pas une quantité considérable à la fois, & qu'il n'eut pas occasion de considérer à diverses reprises ces parties de poussiere, lorsqu'elles sont encore réunies ensemble, & qu'elles ont conservé leur situation naturelle. Cependant, à l'aide de la loupe, on ne doit pas tarder à s'appercevoir que ces petits grains de poudre immobiles, qui ont la forme de vers, ne sont autre chose, considérés dans leur réunion, ou séparément, que de véritables débris des petits vaisseaux où le suc couloit, qui ont été tout à fait suffoqués & comprimés; après

ſprès quoi l'air les ayant deſſéchés, ils ont éclaté. Il paroit que les ſucs épais & gâtés qui y ont croupi, les ont tout à la fois obſtrués, & extraordinairement diſtendus; & ils conſervent parfaitement à la loupe leur couleur d'un noir de charbon. Si quelquefois, dans le tems où les épics enniellés, pleins de ſuc, ſortent des feuïlles qui leur ſervent d'étui, il ne ſe rencontre point certaines eſpeces d'Inſectes très petits, qui y dépoſent leurs œufs, comme dans un lieu propre à leur nourriture; c'eſt ce que je ne conteſterai pas, quoique je n'aye jamais obſervé rien de ſemblable. Mais à plus forte raiſon je ne ſaurois l'affirmer. Je ne ſerai donc pas plus diſpoſé à confondre cette circonſtance particuliere avec la vraye nielle des fleurs, que celle qui vient du vice fort connu de l'ovaire, qu'on rencontre dans les fleurs de ſeigle, & que nous déſignons en Allemand par le nom de *Zapffen-Korn*, ou *Mutter-Korn*. Beaucoup moins encore mettrois-je ici en ligne de compte ces grains gâtés, que Mr. *Needham* avoit reçus de Portugal, ou d'ailleurs, & dont il a donné la deſcription accompagnée de ſes Obſervations; puiſque c'eſt un cas entierement différent de la nielle.

En continuant à examiner les parties de la pouſſiere nielleuſe, lorsqu'elles ſont toutes liées entr'elles, on achéve de ſe convaincre qu'elles ne ſont autre choſe que des reſtes réels de pellicules réticulaires & tranſparentes, dans lesquels les vaiſſeaux qui contiennent le ſuc ſont demeurés par rapport à leur figure, leur ſituation, leur nombre, & leurs proportions, dans le même état de liaiſon que requiert un ſemblable tiſſu rétiforme, & tels qu'on a coûtume de les trouver dans les petales & dans les calices des fleurs.

On peut s'en faire une idée aſſez juſte, ſi l'on ſe repréſente le ſquelete d'une feuïlle qui a été renduë transparente par une macération qui a précédé. Quelquefois auſſi les parties réunies de la pouſſiere nielleuſe reſſemblent tout à fait à de l'amorce, telle qu'elle ſe montre à la loupe. Il n'eſt pas rare auſſi que cette même pouſſiere ait tout à fait l'air à l'extérieur d'une pellicule écailleuſe, que l'on remarque

aisément dans les Jardins annuellement, toutes les fois qu'on tire de la terre, ou qu'on y met certaines plantes à cayeux, dont la vieillesse représente au naturel les plus beaux tissus, comme on peut l'observer dans les bulbules du saffran, du glayeul, de la *Victorialis longa*, & de plusieurs autres.

Ce que je viens de dire du tissu, de la couleur, & des autres caractères de la poussiere nielleuse, tels que je les ai découverts à la loupe, doit être particulierement entendu de la nielle des bleds, & des plantes dont la structure est analogue; car dans d'autres ces circonstances peuvent varier. En effet quoique la noirceur, par exemple, se trouve en général dans les plantes enniellées, & c'est par où elles sont principalement reconnoissables, elle ne laisse pourtant pas d'avoir des différences considérables, suivant la différente structure des Plantes, & de leurs parties, aussi bien que rélativement à leur âge, à la nature des sucs, & à la solidité des fibres. Quelques unes conservent encore longtems dans des parties mortes un suc noir; dans d'autres on trouve une farine humide, ou une suye séche. Les plantes qui sont plus solides & leurs parties offrent le plus souvent une espece de charbon; & dans quelques plantes aqueuses, j'ai trouvé une matiere noire, friable, & spongieuse. Mais avec la noirceur qui se trouve dans toutes, l'indice capital c'est la mort, ou mortification complette de toutes les parties d'une plante; par où l'on peut connoitre bien distinctement ce qu'il y a d'essentiel dans la nielle extérieure des bleds, & la distinguer en tout tems de quelques autres accidens qui y ont du rapport. Car, quoiqu'on trouve constamment la couleur noire jointe à la nielle, l'entiere mortification (*necrosis*) de toutes les parties demeure pourtant la marque principale, de façon que la noirceur ne peut pas être prise seule pour telle dans toutes sortes de cas. Dans quelques plantes la nielle est jointe à une callosité de toutes les parties; dans d'autres elle vient à la suite de la callosité qui s'est manifestée dans certaines parties. Il y en a où la nielle est placée au centre des parties devenues calleuses & endurcies; mais on en trouve plusieurs où tout est mort, noir, & ré-

réduit en suye, sans qu'on puisse découvrir rien de calleux, ni de durci. Réciproquement la callosité & la dureté peuvent exister sans aucun mélange de nielle.

En comparant les essais & les expériences dont j'ai rendu compte jusqu'ici, on ne doutera pas un instant, combien il y a peu de fondement dans l'opinion commune au sujet de la nielle, & dans les prétendues expériences que les gens de la campagne ont coûtume d'alléguer en sa faveur. Néanmoins je ne révoquerai jamais en doute, qu'une mauvaise saison, surtout quand elle se trouve jointe à une culture irréguliere des terres, peut en général beaucoup contribuer à multiplier & à étendre la nielle des bleds ; mais la principale cause de ce mal ne sçauroit être cherchée proprement, ni constamment, beaucoup moins uniquement, dans la température de l'air, mais elle réside plutôt pour l'ordinaire dans la corruption de la semence. Je suis bien moins disposé encore à compter au nombre des véritables causes de la Nielle, & spécialement de celle des fleurs, le dégât fait par les Insectes, ou les prétendues pluyes de miel & de farine, aussi-bien que diverses autres choses qu'on s'efforce d'appliquer ici, & que je n'ai jamais remarquées dans les tiges enniellées. La semence pleine d'un suc laiteux, qui n'a pas sa maturité, & qui est en partie imparfaite ; ou bien cette même semence déjà mûre, mais encore fraîche & tendre, & qui a contracté trop d'humidité, sont beaucoup plus propres à rendre raison de la Nielle, que toutes ces autres causes auxquelles on a eu recours jusqu'à présent. Les gens de la campagne, à la reserve d'un petit nombre qui ont de l'intelligence, ne sont pour l'ordinaire pas fort attentifs aux circonstances des phénomenes ; & il ne leur arrive guères de soupçonner qu'il faille chercher les causes de celui-ci dans l'état de la semence. Il est donc essentiel d'entrer dans l'examen détaillé de toutes les causes qui peuvent gâter dès le commencement des grains que l'on a recueillis & renfermés trop tôt, *avant qu'ils ayent été tous également séchés ; ou même que l'on a serrés lorsque quelque humidité s'y étoit répandue. Il faut, dis-je, considérer tout ce qui peut changer cette humidi-*

midité en moisissure, & en général disposer les grains de telle sorte, que venant à s'échauffer, non seulement leurs sucs laiteux acquierent de mauvaises qualités, mais encore la moëlle de la partie supérieure de la plantule seminale, qui est destinée à produire les fruits & les semences, s'échauffe pareillement, & devienne aussi vicieuse : d'où s'ensuit que, dans le dévelopement de toute la Plante, ces parties gâtées meurent entierement.

Mais la Raison & l'Expérience répugnent de concert à la supposition qu'on fait ordinairement, que dans les fleurs attaquées de la nielle, telles que je les ai observées, il y a actuellement des grains enniellés, qui, bien que réellement morts & détruits, conservent pourtant la force de propager leur espece vicieuse, comme si c'étoit une espece particuliere. L'existence de grains actuels de semence ne sçauroit être admise ici, puisqu'il n'y a encore aucune fleur de passée. Et comment d'ailleurs une chose morte pourroit-elle être en même tems vivante, & produire quelque chose de vivant ? Au contraire la contagion dans les grains laiteux, & qui ne sont pas encore secs ; ou pour m'exprimer plus distinctement ; la corruption d'autres grains qui étoient sains, est quelque chose d'entierement différent, qui procede de l'humidité, lorsque l'échauffement venant à s'y joindre fait que la pourriture pénétre & gagne toujours plus loin. Des grains dans cet état méritent à bon droit le nom de grains enniellés, puisque ce sont eux qui produisent effectivement les plantes attaquées de la Nielle ; au lieu qu'un épic enniellé, comme on l'a déja remarqué, ne renferme point de grains de cette espece, mais qu'il s'y trouve uniquement des paquets de nielle en poussiere.

Les divers moyens de purification qu'on a coûtume d'employer contre la Nielle, comme le souffre, la chaux, & d'autres semblables, paroissent être fondés sur les fausses opinions que nous avons rapportées ; peut-être que, s'il ne s'agissoit que de laver la semence, il suffiroit de la mêler dans l'eau avec un sable de riviere grossier : mais, quand des grains échauffés sont devenus réellement vicieux, il est bien difficile

difficile de croire que le souffre, ou la chaux, puissent venir à bout de les rétablir. Ceux qui ont de justes idées d'un grain de semence, de ce qui constitue sa perfection, & de la température proportionnée qui doit régner dans ses sucs nourriciers, ne se persuaderont jamais, qu'une semence qui, n'ayant pas mûri, est demeurée imparfaite, ou qui, s'étant échauffée, a souffert une altération actuelle, puisse revenir à un état convenable, en la pénétrant des particules volatiles & salines du souffre & de la chaux; & cela d'autant plus que les végétaux ne sçauroient supporter l'action d'aucune substance concentrée & véhémente. Il seroit au moins nécessaire de s'assurer du fait par des essais accompagnés de toutes les précautions possibles, d'après lesquels on pût porter des jugemens solides, au lieu de ces conclusions précipitées qui sont si fort en vogue.

Le but que je me propose ici, étant d'arriver à une détermination exacte de la Nielle des bleds, je crois qu'il est à propos de m'expliquer en peu de mots au sujet des deux sortes d'accidens susmentionnés qui y ont du rapport, & entre lesquels est celui que nous nommons *Affter-Korn*, &c. On les a compris jusqu'ici sous la dénomination commune de Nielle, & l'on pourroit s'en servir pour me faire des objections, destituées à la vérité de tout fondement. La Nielle des bleds, que j'ai appellée *Nielle des fleurs*, consiste toujours dans une mortification & destruction lente & entiere de toutes les parties qui appartiennent à la fleur & au fruit, mais non dans une destruction des grains & des semences, déjà arrivés à leur perfection. Car là où la fleur est détruite, il ne sçauroit s'engendrer aucun grain. Le principe de cette Nielle est déjà dans le grain qui a été semé, & même dans la moëlle de la plantule seminale; il s'étend à mesure que la semence vient à germer, & gagne imperceptiblement dans la jeune plante, tant que son dévelopement dure, sans qu'il puisse jamais arriver que la fleur se déploye, ni que le grain de semence soit engendré. Mais, quand l'épic a commencé à paroître, cette nielle y fait des progrès rapides, & parvient bientôt à sa perfection & à son comble.

En ſuivant le fil de ces circonſtances, qui ſont toutes fondées ſur l'Expérience, il eſt aſſez évident, que la Nielle des bleds, qui n'eſt véritablement autre choſe que la Nielle des fleurs, doit être également diſtinguée de celle qui eſt connuë ſous le nom de *Zapfen-Korn*, ou *Affter-Korn*, & de cette corruption d'une graine étrangere, ſur laquelle Mr. *Needham* a communiqué ſes obſervations. Car l'accident qui arrive aux bleds qui fleuriſſent, & que les fleurs éprouvent en plein air, connu en Latin ſous le nom de *Clavus*, & en Allemand ſous ceux de *Brand-Korn*, *Mutter-Korn*, *Zapfen-Korn*, *Affter-Korn*, & *Stein-brand*, eſt entierement différent de la Nielle dont il a été queſtion jusques ici. C'eſt Mr. *Linnæus* qui lui a impoſé, avec beaucoup de raiſon, à ce qu'il me ſemble, le nom de *Clavus*. On le trouve non ſeulement dans quelques eſpeces d'herbes, comme le *gramen anatum*, (*Schwaden-graſſe*,) le *panicum*, ou queüe de renard, &c. mais auſſi dans quelques eſpeces de bleds, parmi lesquels il faut compter l'orge, quoique rarement; ſurtout dans le ſeigle, quand il eſt dans un ſable brûlant où l'on a mis trop de fumier, & que dans le tems de la fleur il n'a point reçu de pluye. On remarque le même accident aux tiges de ſeigle, qui viennent quelquefois d'elles-mêmes ſur des couches de fumier ſéches; mais je ne l'ai jamais apperçu dans le froment. Le *Clavus Linnæi*, ou *Affter-Korn*, appartient aux vices dont peut être attaquée une tige de bled qui prend ſon accroiſſement en plein air, lorsqu'elle eſt dans toute ſa fleur; & ſurtout quand des pluyes abondantes ſe trouvent entremêlées à de violentes chaleurs, ou ſimplement quand il régne des vents chauds: ce qui gâte, dès le commencement, les étamines des fleurs, & les fait ſécher.

Ce fâcheux accident arrive auſſi fort ſouvent, lorsqu'un Inſecte extrèmement petit, que Mr. *Linnæus*, dans ſes *Animal. Suecan.* p. 67. définit *Scarabæus minimus ater florilegus*, ou quelque autre eſpece de vermiſſeau, à laquelle on ne peut pas toujours prendre garde, ronge certaines parties des fleurs, ou ne fait peut-être qu'y mordre, à cauſe de leur ſuc, qui a la douceur du miel. Il arrive en conſéquence que,

ces

ces parties des fleurs venant à manquer, où étant privées des ſucs qui devroient les remplir, ſe gâtent, & s'affaiſſant ſur l'ovaire qui n'eſt pas encore entierement diſpoſé à la fructification, le compriment ſi fort que ſa pellicule extérieure eſt obligée de créver.

La même défectuoſité peut avoir lieu, lorſque de trop longues pluyes ſont cauſe que, pendant l'effloreſcence, l'humidité s'amaſſe dans les calices, & dans le petit fruit tendre, y croupit, & comme l'expérience en fournit de fréquentes preuves, y cauſe une moiſiſſure, de façon qu'elle dévore la pellicule extérieure; ſans compter que le ſuc mielleux eſt retenu par là, & que la ſécretion convenable ne ſçauroit s'en faire, comme elle arrive, & doit arriver dans les autres fleurs, au tems de l'effloreſcence.

Les étuis, ou capſules des ſemences fructueuſes, ſe dilatant & venant à créver, de la maniere qui vient d'être rapportée, ſont en partie détruits, & prennent en partie leur accroiſſement avec le grain imparfait qui s'y trouve, & deviennent calleux.

Mais comme ces parties gâtées privent en même tems les autres grains de l'épic de leur nourriture, elles parviennent à une groſſeur irréguliere & inaccoutumée, qui ſurpaſſe de 4 à 6 fois l'état naturel.

Un autre accident encore du même ordre, qui répand quelque jour ſur l'accroiſſement contraire à la Nature de ſemblables grains de ſemence, ſe rencontre chez les hommes & les animaux, dans les glandes qui ſont derriere les oreilles, au deſſous des jouës, &c. qui parviennent quelquefois à une telle groſſeur, que leur peau commune ſe déchire, ou qu'elle eſt rongée. Toute la ſubſtance de ſemblables grains, qu'on appelle *Affter-Korn*, eſt calleuſe, farineuſe, & d'un blanc bleuâtre, tandis que la couleur extérieure eſt noire. Le ſuc vicieux qui s'y trouve contenu, paroit avoir une acreté fluide toute particuliere, qui peut donner lieu à des maux ſinguliers, de l'eſpece des crampes, & qui vont juſqu'à rendre eſtropié, quand, par exem-

 ple,

ple, dans certaines années les gens de la campagne, mêlent beaucoup de ces grains dans leur pain, & surtout lorsqu'ils le mangent chaud.

On trouve aussi de l'analogie entre les grains susdits, & ces grosses excrescences calleuses & informes, qui surviennent aux prunes dans les années où la fleur des prunes sort d'un ovaire qui a poussé d'une maniere contraire à la Nature, & sans qu'il y ait aucun grain qui y soit renfermé. Ces fausses prunes ont un goût agréable, & il ne s'y trouve aucune propriété nuisible ; elles deviennent plutôt meures que celles qui renferment leur noyau. En Thuringe & ailleurs on les appelle *Schaf-Sæcke*, & *Schaf-Mäuler*. Je laisse à d'autres à décider, si l'on possede, ou si l'on peut trouver, quelque moyen efficace contre la formation des grains susdits, & de ces autres productions défectueuses, tant que les saisons & les insectes seront des choses entiérement indépendantes de nous.

Pour dire à présent quelque chose briévement de l'autre espece d'accident, qui se manifeste dans les grains de seigle parfaitement mûrs, & qu'on a déjà fait sécher, voici les remarques qui peuvent éclaircir cette matiere. Quelques Naturalistes ont été dans l'idée que la Nielle des bleds étoit une maladie que la chaleur occasionnoit dans les grains de semence. Mais, si l'on fait bien attention aux détails que l'exact *Needham*, & d'autres, nous fournissent sur de semblables grains étrangers de seigle, on trouvera qu'ils avoient été gâtés par les vers, & qu'ils ne sauroient être rapportés en aucune façon à la Nielle des fleurs que j'ai décrite. Il ne m'a jamais été possible de trouver des grains dans cet état parmi notre froment, avoine, orge, millet, &c. enniellés. Quelles sont les circonstances préjudiciable aux grains de seigle en Barbarie, ou même en Portugal, qui font que les vers s'y logent, en tirent leur nourriture, & s'y propagent ; c'est une autre question, qui ne peut être traitée que par ceux qui, étant sur les lieux, ont le tems & la patience nécessaires pour de semblables recherches. Peut-être qu'il arrive à ces grains de suer ; peut-être qu'ils sont endommagés lorsqu'on les charge sur des vaisseaux, ou qu'on les en décharge ;

peut-

peut-être que les pluyes ou l'eau de la mer leur donnent de l'humidité, peut être qu'ils s'échauffent dans les Magazins. De quelque maniere que les choses se passent, ce doit pourtant être deux cas différens, que celui où du seigle bien mûr & exactement séché se gâte dans les Magazins, ou sur les vaisseaux par quelcune des causes qu'on vient d'indiquer, ou qu'une espece particuliere de vers le ronge ; & le cas dans lequel le suc encore laiteux qui se trouve dans une semence assez éloignée de sa maturité & de sa perfection, surtout vers le tems où cette semence acheve d'être nourrie par la plante qui la porte, vient à s'échauffer & à se gâter, de façon que dans la suite elle produit des plantes dont les fleurs sont enniellées. Il suffira pour le présent d'avoir parlé d'une maniere succinte de ces accidens qui ont été confondus jusqu'à présent sans aucune raison avec la Nielle. Je ne me flatte pourtant pas d'être arrivé sur ce sujet au dernier degré de précision. Je ne laisserai pas d'essayer encore, si je puis dire quelque chose de plus certain qu'on ne l'a fait sur la génération de la Nielle ; & c'est par là que je vais continuer mes remarques.

Mais, pour toucher de plus près au but, il faut que j'expose d'une maniere distincte ce que l'Histoire naturelle nous apprend des qualités d'une semence parfaite & mûre, afin de l'appliquer avec succès à l'explication de la nielle des bleds ; car cet état de maturité & de perfection étant une fois bien connu, il est aisé d'en conclure quels sont les caractères d'une semence imparfaite, qui n'est pas encore mûre, ou même qui est gâtée. Aussi-tôt donc que le tems arrive, qui est destiné par la Nature à l'accroissement annuel des Plantes, elles ne manquent jamais de préparer & de former au dedans d'elles, dans l'une ou dans l'autre de leurs parties, les tendres plantes nouvelles & à venir, qui doivent servir à leur multiplication future, & à la conservation de l'espece ; ou bien il faut qu'il existe déjà des productions médullaires séparées, qui sont actuellement toutes formées, & qui doivent se détacher de la plante où elles existent, lorsque le tems de son accroissement sera fini. Le premier cas a lieu dans toutes les plantes qui

 ont

ont des yeux, des cayeux, des rejettons, &c. le ſecond ne comprend que les ſemences.

Le grain de ſemence conſidéré comme un reſervoir, contient, outre 1, 2, 3, ou plus de cotyledons, le cœur, ou le germe, qui n'eſt autre choſe que la plante à venir en mignature. Cette tendre plante ſe diviſe en deux parties, qu'on appelle *plumula*, & *roſtellum*; & elle eſt régulierement agencée dans ſon reſervoir par le concours déterminé des plus petites particules qui ſervent à la former; elle y eſt nourrie; elle s'y étend, ſe dévelope, & devient auſſi complette qu'il eſt néceſſaire, pour ſe trouver diſpoſée à l'accroiſſement qu'elle recevra dans dans ſon tems. La formation entiere & le dévelopement de cette tendre plante encore en ſemence, dépendent inconteſtablement d'une certaine direction & diſpoſition eſſentielle du tiſſu extrèmement fin des canaux; & il eſt de toute néceſſité que l'ordre qui y régne ne ſouffre aucune atteinte depuis les premiers rudiments de la formation jusqu'à ce que la ſemence ait obtenu le véritable point de la perfection qui lui convient. Cependant tout cela ne ſerviroit encore à rien, & ne répondroit en aucune maniere aux vuës de la Nature, ſi avant toutes choſes le grain de ſemence n'étoit fécondé par la pouſſiere des fleurs, ou pour dire la choſe plus exactement, ſi cette fécondation n'avoit pénétré jusqu'au cœur, & au germe qui occupe le centre de la plante actuellement en ſemence.

Les cotyledons conſiſtent en une ſubſtance celluleuſe, ou ſpongieuſe, qui ſuce, prépare, & conſerve les ſucs nourriciers, qui ſont l'aliment convenable à la petite plante encore extrèmement tendre. Cette ſubſtance reſſemble aux feuilles, en ce qu'elle eſt, comme elles, renfermée & preſſée de toutes parts dans un fin tiſſu de vaiſſeaux, par lequel elle eſt très étroitement unie à la plante ſeminale, & qui ſervent à y conduire le ſuc nourricier duëment préparé. On doit donc faire également attention ici à la perfection néceſſaire dans la ſtructure tant de la plante ſeminale, que des cotyledons, auſſi bien qu'aux qualités dont le ſuc nourricier doit être pourvû. Quant à celui-ci en géné-

général, il varie beaucoup, rélativement à la difference des semences, & de leurs degrés de maturité. Dans l'orge, par exemple, & dans plusieurs autres plantes, il est blanc, doux, ayant les apparences de lait, aqueux, plus ou moins terrestre, & tenant de l'écume; & il n'est pas rare d'y trouver des indices d'un vrai sel moyen. Plus les semences sont tendres & petites, c'est à dire, plus elles sont distantes du point de leur maturité & de leur perfection; & plus les sucs qui y coulent, sont déliés, fluides, & tempérés. Avant que le grain de semence ait atteint sa perfection, & se trouve susceptible d'accroissement, ce suc y existe déjà; & non seulement il le nourrit jusqu'à son entiere maturité; mais il lui sert encore d'aliment, lorsque dans la suite venant à germer, la nouvelle plante seminale se dévelope, jusqu'a ce qu'elle soit en état de tirer elle-même par ses racines une nourriture plus grossiere de la terre.

Une des propriétés essentielles de ce suc nourricier est entr'autres, que ses particules sont tellement constituées, qu'à l'aide de l'humidité qui pénétre du dehors au dedans de la semence, il peut être dissous & atténué, & par conséquent se répandre dans toute la substance de la tendre plante seminale, en parcourant avec une même régularité & une égale vitesse le tissu infiniment fin des vaisseaux dans lesquels coule le suc. Si, pour mieux expliquer notre pensée, nous faisons des suppositions directement contraires à celles qui viennent d'être proposées au sujet de la maturité & de la perfection d'un grain de semence, on pourra en tirer des conclusions satisfaisantes, tant par rapport à une semence imparfaite, & qui n'est pas encore mûre, que par rapport à une semence devenuë déjà vicieuse avant sa maturité.

En effet les semences fructifiantes, douces, glaireuses, & plus ou moins semblables au lait, peuvent aisément prendre des qualités contraires à la Nature, lorsqu'elles sont à demi mûres, imparfaitement séches, ou même tout à fait humides, dans le tems où elles sont recueillies & entassées l'une sur l'autre, de sorte qu'elles ne tardent pas à s'é-

à s'échauffer, ou à contracter de la moisissure. C'est ce dont on ne sçauroit douter le moins du monde, quand on consulte les lumieres de la raison, & celles de l'expérience. Il n'est donc pas nécessaire que nous entrions ici dans un détail de preuves, dès-là que nous savons que la coction & la putréfaction, en agissant sur les substances glaireuses, douces, & terrestres, sont capables de les altérer, de les dissoudre, de les corrompre, &c. Si nous supposons de plus qu'une pareille substance glaireuse est composée d'un amas de phlegmes, d'une terre subtile, d'un acide extrèmement délié, & d'une petite quantité d'inflammable, cela nous fera conjecturer bien aisément comment l'union de semblables principes est si tôt détruite par la coction & la putréfaction.

Pour revenir à présent aux semences imparfaites, & qui ne sont pas encore mûres, les circonstances qui viennent d'être indiquées, se trouvent en plus grand nombre dans les unes, & en moindre dans les autres, surtout certaines années où la saison demeure trop longtems froide & humide, dans les lieux où la culture de la terre est mal exercée, comme aussi dans les especes de bleds, qui de leur nature mûrissent un peu plus lentement. N'est-il donc pas naturel de chercher la source de la Nielle dans ces causes, préférablement à tout autres ? Elle est ensuite augmentée par le défaut de précaution avec lequel les grains sont trop tôt recueillis, & rassemblés dans les granges. Quoique puissent donc y opposer, sans aucun fondement solide, les gens de la campagne, nous croyons que le plus haut degré de vraisemblance se trouve dans notre explication de la Nielle ; & nous allons montrer que ce n'est pas une opinion fondée sur de simples conjectures, ou sur des expériences incertaines.

Entre les especes de bleds, celles qui produisent leurs grains dans de longs épics, peuvent, suivant la différence de la saison, de la culture, du terroir, de la semence, & de la tige même, porter tantôt beaucoup, tantôt peu de grains imparfaits ; & quand il ne s'en rencontre point du tout, c'est une marque assurée que toutes les circonstan-

ſtances favorables à la végétation ſe ſont parfaitement réünies ; ce qui arrive très rarement. Du reſte, ſuivant l'état naturel des choſes, il ſe trouve déjà une triple, ou quadruple, différence des grains dans tous les épics, par rapport à la bonté. Communément ceux qui ſont placés le plus bas & les premiers ſont les plus parfaits, & doivent par conſéquent être ceux qui produiſent les Plantes les plus fortes ; au lieu que ceux qui les ſuivent, quoiqu'ils ſoyent à la vérité encore bons, ne valent pourtant pas autant que les premiers, & ne produiſent que des Plantes médiocres, dont l'accroiſſement dépend beaucoup de la ſaiſon & de la bonté du terroir. Les autres grains qui ſont vers le haut, au delà de la moitié des épics, ſe montrent d'une qualité conſidérablement inférieure, & le plus ſouvent ne pouſſent que des plantes fort foibles, chétives, vicieuſes, & monſtrueuſes, qui s'améliorent à la vérité par rapport à l'extérieur de la fleur & du tuyau, mais quand, après avoir fleuri, elles doivent porter des ſemences, elles montrent leur foibleſſe & leurs défauts, auxquels il n'eſt plus poſſible enſuite de remédier.

La quatrième & dernière ſorte de grains, qui ſont tout à fait à la pointe des épics, eſt la plus imparfaite ; ces grains n'ayant pas acquis une maturité ſuffiſante, demeurent pour la plûpart ſans force, ils ſe ſéparent difficilement de leurs épics, lorsqu'on bat le bled, & il eſt rare, ou plutôt il n'arrive jamais, qu'ils germent bien en terre.

Cette différence entre les grains peut être appliquée à presque toutes les autres Plantes qui portent leur ſemence, & elle eſt très connuë de toutes les perſonnes intelligentes dans l'œconomie champêtre ; qui, lorsqu'elles recueillent leurs grains, ſe débarraſſent autant qu'il eſt poſſible de ces ſemences imparfaites, ſoit en battant les gerbes, ſoit en jettant le grain par pêlées.

Les cauſes de cette différence entre les grains de bled, n'ont pas beſoin d'être expoſées plus au long, puisque l'hiſtoire de la végétation les donne ſuffiſamment à connoître. Tout ce qu'il eſt néceſſaire d'ob-

ſerver ici là deſſus, c'eſt que l'épic le plus parfaitement mûr n'eſt jamais tout à fait exempt de ces foibles grains, mais qu'ordinairement ils y ſont en fort petit nombre en comparaiſon des bons. Mais on ſçait aſſez que le contraire arrive auſſi ſouvent, ſurtout dans les eſpeces de bleds qui mûriſſent un peu lentement, comme l'orge, le froment, &c. dont les épics contiennent une beaucoup plus grande quantité de grains imparfaits que de parfaits.

Tant que cette derniere & nuiſible circonſtance eſt fortifiée par une ſaiſon froide & humide, qui dure trop longtems, il ne faut pas eſpérer de trouver beaucoup de grains mûrs; ou ſi, comme cela eſt aſſés connu aux gens de la campagne, les grains mûriſſent l'un après l'autre, & pas tous enſemble, (*zweyſchurig*), & pouſſent pluſieurs tiges collatérales, il arrive néceſſairement que les tiges affoiblies qui en naiſſent, & qui ſont tout entourées de jeunes plantes précoces, deviennent encore plus mauvaiſes, & ne portent aucunes ſemences qui arrivent à maturité.

Une pareille graine, quand on coupe les bleds encore verds, ou qu'on les raſſemble humides, étant employée de nouveau & toute fraîche pour enſemencer, contribuë ſans contredit beaucoup à engendrer la Nielle des bleds, à cauſe de ſon imperfection, & de cette altération du ſuc nourricier, dont il a été parlé ci-deſſus. Une circonſtance qui mérite une attention particuliere, c'eſt qu'après avoir coupé trop tôt les bleds, ou les ſerre tout humides. Il dépend uniquement, ou du moins en grande partie, des gens de la campagne, d'y apporter du remède; mais c'eſt à quoi ils ne penſent presque point. Une ancienne coûtume qui a jetté de profondes racines, des préjugés reçus ſans examen, la précipitation, & une culture très mal entenduë dans quelques Villages, & quelquefois dans des Provinces entieres, par rapport à la maniere de recueillir les grains d'été, enfin une avarice aveugle, ſont autant d'obſtacles qui ne permettent guères d'eſpérer que les choſes s'améliorent autant qu'il le faudroit: & cela ne fait pas beaucoup d'honneur à l'Oeconomie de la campagne.

Voici

Voici en deux mots en quoi ces griefs consistent. En plusieurs endroits où les terres sont d'ailleurs des plus fertiles, on ne veut point, ou du moins on le veut très rarement, laisser aux especes de bleds qui mûrissent lentement, comme le froment & l'orge, le tems convenable aux grains d'été pour arriver à la perfection & à la maturité nécessaires, & que nous avons décrites au long ci-dessus. Tout au contraire on coupe non seulement ces bleds avant le tems, mais encore on les serre, lorsqu'ils ne sont qu'à demi-séchés, ou même tout humides, & on les entasse ainsi dans les granges. Assurément, si un pareil usage devenoit universel, on recueilliroit bien assés de bled pour la nourriture, mais on manqueroit dans la suite d'une bonne semence.

Les principales raisons qu'on allégue en général pour excuser ce mauvais usage, sont les suivantes. On dit,

1. Qu'il y a trop de choses à faire à la campagne, pour qu'on puisse avoir la patience d'attendre que les grains soyent parvenus à leur parfaite maturité.

2. Qu'il vaut mieux vendre l'orge & le froment, que de le garder pour semence.

3. Que quand les bleds murissent parfaitement, il y a trop de grains qui tombent & se répandent dans les campagnes.

4. Qu'il survient des mauvais tems, où l'on ne peut espérer de maturité, & qu'alors il faut se presser de moissonner.

5. Que c'est aussi le tems où il faut envoyer les bœufs au pâturage, de sorte que les bleds ne sauroient rester plus longtems sur terre.

6. Que quand l'orge ne mûrit pas parfaitement sur l'épic, il conserve un peu plus de blancheur, & qu'alors on le vend deux ou trois gros de plus le boisseau.

De toutes ces raisons on conclut qu'il n'y a point de milieu, & qu'il faut couper les bleds encore verds, aux risques de toute la nielle qui peut en résulter.

Sans entrer dans l'examen détaillé de tous ces points, je m'en tiens à la considération de ces grains de semence en partie plus ou moins mûrs, parce que leur constitution suffit pour mettre en état de juger, si les excuses précédentes peuvent être regardées comme valables. Nous avons déjà fait mention ci-dessus de ce qui peut arriver à de semblables bleds trop tôt coupés, en les séchant, les serrant, les entassant, les remuant, & dans tous les autres cas par lesquels il passent, avant que la semence soit remise de nouveau en terre. Il n'est donc pas surprenant qu'avec d'aussi mauvaises dispositions il y ait diverses contrées où la Nielle se trouve toujours en très grande abondance dans les bleds, comme une expérience de plus de trente ans nous en a pleinement convaincus. Au contraire, quand on cultive le bled d'une maniere réguliere & conforme à la Nature, la Nielle diminuë & cesse même entierement, à la réserve des années où le froid humide a trop de durée, ou du moins elle n'est plus guères sensible. En effet dans certaines contrées où l'on regarde la Nielle des bleds comme une espece de mal inhérent, elle se rencontre avec beaucoup plus d'abondance dans l'orge & dans le froment dans un an plus, & dans l'autre moins, quelques que soyent d'ailleurs la température des saisons, la culture, la situation & l'espece du terroir. Des gens qui étoient solidement versés dans l'agriculture, & qui à cause de cela s'étoient depuis longtems éloignés des principes communément adoptés, ont fait sans aucun préjugé les essais suivans.

Ils ont pris pour semer, de l'orge & du froment, du produit de leurs contrées; & la nielle s'est manifestée annuellement dans ces bleds en plus grande quantité, tant qu'on a employé de pareille semence. Et il faut bien remarquer que, suivant la coûtume de leur canton, ils faisoient aussi couper les grains un peu plutôt, & les faisoient serrer encore humides dans des années où la moisson avoit été pluvieuse; ou bien

bien les grains qui avoient été extérieurement séchés ne laissoient pas d'entrer dans la grange encore trop verds & trop frais, en liant & entassant les gerbes, comme de coûtume. En procédant ainsi il étoit immanquable que plusieurs mauvais grains seroient gardés, & que la nielle s'y mettroit, pour peu que la température de la saison y concourut.

Pour remèdier donc à ce mal, on acheta de la semence étrangere avec toutes les précautions possibles ; & aussi-tôt on s'apperçut d'une diminution notable de la Nielle ; mais en coupant de nouveau les bleds trop tôt, elle revint dès l'année suivante avec abondance. On essaya de l'en délivrer encore, en battant auparavant les gerbes, & en épluchant & choisissant la semence ; mais, tant qu'on ne cessa pas de couper les bleds trop tôt, & qu'on ne remèdia pas aux autres défauts de la culture des terres, la Nielle demeura avec toutes les circonstances précédentes.

On fit un nouvel essai pour extirper la nielle, qui consistoit à choisir de vieux froment pour la semence, parce qu'alors les mauvais grains sont pour l'ordinaire entierement séchés, & qu'il est très difficile, ou même impossible, qu'ils levent. Alors on vit disparoitre la Nielle, au grand contentement des propriétaires ; mais, dès l'année suivante, elle reprit le dessus, parce qu'on avoit encore coupé trop tôt les bleds. C'est ce qui ne permit plus de douter que la Nielle ne consistât & n'eut sa véritable cause dans l'état des semences, lorsqu'on les recueille avant leur maturité, qu'on les fait sécher inégalement, qu'on les serre trop humides, & qu'elles viennent ensuite à s'échauffer & à se moisir. Depuis ce tems-là on laissa toujours un morceau de champ assez considérable, sans y toucher pendant la moisson, afin que le froment y mûrissant fut propre à servir de semence ; on en eut d'ailleurs les soins convenables, & tout se passa régulierement dans la maniere de le serrer & de le garder.

L'effet de ces derniers arrangemens fut, que la Nielle diminua visiblement tous les ans, & commença à devenir rare. L'accord parfait

fait qui régne entre tous les essais dont nous avons rendu compte jusqu'ici, est la chose du monde la plus aisée à comprendre; & il n'est pas moins facile d'en conclurre, si la cause de la génération & de la propagation de la Nielle existe réellement dans la multitude des semences imparfaites & gâtées dont nous avons parlé, ou non? La vieille semence, dans laquelle de semblables grains vicieux sont déjà desséchés avant qu'on les seme, & se trouvent incapables de germer, me paroit confirmer puissamment le sentiment qui vient d'être établi.

Je me référe encore à cet égard à toutes les remarques qui ont été faites ci-dessus au sujet de la perfection nécessaire à un grain de semence, entant qu'il doit renfermer une plantule seminale, & aux qualités du suc nourricier qui est requis pour cet effet. On peut y ajouter la comparaison de l'état que j'ai observé, en partie à la simple vuë, en partie à la loupe, & cela en des tems tout à fait différens, tant dans les rejettons & les jeunes plantes qui tenoient aux tiges enniellées que j'ai transplantées, que dans ces tiges mêmes de froment & d'orge.

Cette considération m'a suffisamment appris, que la Nielle des bleds est *une destruction totale, & une mortification de toutes les parties essentielles de la fleur en particulier*; & qu'elle prend son premier commencement sensible, en même tems que le premier dévelopement de ces parties arrive, déjà au dedans des rejettons. Et c'est de là que la Nielle continue à s'étendre pendant le dévelopement successif du reste de la plante, qui se fait tout comme avant la nielle. L'obstruction totale & irrémédiable du tissu entier des vaisseaux, dans certaines parties de la plante seminale, est, suivant ce qui a été dit, la cause incontestable de cette poussiere enniellée qu'on trouve ensuite; & il en résulte la rupture des vaisseaux, en vertu de laquelle les sucs irrégulierement pressés, & dont le mouvement est dérangé, venant à se corrompre fort vite, contribuent beaucoup à fortifier & à étendre la Nielle.

Mais

Mais comme les germes, ou rejettons, que pouſſent les branches enniellées ſont formés par certains filamens particuliers qui ſortent du centre de la moëlle, (*proceſſus medullares*,) il faut que les parties des vaiſſeaux qui contribuent particulierement à la formation cachée dans les germes, y ſoient, ou en partie, ou peu à peu tout à fait obstruées, & périſſent. C'eſt ce que donnent lieu de conjecturer avec beaucoup de vraiſemblance ces épics qui ne ſe trouvent qu'à moitié enniellés, & cela tantôt en haut, tantôt en bas. Comme donc ce fâcheux accident de la ſemence qui contient la tendre plante future, y exiſte d'abord avant & après qu'elle a germé, dans le tems où elle reçoit ſa premiere nourriture des ſucs contenus dans le grain de ſemence, il eſt bien aiſé de comprendre de quelle maniere l'obſtruction ſouvent mentionnée dans le tiſſu rétiforme de canaux extrèmement ſubtils, & cauſée ſucceſſivement par ce ſuc.

Il reſte encore ici à la vérité quelques ſujets de doute, que, malgré toute l'exactitude de mes obſervations, je ne ſuis pas en état de lever; mais toutes les circonſtances que j'ai indiquées étant réunies, il demeure toujours de la plus grande vraiſemblance, que le véritable principe & le commencement de la Nielle exiſte dans la ſemence, & que le ſuc gâté & pourri dans les cotyledons communique des qualités nuiſibles aux *proceſſus* médullaires, qui, dans le premier developement de la plante ſeminale, doivent former les fleurs futures dans la partie aſcendante du germe, ou dans la plumule. Que ce vice attaque uniquement les *proceſſus* médullaires en queſtion, ſans toucher aux autres, c'eſt ce qui eſt de la derniere évidence, puiſque, les fleurs exceptées, la racine porte une plante parfaite, qui à l'extérieur eſt parfaitemnnt ſemblable à toutes les autres, que la nielle n'a point attaquées. Or cela ne pourroit arriver, ſi, dès le commencement la moëlle étoit endommagée & enniellée dans le *roſtellum*, ou la partie deſcendante de la plantule ſeminale, auſſi bien que dans la partie ſupérieure; car de cette maniere il ſeroit impoſſible que la ſemence germât & produiſit une plante.

C'eſt

C'eſt là tout ce que je m'étois propoſé de dire dans ce Mémoire au ſujet de la véritable conſtitution de la Nielle des bleds, dont les cauſes & les moyens de la détruire doivent être regardés comme un ſupplément à ſon hiſtoire naturelle, que j'ai voulu communiquer au public, dans l'eſpérance que les eſſais qui ſe feront dans la ſuite, ſi l'on y apporte l'attention néceſſaire, & qu'on y procéde avec un eſprit exempt de préjugés, conduiront cette *hiſtoire de la Nielle des bleds* à un degré de perfection, dont l'Oeconomie de la campagne pourra retirer une inſigne utilité.



MÉMOIRE

CONCERNANT QUELQUES NOUVELLES EXPÉRIENCES ÉLECTRIQUES REMARQUABLES,

PAR M. ÆPINUS.

Traduit de l'Allemand.

La Nature eſt un Tréſor inépuiſable de faits merveilleux. A chaque pas que nous faiſons dans leurs recherches, de nouvelles vuës ſe découvrent à nos regards. Toutes les fois qu'on s'imagine être au bout de quelque diſcuſſion, un examen plus attentif fait voir que le but auquel on s'étoit propoſé d'atteindre eſt encore infiniment éloigné, & que ce qui nous a fait croire que le chemin étoit ſi court, c'eſt que nos yeux ſont trop foibles pour en appercevoir le bout.

Les nouvelles Expériences qui concernent l'Electricité, fourniſſent un exemple convainquant de ce que nous venons d'avancer. La découverte d'une multitude de phénomenes inopinés, & tout à fait ſinguliers, qui ſe rapportent à la force électrique, engage les Phyſiciens à croire, & en apparence avec raiſon, qu'ils ſont au fait de la nature de cette force, & qu'ils connoiſſent exactement les Loix univerſelles auxquelles elle eſt aſſujettie; mais on ne doit pas plus s'attendre ici à une connoiſſance complette, que dans toutes les autres parties de la Science naturelle. Les remarques que je vais produire ici au ſujet de l'Electricité d'une pierre précieuſe ſinguliere de l'Isle de *Ceylan*, & qui ne pourront manquer d'étonner ceux qui ont quelque idée des loix des opérations électriques, confirment auſſi combien la Nature eſt abondante en phènomenes, qui doivent exciter en nous la plus vive admiration pour elle, & pour l'Etre tout-puiſſant qui en eſt l'Auteur.

La Pierre dont je veux parler, porte le nom de *Trip*, ou *Tourmalin*, auquel, à cause d'une propriété particuliere qu'elle a, & dont je parlerai au long dans la suite de ce Mémoire, on a joint en Hollandois celui d'*Aschentrecker*, ou en Allemand d'*Aschenzieher*, qui veut dire *attirant les cendres*. Le terroir naturel de cette Pierre est l'Isle de *Ceylan*, où l'on a coûtume de la trouver dans le sable sur le bord de la mer. Elle est transparente, & d'une couleur brunâtre, comme la hyacinthe, mais beaucoup plus obscure. J'ai pris de la peine pour déterminer sa pesanteur propre, mais comme je n'ai eu que deux de ces pierres fort petites pour toutes mes recherches, je ne puis pas me promettre d'avoir atteint la derniere précision en déterminant son poids. Quoiqu'il en soit, dans une suite de plusieurs Expériences, j'ai trouvé que la proportion de sa pesanteur spécifique à celle de l'eau n'étoit jamais moindre que 300, & jamais plus grande que 305 à 100. Cette Pierre n'est universellement connuë que depuis peu d'années, & jusqu'à présent il est fort rare de la rencontrer. A' peine y a-t-il un seul Ouvrage imprimé des Auteurs minéralogistes qui en parle ; & les seuls qui paroissent en avoir eu quelque connoissance, sont Mr. *Zinck*, qui en dit quelque chose dans la derniere Edition qu'il a publiée, avec ses additions, du Dictionnaire de la Nature, des Arts, & du Commerce par *Hübner*, & Mr. *de Justi*, qui l'indique, mais seulement en passant, dans son Plan de Minéralogie universelle, §. 346.

Cette Pierre a une propriété qui la distingue de toutes les autres pierres connuës jusqu'à présent, c'est que, quand on l'échauffe sur un charbon, elle attire & repousse alternativement les cendres qui se trouvent autour d'elle. Elle en fait de même avec les chaux métalliques, & en général avec tous les autres corps legers, de quelque espece qu'ils soyent. Les Jouailliers qui l'ont mise au feu pour éprouver sa dureté, se sont apperçus les premiers de cette propriété, & lui ont à cause de cela donné le nom rapporté ci-dessus, de Pierre qui attire les cendres. Les Auteurs que j'ai cité, rapportent aussi ce phénomene; mais il n'a été jusqu'ici l'objet d'aucunes recherches plus particulieres.

La

La premiere fois que j'entendis parler d'une singularité aussi remarquable, je formai aussi-tôt la conjecture qu'elle devoit son origine à l'Electricité. J'en ai l'obligation à notre digne Confrère, Mr. *Lehmann*, qui m'a instruit le premier de cette propriété, & qui m'a fourni les moyens d'en faire l'objet d'Expériences exactes. Pour cet effet il m'a non seulement prêté une pierre de *Tourmalin* qui lui appartenoit, mais il m'en a encore procuré une autre, trois fois plus pesante, dont j'ai fait l'acquisition. Si je n'avois pas possédé cette derniere, à peine aurois-je été en état de découvrir distinctement par la voye des Expériences la propriété étonnante de cette pierre, parce qu'il auroit été très difficile, à cause de la petitesse de la pierre de Mr. *Lehmann*, d'y démêler exactement les différens phénomenes.

C'est donc avec le secours des deux *Tourmalins* dont je viens de parler, que je me suis mis à faire mes Expériences; & j'ai trouvé tout d'abord que ma conjecture au sujet de l'électricité de cette pierre étoit parfaitement fondée. Je n'alléguerai ici aucune preuve particuliere de ce que l'attraction & la répulsion du *Tourmalin* procéde de l'électricité. Les essais dont je rendrai compte dans la suite de ce Mémoire, ne pourront laisser aucun doute à cet égard.

Le *Tourmalin* est déjà doublement digne d'attention, en ce que, sans le frotter, & simplement en l'échauffant, il fait paroitre une électricité considérable. L'unique moyen qu'on ait presque trouvé jusqu'ici pour exciter l'électricité dans les corps où elle réside, c'est le frottement. On ne connoit jusqu'à présent qu'un cas unique, qui fournisse une exception. Le souffre, la résine, la cire d'Espagne, & d'autres corps semblables, quand, après les avoir premièrement fondus, on les fait couler dans un vase sec de métal, ou de verre, en se réfroidissant deviennent électriques, sans avoir besoin d'être frottés. Dans les corps de l'espece du verre qui possédent l'electricité en propre, on n'a trouvé encore aucun exemple d'une semblable électricité, excitée sans frottement; & le *Tourmalin*, qu'on doit sans contredit rapporter à cette classe, comme étant une pierre précieuse, est par

con-

conséquent le seul exemple d'une pareille électricité, résidant dans un corps de l'espece du verre, sans y être produite par la frottement. Il y a outre cela encore ceci de particulier, c'est qu'il suffit d'échauffer le *Tourmalin* pour le rendre électrique. Qu'on essaye d'en faire autant avec le verre & les corps de son espece, on n'y réussira jamais; & même le souffre, la cire d'Espagne, &c. qui sont pourtant susceptibles d'une électricité donnée à volonté, ne la reçoivent jamais quand on se contente de les échauffer; mais il est nécessairement requis, qu'ils soyent auparavant fondus, après quoi, pendant qu'ils se réfroidissent, ils acquièrent l'électricité.

Quoique cette propriété du *Tourmalin* soit déjà très digne d'être remarquée, j'y ai fait depuis bien d'autres découvertes beaucoup plus surprenantes. Mais, afin d'en rendre un compte plus intelligible, je vais commencer par faire connoître en peu de mots la différence qu'il y a entre l'électricité positive, & l'électricité négative.

Il y a réellement deux Electricités différentes, ou plutôt opposées. Les phénomenes confirment leur existence d'une maniere tout à fait sensible; & pour peu qu'on soit versé dans les Expériences électriques, on ne sçauroit révoquer en doute cette double vertu. Les deux électricités opposées suivent, dans une de leurs principales opérations, une régle qui a aussi lieu dans les effets magnétiques. En effet on trouve par une expérience constante, & à l'abri de toute contestation, que;

1. Quand deux Corps ont la même espece d'électricité, environ dans le même degré, ils se repoussent, à peu près comme deux aimans qui se présentent les mêmes poles.

2. Quand deux Corps ont une électricité différente, ils s'attirent l'un l'autre avec beaucoup de force, comme cela arrive à deux aimans dont les poles opposés se touchent.

Mr.

Mr. *du Fay* a déjà remarqué ces deux électricités contraires l'une à l'autre. Il nomme l'une *vitrée*, & l'autre *résineuse*, parce que dans ses Expériences il avoit toujours trouvé la premiere dans les corps de l'espece du verre, & l'autre dans ceux de l'espece de la résine. Ces noms sont incommodes, quand il s'agit de les appliquer aux nouvelles Expériences, qui montrent d'ailleurs, que l'électricité résineuse de Mr. *du Fay* peut être excitée dans le verre & dans les corps de son espece, tandis que réciproquement l'électricité vitrée se manifeste dans la cire d'Espagne & les autres corps résineux. Par conséquent ce qu'il a plû à Mr. *du Fay* de nommer électricité vitrée, n'est point propre aux corps de l'espece du verre, ni celle qu'il qualifie résineuse aux corps de cette derniere espece. Mr. *Franchlin*, à qui on est redevable d'avoir en général répandu beaucoup de jour sur toute cette doctrine, a donné à cette double électricité un nom plus propre à faire connoitre l'opposition qui s'y trouve, en appellant l'une positive, & l'autre négative. Il est à la vérité arbitraire à laquelle de ces deux électricités contraires, on donne le nom de positive, ou celui de négative. Cependant l'usage, & quelques raisons que ce n'est pas ici le lieu d'allèguer, ont déjà décidé que l'électricité qu'on produit en frottant un tube de verre uni, mais qu'on n'a pas émoulu, avec un morceau de drap de laine, s'appelle positive, au lieu que celle qui se trouve dans un bâton de cire d'Espagne, ou dans une piece de souffre, lorsqu'on l'y excite de la même maniere, doit être nommée négative.

C'est sur cette difference entre l'électricité positive & négative, que roule presque tout ce que j'ai observé de particulier sur le *Tourmalin*; & voilà ce qui m'a obligé de proposer préalablement à cet égard les remarques qu'on vient de lire.

Il m'a falu beoucoup de peine pour trouver les régles que le *Tourmalin* suit dans ses opérations, & pour les établir d'une maniere convainquante, La grande petitesse de la pierre, qui pesée à un trébuchet exact n'a que 23½ grains, m'a causé un extrème embarras; car, quoique le *Tourmalin*, à proportion de sa grosseur, montre une électricité

tricité peu commune, il n'étoit pourtant pas possible d'observer tous les phénomenes aussi distinctement, qu'on auroit pû le faire avec une plus grosse piece. Avec, cela dans les commencemens, les phénomenes mêmes m'ont jetté dans une grande confusion d'idées, parce que le côté de la pierre où je venois de trouver l'électricité positive, montroit quelques momens après l'électricité negative, sans que je fusse en état de découvrir la cause d'une révolution aussi subite. A' la fin, en observant exactement toutes les circonstances, en répétant plusieurs fois la même Expérience, & en la faisant avec toutes les variations imaginables, je suis venu à bout de trouver & de conduire à leur certitude les loix de cette électricité. Je vais rapporter simplement ici ces loix, sans entrer dans le détail des Expériences qui m'ont servi à les connoître. Quiconque a seulement quelque idée de la maniere dont on procéde aux Expériences électiques, comprendra facilement comment je m'y suis pris pour les miennes, & sera même en état d'en faire qui lui prouvent la vérité de mes assertions. Je souhaite que ce dernier cas arrive; mais je dois seulement avertir que ces Expériences demandent une extrême circonspection, quand on veut pouvoir y faire un fonds assuré. Je puis bien me rendre caution de la vérité & de la justesse de celles qui servent de fondement aux loix que j'ai trouvées, parce que j'y ai apporté des précautions, qui, si je les rapportois, paroitroient incroyables, & que je ne me suis point lassé de les répéter.

LOIX DE L'ELECTRICITÉ DU TOURMALIN.

I.

Le Tourmalin *a toujours en même tems une Electricité positive & une Electricité négative; c'est à dire que, quand un de ses côtés est positif, l'autre est infailliblement négatif, & réciproquement.*

Cette

Cette Régle eſt aiſée à vérifier par les Expériences. Car, quand on a examiné l'électricité qui ſetrouve à un des côtés de la Pierre, il n'y a qu'à la retourner, & il ne manquera jamais d'arriver que l'autre côté montre diſtinctement l'électricité oppoſée. Mais, quoique cette Régle ſoit d'une juſteſſe inconteſtable, la pierre ſe trouve néammoins quelquefois, comme je le ferai voir dans la ſuite, dans une eſpèce d'état mitoyen, où l'on ne ſçauroit appercevoir bien diſtinctement la vérité de cette loi. Je donnerai plus bas une maniere de rendre le *Tourmalin* poſitif des deux côtés ; & ce cas formera encore une exception remarquable.

Dans cette Expérience, & dans toutes celles qui ſuivront, je mets ordinairement le *Tourmalin* ſur un petit pied de verre, dont la ſurface ſupérieure couvre entierement la pierre. Les Expériences réuſſiſſent de même, quand on le poſe ſur quelque métal, ou autre matiere qui n'eſt pas électrique, mais par l'attouchement de ces corps non électriques il perd en peu de tems ſon électricité. Voilà pourquoi je donne la préférence à la premiere maniere que j'ai indiquée.

II. *Que l'on tienne avec de petites pincettes, on de telle autre maniere qu'on voudra, le* Tourmalin *dans de l'eau bouillante, ou dans quelque autre fluide échauffé, & qu'on l'en tire au bout de quelques minutes. On trouvera toujours que, dans cette Expérience, auſſi ſouvent qu'on jugera à propos de la répéter, un côté de la pierre eſt poſitivement électrique, & l'autre négativement. Le côté de la Pierre qui ſe préſente toujours ici comme poſitif, je le nommerai dans la ſuite* côté poſitif, *& celui qui ſe préſente dans l'état contraire,* côté négatif.

Il faut bien remarquer la production d'une forte électricité, excitée ici au milieu de l'eau, qui dans tous les autres cas paroit la choſe la plus nuiſible à la vertu électrique. Il n'eſt pas d'une exacte néceſſité que l'eau ſoit actuellement bouillante. Un moindre degré de chaleur excite auſſi l'électricité du *Tourmalin*, mais dans un degré inférieur. Quand l'eau n'eſt échauffée que jusqu'à 108. ou 110. degrés du Thermome-

mometre *de Fahrenheit*, à peine peut-on découvrir quelques indices d'électricité. La chaleur de l'eau bouillante me paroit en général être celle qui rend l'électricité *du Tourmalin* la plus vive. Si l'on échauffe cette pierre d'une maniere sensiblement plus forte sur un métal chaud, elle ne montre qu'une foible électricité, qui ne s'anime bien, que quand la pierre s'est un peu réfroidie. L'électricité que le *Tourmalin* acquiert dans l'eau bouillante, dure encore, quand il est entierement réfroidi, & je l'y ai même trouvée fort sensible dans des Expériences faites au bout de six heures.

La cause pour laquelle, dans cette Expérience, un côté déterminé du *Tourmalin* est toujours positivement électrique, & l'autre négativement, m'a paru au commencement dépendre de la figure qu'on lui avoit donnée en le taillant. Le mien, comme le sont ordinairement les autres pierres précieuses, est taillé d'un côté tout plat, & de l'autre à plusieurs petites facettes, qui se terminent en pointe au milieu de la pierre. Le premier de ces côtés est toujours le côté positif de la pierre, & l'autre le côté négatif. Mais, en comparant ma pierre avec celle qui appartient à Mr. *Lehmann*, j'ai trouvé que ma conjecture étoit dénuée defondement. Cette derniere pierre est à la vérité plus petite, mais d'ailleurs parfaitement taillée comme la mienne. Cependant, malgré cette conformité, son côté plat est toujours le côté négatif, tandis que dans la mienne il est positif; & réciproquement le côté inégal de la pierre de Mr. *Lehmann* est toujours positif, tandis que dans mon *Tourmalin* il est constamment négatif. Je trouve là dedans une conviction suffisante, que la cause pour laquelle un côté de la pierre est toujours positif, & l'autre négatif, ne doit pas être cherchée dans la figure extérieure, ni dans la maniere de la tailler, mais qu'il faut recourir, comme par rapport à l'aiman, à la structure intérieure, & à la constitution essentielle de la Pierre.

III. *On peut, en se servant des moyens qui vont être rapportés, rendre le côté positif du* Tourmalin *négatif, & donner réciproquement au côté négatif l'électricité positive. Quand cela est arrivé, la pierre re-*

tourne

tourne ensuite d'elle-même dans son état naturel
côté positif cesse d'être négatif, & redevient de lui
côté négatif, cessant pareillement d'être positif, repr

J'alléguerai plus bas un cas qui fait excepti
quelle est très digne d'attention, puisqu'elle répar
sur la nature & les opérations du *Tourmalin*. P
vient d'être rapporté, se passe, il faut deux ou tr
davantage, quoique d'autres fois cela s'exécute
tout n'arrive pas à la fois, ou dans tous les points
déjà quelques circonstances passées, tandis que d'a
& de là vient que la pierre, pendant la durée de
roit réunir à la fois, & du même côté, les deu
tive & la négative. C'est de cet état que je parl
je disois que l'on ne pouvoit toujours appercevoir
te la justesse de la premiere régle.

Cette Loi de l'électricité du *Tourmalin* a
des grandes difficultés que j'ai trouvées dans les
duire tous les phénomenes que cette pierre m'
gles. Cela venoit de ce qu'après avoir trouv
par exemple, positif, bientôt après il se mont
tif, sans que j'eusse pû remarquer la moindre
aussi subit. Quand le *Tourmalin* en étoit à so
à l'état naturel, je ne pouvois pas seulement
j'observois, devoit être réputé positif, ou nég
très grande incertitude dans les conclusions q
mes premieres Expériences.

IV. *Si l'on met le* Tourmalin *sur un*
que de verre, ou sur un charbon ardent, il de
fant, & observe cette régle, c'est que, de
l'expérience, & quelque côté de la pierre
échauffée, chacun de ces côtés acquiert toujou

qui lui est naturelle, c'est à dire que le côté positif de la pierre devient négatif, & le côté négatif se change en positif. La même chose arrive, quand on met le Tourmalin *sur un pied de verre, & qu'on l'échauffe ensuite aux rayons du Soleil réunis par un miroir ardent.*

Cette Expérience nous découvre la troisième Régle que le *Tourmalin* suit infailliblement, en ne manquant jamais de reprendre au bout de quelque tems son état naturel. Il n'y a aucunes circonstances qui puissent faire manquer cette Expérience ; mais quand, pour la faire, on échauffe le *Tourmalin* au dessus d'un charbon ardent, il faut, si l'on a dessein d'observer ce phénomene d'une maniere tout à fait distincte, ne point ôter la pierre de dessus le charbon, mais l'y laisser posée, & ensuite examiner quelle sorte d'électricité elle montre. Car, si on vouloit l'ôter de dessus les charbons, & la mettre sur le pied de verre susdit, l'Expérience échouëroit presque toujours. En effet, quand on ôte le *Tourmalin* de dessus le charbon, le retour à l'état naturel se passe fort vîte, & avant qu'on ait eu le tems de le mettre sur le pied de verre ; & de là vient qu'en examinant la pierre, on la retrouve ordinairement déjà dans son état naturel, & qu'il est fort rare d'observer de foibles indices de l'électricité négative sur le côté positif, ou de l'électricité positive sur le côté négatif.

J'ai beaucoup de raison de croire, que dans l'Expérience qui vient d'être rapportée, & dans la maniere d'y procéder, l'inégalité inévitable dans l'échauffement des deux surfaces, devient la cause pourquoi, toujours au commencement, le *Tourmalin* passe à un état opposé à celui qui lui est naturel. Car, quand je l'ai mis entre deux métaux également chauds, ou entre deux plaques de verre aussi d'une même chaleur, il arrive tout d'abord qu'il obtient son état naturel, tout aussi bien que quand il a été mis dans l'eau, ou dans quelque autre matiere fluide qui l'échauffe de toutes parts. Il y a encore d'autres Expériences, outre celle dont il s'agit ici, qui me conduisent presque à une pleine conviction que les deux Loix suivantes peuvent être posées comme des régles fondamentales.

1. Quand

1. „Quand un côté du *Tourmalin* est considérablement plus „ échauffé que l'autre, il est toujours dans l'état opposé à son état „ naturel.

2. „ Quand les deux côtés de la pierre ont une chaleur à peu „ près égale, la pierre est toujours dans son état naturel.

Il paroit au moins qu'on peut comprendre par là, pourquoi la pierre retourne toujours d'elle-même à son état naturel, puisqu'il est connu que la chaleur, dans toutes sortes de corps, se distribuë en fort peu de tems partout d'une maniere égale. Ces régles paroissent aussi fournir la cause, pourquoi le passage à l'état naturel se fait d'autant plus vîte, que la chaleur a été plus grande d'un côté, ce que j'ai remarqué en diverses Expériences. Cela est aisé à comprendre, puisqu'il est certain que la communication de la chaleur d'une partie d'un corps à toutes les autres, se fait d'autant plus vîte qu'il y avoit eu une différence plus considérable entre la chaleur de cette partie & celle des autres. Je soupçonne que c'est là la raison pourquoi, quand on échauffe le *Tourmalin* sur un charbon, le passage souvent mentionné se fait si subitement. Probablement la même chose arriveroit sur une plaque de métal ardent, ou du moins fort chaud; mais je ne sçaurois pourtant l'affirmer d'une maniere décisive, faute d'avoir pû faire jusqu'à présent les Expériences nécessaires.

V. *Le* Tourmalin *devient aussi électrique en le frottant. Afin de pouvoir bien déterminer les régles qu'il suit par rapport à l'électricité qui lui est donnée de cette maniere, il faut distinguer les cas suivans.*

1. „ Quand on frotte le *Tourmalin* contre un drap de laine avec „ la main, & qu'on le fait assez fort pour qu'il acquière par ce moyen „ une chaleur sensible, alors le côté frotté devient toujours positive„ ment électrique, & l'autre négativement. En frottant ainsi alterna„ tivement les deux côtés, on peut changer celui qui étoit positif en „ négatif, & réciproquement. Mais, dès qu'on a cessé, le *Tourma-*

„ *lin* retourne toujours de lui-même à son état naturel. Cette Expé-
„ rience réüssit toujours, pourvû seulement que la pierre ait acquis
„ une chaleur sensible en la frottant.

2. „ Si au contraire l'on frotte de nouveau la pierre comme au-
„ paravant, simplement avec la main contre un drap de laine, mais
„ foiblement, & si peu qu'il n'en acquière pas partout une chaleur sen-
„ sible, tout se passe comme auparavant, excepté que le retour à l'état
„ naturel n'a pas lieu. Car, si en frottant le côté négatif de la pierre
„ contre le drap, on fait passer le *Tourmalin* à l'état qui ne lui est pas
„ naturel, (& pour cela il suffit de le passer une ou deux fois sur le
„ drap,) ensuite, tant qu'il reste quelque trace d'électricité, le côté
„ positif demeure négatif, & le côté négatif positif.

3. „ Quand on affermit le *Tourmalin* par devant à un tube de
„ verre, & qu'ensuite on le frotte contre un drap de maniere qu'il ne
„ s'échauffe pas, & en prenant la précaution, que, soit pendant le
„ frottement, soit aussi après, le côté non frotté de la pierre ne soit
„ touché, ni par les doits, ni par aucun autre corps non-électrique,
„ alors les deux côtés du *Tourmalin* se trouvent doués de l'électricité
„ positive, & le retour à l'état naturel ne s'ensuit point.

4. „ Enfin, quand on affermit comme auparavant le *Tourmalin*
„ à un tuyau de verre, & qu'on observe encore les précautions qui
„ viennent d'être indiquées, sçavoir que le côté de la pierre qui n'a
„ pas été frotté, ne soit touché par aucun corps non-électrique; si
„ après cela on frotte la pierre jusqu'à l'échauffer d'une maniere sen-
„ sible, alors comme auparavant les deux côtés deviendront positifs,
„ mais le *Tourmalin* retourne ensuite infoilliblement de lui-même à
„ son état naturel. „

De ces Loix, rapportées jusqu'à présent, & que le *Tourmalin* suit, lorsqu'il devient électrique, on peut tirer les conséquences suivantes, comme autant de propositions incontestables:

a) Le

α) Le *Tourmalin* possède deux sortes d'électricités tout à fait différentes l'une de l'autre, & qui n'ont aucune liaison entr'elles. La premiere lui est commune avec toutes les autres pierres précieuses, aussi bien qu'avec le verre, & les corps de la même espece; ainsi à cet égard il ne renferme rien de merveilleux, ou du moins rien qui lui soit particulier. La seconde espece d'électricité lui est, autant qu'on le sçait, entierement & uniquement propre; elle a ses loix qu'elle suit, & qui ne conviennent qu'à elle seule: & c'est jusqu'à présent un exemple qui n'a pas son semblable.

β) De la premiere électricité du *Tourmalin* découlent tous les phénomenes qui arrivent en le frottant assez doucement, pour que la pierre ne s'échauffe point. C'est ainsi qu'il devient électrique en le frottant contre un morceau de drap. Si, pendant qu'on le frotte, les mains nues, ou quelque corps non-électrique, touchent le côté qui n'est pas frotté, celui qui l'est, devient positivement électrique, & celui qui ne l'est pas, négativement; mais, quand on l'affermit à un tube de verre, & qu'ensuite on le frotte, les deux côtés deviennent positifs. Cependant aucun des deux côtés de cette pierre, rélativement à cette électricité, n'a rien qui le distingue des autres corps électriques. Toutes ces circonstances se trouvent dans les corps électriques de l'espece du verre, & dans le verre commun tout aussi bien que dans le *Tourmalin*.

Il est suffisamment connu que toutes les propriétés que j'ai décrites se trouvent dans chaque corps de l'espece du verre, à l'exception peut-être du second point, c'est à dire, que tout le monde n'est pas également au fait du changement qui arrive, lorsqu'on touche avec les mains nues des corps de l'espece du verre qui ont été frottés, le côté non frotté devenant alors négativement électrique. Quand on voudra répéter l'Expérience, on trouvera qu'elle confirme toujours ce phénomene de la maniere la plus complette; & quiconque est instruit des Expériences mémorables de Mr. *Francklin*, & de tout ce qui a été dit au sujet de la fameuse Expérience de Leyde, qui est accompagnée

 d'une

d'une si violente secousse, s'appercevra bien d'avance, que les choses doivent arriver & se suivre, conformément à mon exposé. Les mêmes circonstances qui sont nécessaires pour charger le verre dans l'Expérience de la secousse, se trouvent ici, & par conséquent il en doit naître les mêmes effets. J'ai fait des observations toutes semblables par rapport aux corps résineux, avec cette différence, que quand on les frotte avec la main, le coté frotté devient négativement électrique, & celui qui ne l'est pas, acquiert la vertu positive. Je remarque en passant, que c'est là une preuve qui ne sauroit tromper, que même sans verre, avec des corps résineux, l'Expérience de la secousse est possible ; ce que tous les Auteurs qui ont écrit jusqu'à présent de l'électricité, s'accordoient à nier.

γ) L'électricité propre du *Tourmalin* est entierement différente de la précédente. Elle suit aussi de tout autres loix. Chacune de ces deux électricités peut être excitée indépendamment de l'autre ; & bien qu'elles puissent exister ensemble, c'est pourtant toujours sans qu'il y ait aucun rapport, ni aucune liaison entr'elles. Cette électricité particuliere au *Tourmalin* n'a besoin pour être produite que d'un certain degré de chaleur ; & il est parfaitement indifférent quelle sorte de chaleur on employe. Dès qu'il en existe une qui a le degré requis, aussi tôt, en vertu de la structure intérieure & de la constitution de la pierre, un côté se trouve doué de l'électricité positive, & l'autre de l'électricité négative. Quand les côtés de la pierre sont également échauffés, alors il y a toujours un côté déterminé qui est positif, & l'autre négatif ; mais, quand les côtés reçoivent une châleur inégale, le côté qui est ordinairement positif, devient négatif, & celui qui étoit négatif, se change en positif, ce qui dure aussi longtems que la distribution inégale de la chaleur.

Cette électricité propre au *Tourmalin*, dont nous venons de donner la description, ne peut manquer de lui attirer l'attention de ceux qui étudient la Nature, sans qu'il soit besoin de leur en dire davantage, pour les engager à tourner leurs recherches vers cet objet.

Je profiterai de cette occasion pour parler encore d'une autre Expérience électrique remarquable, sur laquelle il n'y a pas longtems que je suis tombé : voici dequoi il s'agit. Il est connu que presque tous ceux qui ont fait des Expériences sur l'électricité, ont cherché dans la nature particuliere du verre la raison de la secousse électrique qui arrive dans l'Expérience de Leyde. Mr. l'Abbé *Nollet* a essayé si la même chose pouvoit arriver avec des vaisseaux de poix, ou de la cire d'Espagne ; mais il déclare qu'il n'a jamais réussi à produire par cette voye le phénomene en question. Mr. *Francklin* lui-même croit, que le verre est indispensablement nécessaire pour cette expérience, & qu'il produit l'effet observé, en vertu de sa structure intérieure, au sujet de laquelle ce Physicien a imaginé une hypothese tout à fait forcée & dénuée de vraisemblance. En attendant, sa propre théorie sert à prouver le contraire, puisque tout ce qui est requis, suivant cette théorie, pour produire la secousse, ne se trouve pas dans le verre, entant que verre, mais entant que corps qui possede l'électricité en propre, & qui en cette qualité ne fait rien autre chose que de mettre obstacle au passage de la matiere électrique d'une surface à l'autre. La secousse même peut s'expliquer beaucoup plus aisément par cette propriété de la matiere électrique, que Mr. *Francklin* a lui-même découverte, & qu'il a démontrée par des Expériences très convainquantes; propriété en vertu de laquelle les parties de cette matiere se poussent réciproquement, ou coulent l'une devant l'autre. C'est là sans doute la cause immédiate de la secousse ; & elle peut servir en même tems de principe pour expliquer d'une maniere tout à fait naturelle & satisfaisante toutes les autres circonstances qui se manifestent dans les phénomenes de l'électricité. Le verre n'entrant donc ici pour rien de particulier, & ne servant qu'à empêcher le passage de la matiere électrique d'une surface à l'autre, & à arrêter le cours des étincelles entre ces surfaces, on peut supposer, & mettre à la place du verre, toute autre matiere, qui sera en état d'effectuer les mêmes choses, & qui par conséquent produira tout aussi bien la secousse électrique. Tous les corps qui possedent l'électricité en propre, se trouvent dans le cas;

&

& par conséquent on doit pouvoir parvenir à exiter la secousse par le moyen du souffre, de la cire d'Espagne, & même avec le seul sécours de l'air, qui est aussi du nombre des corps électriques par eux-mêmes. De semblables réfléxions, que j'eus lieu de faire dans une certaine occasion, me convainquirent de la possibilité de la chose, & m'engagerent à essayer si l'Expérience s'accorderoit avec les conséquences que j'avois tirées de la théorie de Mr. *Francklin*. Je m'y suis pris pour cet effet de la maniere suivante. Je suspendis deux surfaces couvertes de métal l'une à côté de l'autre, de maniere qu'elles étoient parallèles, & la distance de l'une à l'autre dans tous leurs points étoit d'un pouce à $1\frac{1}{2}$, sans quelles se touchassent nulle part médiatement, ni immédiatement. L'électricité fut conduite du globe électrisé à une de ces surfaces, & l'autre la reçut par le moyen d'une chaîne, qui trainoit sur le plancher, & qu'on y avoit fait parvenir, afin que la matiere électrique qui en étoit chassée par la répulsion, s'écoulât, & que la surface même pût acquérir l'électricité négative. Tandis que ces choses se passoient, j'éprouvai une forte secousse, tout à fait semblable à celle qui est communément produite par le moyen du verre. Cette Expérience ne réussiroit pas avec de petites surfaces; & son effet devient d'autant plus sensible que les surfaces qu'on employe sont grandes. Celles dont je me suis servi, avoient chacune $7\frac{1}{2}$ pieds quarrés, & elles étoient de bois, couvert de ces feuilles d'étain qu'on applique aux glaces de miroir.

Après le succès de cette Expérience, on ne sçauroit douter, que toute matiere électrique par soi-même, tant fluide que solide, ne soit capable de produire l'effet de la secousse. Peut-être que les gobelets de poix de Mr. l'Abbé *Nollet* ont eu trop d'épaisseur, le verre lui-même, lorsqu'il est trop épais, affoiblissant le coup qui arrive dans cette Expérience; ou, ce qui me paroit encore plus vraisemblable, comme la poix & la cire d'Espagne, quand on les fond, se remplissent de bulles d'air, & de cavités intérieures, peut-être que le vaisseau de ce Physicien avoit quelque ouverture cachée, par laquelle la matiere électri-

électrique s'écouloit, & passoit d'une surface à l'autre, sans qu'on s'en apperçut. Si Mr. l'Abbé *Nollet* avoit employé le souffre qui se laisse fondre d'une maniere plus compacte, son Expérience auroit eu probablement le succès qui lui a manqué.

Je laisse à ceux qui s'occupent de l'étude de la Nature le soin de tirer de l'Expérience que je viens de rapporter les conséquences qui en découlent, & qui sont extrémement favorables aux notions que Mr. *Francklin* a données de l'Electricité.



EXPÉRIENCES CHYMIQUES CONCERNANT L'ETAIN,

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

Dans le Mémoire inséré au Tome III. de ceux de notre Académie, où j'ai prouvé l'existence de l'Arsenic dans l'étain, aussi bien que la solution réelle de ce métal dans les acides des végétaux, vérités que je crois avoir mises au dessus de toute exception ; j'ai promis en même tems, dans le dernier paragraphe de ce Mémoire, que j'examinerois plus au long, & d'une maniere plus directe les rélations de l'étain avec les autres corps ; mais le tems & les circonstances où je me suis trouvé depuis, ne m'ont pas permis jusqu'à présent d'effectuer entierement mon dessein, & de dégager ma promesse. Je vais donc commencer à le faire, en tirant du Journal de mes opérations chymiques le récit de quelques essais que j'ai déjà faits sur l'étain ; & je les continuërai dans la suite, pour parvenir à découvrir, s'il est possible, les parties constitutives de ce métal.

II. Il arrive souvent, dans la fusion des métaux, lorsqu'elle se fait à un feu véhément dans des vaisseaux ouverts, ou legèrement fermés, que les parties déliées, sur lesquelles celui qui travaille voudroit faire des recherches ultérieures, s'échapent, & qu'on ne sçauroit les recueillir, tant qu'on ne prend pas d'autres arrangemens. La même chose arrive à l'égard de l'étain, surtout quand on le calcine à découvert. C'est ce qui m'a fait prendre la résolution d'essayer une fois la fusion continuée plusieurs heures, de ce métal dans des vaisseaux exactement fermés. Pour cet effet donc, je pris une retorte de terre

bien

bien garnie, qui pouvoit contenir environ douze onces d'eau; j'y mis deux onces de l'étain d'Angleterre le plus pur & le plus fin, rapé; j'y appliquai un récipient: & après avoir bien placé mon vaisseau dans le fourneau dont je me sers pour la distillation du phosphore, & auquel je puis donner le degré le plus véhément de feu; je conduisis ce feu par degrés jusqu'à l'incandescence; je l'augmentai ensuite jusqu'à ce qu'il eut atteint sa plus grande véhémence, & je le fis durer trois heures de suite, aprés quoi je laissai réfroidir les vaisseaux. Je trouvai après le réfroidissement dans le cou de la retorte un sublimé blanc qui s'y étoit attaché; mais il y en avoit trop peu pour qu'on pût le soumettre à aucune épreuve. Mon étain dans la retorte paroissoit fort beau & brillant, & s'étoit fondu en une masse, qui s'étoit affaissée au milieu, où il y avoit un creux profond. Mais je remarquai aux côtés une matiere vitrescente, d'une couleur d'hyacinthe un peu obscure, qui entouroit le bord de l'étain réuni par la fusion. Là dessus ayant pesé mon étain, je trouvai qu'il me rendoit une once, sept dragmes, & deux scrupules; de sorte que dans le travail précédent il avoit souffert vint grains de perte. Quant au sublimé dont j'ai fait mention, j'estime jusqu'à présent qu'il étoit arsenical: & pour ce qui regarde ces scories couleur de hyacinthe, elles me paroissent venir des particules déliées de fer qui se sont trouvées dans l'étain.

III. Je recommençai le même travail de fusion avec deux onces de mon étain d'Angleterre, mais en m'y prenant d'une autre maniere. Je mis l'étain dans un creuset ordinaire à fondre de Hesse proportionné; je le couvris avec un autre creuset semblable qui s'y ajustoit exactement; & ayant bouché le mieux qu'il étoit possible toutes les ouvertures, je mis le tout dans un fourneau de fusion, auquel je pouvois donner le feu le plus véhément. J'entretins ce feu pendant la durée de trois heures. Quand ensuite le creuset fut réfroidi, & que je l'eus brisé, je trouvai mon étain tout à fait au même état où il étoit resté dans l'opération précédente, & ayant le bord pareillement entouré d'une matiere vitrescente. Le déchet étoit aussi le même; mais je ne pus rien remarquer qui se fut attaché au creuset supérieur.

IV. Là dessus je mêlai une once de la limaille d'étain susdite bien nette avec parties égales de charbon pilé ; je mis ensuite ce mêlange dans une retorte d'argille bien garnie, & dont le cou étoit trés exactement nettoyé ; & quant au reste je procédai tout comme dans le §. II. avec l'étain pur, ayant aussi donné au feu la même véhémence & la même durée. Mais de cette maniere je ne trouvai aucun sublimé dans le cou de la retorte ; & pour l'étain, malgré la violence du feu, il ne s'étoit point fondu ensemble, mais il paroissoit noir & pulvérisé. En ayant lavé le charbon, je trouvai mon étain réduit en fort petits grains.

V. Je pris encore une once de l'étain net susdit, & je le mis dans un creuset de Hesse, qui pouvoit contenir environ quatre onces d'eau ; je posai dessus une plaque de cuivre parfaitement poli, & taillée tout exprès pour s'ajuster au creuset, de façon qu'elle ne touchât point l'étain en fusion, en étant environ à un pouce de distance. Là dessus je couvris le creuset avec un autre qui s'y ajustoit exactement, & ayant bien luté toutes les ouvertures, je plaçai le tout sur un pié d'estal dans un fourneau de fusion, & je le couvris avec des charbons, en sorte pourtant que le creuset de dessus n'en étoit pas touché. Après cela je donnai pendant environ une heure à une heure & demie un feu modéré, afin qu'il put cuire l'étain, sans fondre la plaque de cuivre. Ayant ensuite laissé réfroidir les vaisseaux, & ôté le creuset supérieur, je n'y trouvai point de sublimé. La plaque de cuivre n'avoit été enduite d'écume nulle part, & je n'y remarquai aucun endroit qui eut commencé à se disposer à la fusion, excepté q'uil ne parut plus aussi poli. Cependant, après l'avoir écurée avec du sable, je n'y vis rien de blanc, comme je m'y étois attendu, à cause de l'arsenic contenu dans l'étain, & que le feu devoit nécessairement avoir fait monter en vapeurs ; mais toutes les apparentes du cuivre étoient demeurées les mêmes. Néanmoins, sous cette plaque d'étain se trouva une pellicule blanche, friable, & tout à fait semblable aux fleurs de zinc, qui couvroit l'étain, & qui n'étoit peut-être autre chose en ef-

fet

fet que des fleurs de zinc. C'eft ce que je ne faurois pourtant encore décider, jusqu'à ce que je m'en fois faitement convaincu, en continuant mes expériences fur l'étain. En attendant je ne crois pas que ce foit l'arfenic forti de l'étain, parce que

1. Cette matiere foutient un feu affez fort;

2. Son tiffu femblable à de la laine témoigne plus de chaux que de zinc; &

3. Elle ne blanchit pas le cuivre, comme le fait fort aifément l'arfenic. Qui fait au jufte quelle forte de produit ce peut être? Des travaux ultérieurs & de nouvelles obfervations pourront nous le faire mieux connoitre.

VI. Les raifons que je viens d'allélguer dans le §. précédent, ne font pas les feules qui m'engagent à prendre cette matiere pour analogue au zinc; car le célèbre Mr. *Henckel*, dont l'habileté eft fuffifamment connuë, dans fa *Pyritologie* imprimée à Leipfig en 1725. p. 574. dit déjà de l'étain, qu'on peut fans aucun mêlange en tirer du zinc, & qu'en rompant les fourneaux où l'étain a été en fufion, on y trouve une matiere de zinc; & dès la p. 272. il témoigne qu'il avoit là deffus des Expériences fuffifantes. Je ne manquerai pourtant de m'attacher dans la fuite à conduire cette affertion à une plus grande certitude.

VII. L'efpece de bruit que fait l'étain le plus pur, lorsqu'on le plie, étant quelque chofe de particulier, qui autant que je le fache ne convient pas aux autres métaux; je n'ai pas balancé à l'attribuer à l'arfenic qui y eft encore caché, & aux parties martiales qui ont été fonduës enfemble. Cela m'a engagé à chercher s'il n'y auroit point quelque moyen d'ôter à ce métal cette propriété. J'ai pris deux onces de mon étain pur d'Angleterre, & deux onces de fel de tartre bien net, (& l'on pourroit mettre à la place de ce fel tout autre alcali bien purifié;) j'ai arrangé le fel & l'étain par couches dans un creufet à fondre fpacieux, que j'ai couvert avec un autre qui s'y ajuftoit; je les ai foigneufe-

neuſement lutés, puis je les ai mis dans un fourneau de fuſion, & j'ai donné un feu violent pendant une heure. J'ai enſuite laiſſé réfroidir le tout, & ayant briſé le creuſet inférieur, j'y ai trouvé mon étain d'un beau brillant, & couvert par deſſus de ſcories d'un blanc verdâtre. J'ai ſéparé ces ſcories ; j'ai fondu encore une fois mon étain doucement, & je l'ai verſé dans une lingottiere. Cet étain peſoit encore une once, cinq dragmes, & quinze grains, ayant ainſi perdu deux dragmes & demie, & quinze grains. Ce métal n'étoit pas à la vérité dépouillé du bruit, ou frémiſſement, dont nous avons parlé ; cependant, en le rompant, il paroiſſoit avoir ſouffert un changement conſidérable.

Je ne manquerai pas de donner la continuation de ces Expérien-ſur l'étain, me trouvant à préſent dans une ſituation aſſez favorable pour m'y remettre avec une nouvelle force.



DISSER-

DISSERTATION
SUR DES FLEURS
DE
L'ASTER MONTANUS, ou *PYRENAÏQUE*,
PRE'COCE, A' FLEURS BLEUËS, ET A' FEUÏLLES DE SAULE, EMPREINTES SUR L'ARDOISE,

PAR M. LEHMANN.

Traduit du Latin.

La Nature se jouë en mille manieres, & produit des milliers de formes & de figures différentes, non seulement sur la surface de la terre, mais même dans les lieux les plus profonds & les creux les plus souterrains. C'est ce que ne sçauroient nier ceux qui ont la moindre teinture de l'Histoire Naturelle. Je passe sous silence pour le présent tant d'especes de pierres précieuses, de métaux, & de minéraux, & ce nombre innombrable de toutes sortes de pierres, de terres, de sels, &c. Si je voulois entrer à cet égard dans quelque détail, cela donneroit beaucoup trop d'étenduë à ce Mémoire. Mais ce que j'admire particulierement, c'est cette espece de passage des végétaux & des animaux au régne minéral; passage où régne tant d'art, & dont nous avons une foule d'exemples si manifestes, qu'ils doivent suffire pour convaincre tous ceux qui ne sont pas guidés par un esprit de contradiction, & ne se plaisent pas à combattre la Vérité, les yeux fermés, à le façon des anciens Andabates. On peut appeller ici en témoignage tant de coquillages pétrifiés, & néanmoins couverts encore de leur coquille naturelle, aussi bien que les os & les bois sans nombre qui ont éprouvé le même état de pétrification, & qui déposent haute-

ment

ment en faveur de la vérité de cette étonnante métamorphose. Pour ne pas garder cependant un silence entier sur ces phénomenes, je remarquerai qu'on ne doit pas être si surpris de voir des coquillages revêtir une forme pierreuse, que de ce qui arrive à des corps plus mous, plus tendres, & mucilagineux, tels que sont les végétaux, qui dépouillent souvent ces qualités sous terre, pour prendre la plus grande dureté des pierres. En effet les testacées, avant que de subir ce changement, contenoient déjà une terre calcaire, & se trouvoient par là dans une plus grande proximité du régne minéral ; au lieu qu'il en est tout autrement des végétaux. Cependant, puisque l'expérience quotidienne nous apprend que la chose arrive, & que tant de collections faites par les plus savans hommes, en mettent sous nos yeux des exemples si frappans, nous regardons le fait comme incontestable, bien que nous ne puissions encore découvrir de quelle maniere la Nature procéde en opérant ce changement. Tous ceux qui rapportent les témoignages & les exemples dont nous venons de parler, à de simples jeux de la Nature, sont dans l'erreur ; & les idées qu'ils se trouvent réduits à concevoir sur l'origine de ces productions, manquent de toute vraisemblance.

II. Cependant les végétaux qu'on trouve dans les lieux souterrains, différent de plusieurs manieres entr'eux. Les uns sont devenus totalement pierreux, les autres seulement en partie. C'est ainsi, par exemple, que, dans ma petite collection, je conserve un lithantrace, ou charbon de terre véritable, qui n'est lithantrace qu'en partie, & qui en partie a conservé son ancienne nature ligneuse, de façon que le couteau y peut entrer : ce morceau a été trouvé près de Dresde. Quoique de pareils cas se présentent rarement, ils ne laissent pas de suffire pour prouver la vérité dont il s'agit. Une quantité innombrable de morceaux de bois, principalement de chêne, ont été changés en miniere de fer ; surtout à *Orbisau* en Boheme, où l'on a trouvé en abondance de ce bois pétrifié, & même des arbres entiers, dont on s'est servi pendant plusieurs années avec profit, en les fondant avec les autres

tres minieres de fer, pour en tirer ce métal. Je ne m'arrête pas aux bois changés en agathe. Il y a encore une troisième sorte de végétaux, qu'on peut trouver dans les minéraux, où ils sont imprimés & exprimés. C'est à quoi il faut rapporter tant de dendrites dont on trouve l'empreinte non seulement sur des ardoises, mais encore sur des pierres cornues, des cailloux, des agathes, & même sur des grenades, principalement sur les orientales. On peut alléguer à ce sujet en témoignage tant d'especes d'herbes, qu'on voit peintes, surtout sur l'ardoise; par exemple, la fougere, le capillaire, le polypode, l'hépatique, le glayeul, la prêle, ou queuë de cheval, l'herbe des morets noirs & rouges, &c. dont les Curieux gardent une infinité d'exemples dans leurs Cabinets, de façon que personne ne conserve plus aucun doute au sujet de ces plantes. Mais je ne me rappelle pas qu'il y ait beaucoup de Naturalistes qui ayent parlé de fleurs imprimées sur des pierres, ou plutôt je n'en sache aucun; tandis que plusieurs au contraire soutiennent qu'on trouve bien des Plantes empreintes, mais jamais des fleurs. C'est ainsi, par exemple, que le célébre *Henckel*, qui s'est rendu immortel dans la Minéralogie, dit à la p. 545. de sa *Flora saturnizans*. „ Parcourez tous les Cabinets & toutes les collections de „ curiosités naturelles, & dites-moi si vous y trouverez rien dans ce „ genre, outre la queuë de cheval, la fougere, le polypode, les mo- „ rets, le glayeul, les deux sortes d'hépatiques, & d'autres plantes „ semblables, d'une nature séche & dure. Un peu plus bas il ajoute: „ s'il faut regarder toutes ces empreintes comme des jeux de la Natu- „ re, pourquoi ne trouvons-nous pas aussi des fleurs de rose, des ca- „ lices de tulipe, &c. Pourquoi la Nature ne s'est-elle pas proposée „ de travailler à l'imitation des fleurs les plus élégantes? „ *Wallerius* parle dans sa *Minéralogie*, de pierres où l'on trouve des figures de tiges, de feuilles, de fruits, mail il garde un profond silence sur les fleurs. On n'en trouve non plus aucune mention dans *Scheuchzer*, ni dans *Buttner*. Le premier à la vérité dans son *Herbar. Diluv.* Tab. III. f. 3. rapporte d'après le *Litophylac. Britann. Ichnograph.* de *Luidius*, la figure d'une fleur qu'il prend pour le gratteron à feuilles épaisses, ou

pour

pour l'Alysse, ou pour le Myagre; mais j'avouë ingenuëment, qu'après avoir attentivement examiné cette figure, je n'y ai trouvé aucune ressemblance avec les Plantes susdites. On diroit plutôt que c'est la queüe de cheval; car au milieu manque le rond où les étamines doivent être placées. Je n'ai remarqué non plus aucunes découpures aux pétales de ces fleurs, quoiqu'il dût s'y en trouver, si ç'avoient été les especes indiquées. Ainsi on ne sauroit alléguer ces figures à bon droit pour des figures de fleurs. Le célébre Mr. *de Jussieu*, dans l'Histoire de l'Académie des Sciences de Paris de 1718. & dans un Mémoire de la même année, *sur des empreintes de Plantes dans les pierres*, rapporte plusieurs Plantes imprimées sur l'ardoise, surtout d'entre celles qu'on tire de la mine de charbon de pierre qui est près de *Chaumont*; mais il ne dit pas un mot d'empreintes de fleurs. *Suedenborg*, dans son Ouvrage minéral sur le cuivre & le léton, a fait graver, p. 168. plusieurs figures de plantes empreintes sur l'ardoise; mais, ni lui, ni aucun autre Auteur de Minéralogie, ne paroissent avoir la moindre connoissance des fleurs. J'ai donc dessein de communiquer ici au Monde savant l'*histoire d'une fleur empreinte sur une ardoise noire*, non pour acquérir par là une vaine gloire, mais pour fournir occasion à d'autres d'examiner la chose plus attentivement, & s'ils font quelque découverte plus importante, de ne pas l'envier au public.

III. Il y a quelques semaines que, pour m'acquitter de mes fonctions dans la visite des mines dont l'inspection m'a été confiée, je parcourus la contrée qui est auprès de *Nordhausen*, dans le Comté de *Hohenstein*. La curiosité, jointe à quelques autres raisons, m'engagea d'entrer dans cette carrière voisine du Cloître d'*Ihlefeld*, d'où l'on tire des charbons de pierre. Avant que de m'enfoncer dans les entrailles mêmes de la Terre, je considérai fort attentivement les monceaux de charbons déjà tirés de la mine, aussi bien que ceux des pierres qu'on avoit détachées en même tems, & que les Mineurs appellent *Berge*. Mon intention étoit, au cas que le hazard me présentât des empreintes d'herbes sur l'ardoise, d'en grossir ma petite collection

de

de curiosités naturelles ; & voici, contre toute attente & espérance, que parmi diverses pierres en forme d'ardoises qui se trouvoient dans ces monceaux, j'apperçois des ardoises noires presque toutes brisées, qui me présentent les plus belles figures de fleurs. Je laisse à juger de l'excès de ma joye à ceux qui prennent plaisir aux mêmes recherches. Il n'y en avoit pourtant pas assez pour satisfaire ma curiosité & celle de mes amis ; car, excepté trois ou quatre pieces qui représentoient des figures entieres, le reste ne consistoit qu'en fragmens & en vestiges effacés, qui paroissoient avoir été détruits sans l'action d'aucune force extérieure. Ne pouvant d'abord découvrir la cause de ce que je voyois, je regardois avec inquietude de tous côtés, jusqu'à ce que je découvris de grosses boules, en assez grande quantité, éparses çà & là, & qu'on avoit tirées de la terre en même tems que l'ardoise. Les ayant brisées avec le marteau, je trouvai qu'elles étoient pyriteuses, & par conséquent qu'exposées au grand air, elles attiroient l'humidité, s'affaissoient, & détruisoient avec elles les minéraux qui les environnoient. Tout ce que je viens de rapporter, s'étoit passé en plein air. Mais, comme un Physicien ne doit pas borner ses recherches aux apparences extérieures, & qu'il ne s'estime heureux qu'autant qu'il peut découvrir les causes mêmes.

Felix si possit rerum cognoscere causas,

j'entrai dans le fonds même de la carrière d'où l'on tire les charbons de pierres, & j'observai que cette espece d'ardoise étoit une couche placée au dessous des charbons, qui reposent sur elle ; & que les Mineurs nomment *das liegende*. J'observai de plus que cette ardoise n'étoit pas partout de la même forme, nature, & épaisseur. Car tantôt c'étoit un plan où l'on ne voyoit aucun vestige d'empreintes, tantôt il étoit plus épais ou plus mince, ayant quelquefois à peine un pouce d'épaisseur, & bientôt après allant à trois ou quatre pouces. Il n'est pas rare de trouver cette ardoise compacte, dure, & d'une couleur cendrée ; mais on en rencontre aussi de tirant sur le noir, qui est divisée par lames, & fragile. Assez souvent plusieurs figures de fleurs,

 toujours

toujours cependant d'une ſeule & même eſpece, ſont empreintes ſur un morceau d'ardoiſe; quelquefois il y en a moins, ou même une ſeule. J'ai trouvé des morceaux à la ſurface deſquels ces figures étoient ſeulement marquées, tandis que dans d'autres elles ſe ſuivoient réciproquement en forme de couches. Cette ardoiſe n'étoit pas cachée partout ſous les charbons, mais elle s'y rencontroit par intervalles, étant interrompuë, ici par une couche des globes pyriteux dont nous avons fait mention ci-deſſus, là par une autre eſpece d'ardoiſe d'une couleur plus bleuâtre, nommée par les Mineurs *das blaue Schiefer-Gebürge.* Il y avoit dans cet arrangement des preuves certaines, que cette couche n'avoit pas exiſté dès la création du Monde, mais que quelque cas extraordinaire l'avoit portée & placée là. Voilà donc tout ce qui concerne l'hiſtoire de ces fleurs ſouterraines; il me reſte à définir botaniquement, quelle eſt l'eſpece de fleurs à laquelle ces empreintes doivent être rapportées.

IV. C'eſt ſur quoi j'ai longtems réflêchi avec attention, prenant tantôt les empreintes en queſtion pour des fleurs de ſoucy, & tantôt pour des têtes de chardon. Enfin je leur trouvai une plus grande reſſemblance avec les eſpeces d'*Aſter*, & en particulier avec celle qu'on nomme *Aſter montanus*, ou *pyrenaicus*, à feuïlles étroites, ſemblables à celles du ſaule, & ayant des fleurs bleuës. En effet il y a de la conformité entre cette eſpece & les pétales non ſeulement des fleurs, mais encore la forme du diſque où les étamines ſont placées, tant à l'égard de la figure, que de la grandeur & de la circonference. Les feuïlles qui paroiſſent empreintes çà & là s'accordent avec celles de la même Plante; de ſorte que j'oſerois preſque affirmer comme une choſe certaine, que ce ſont les fleurs de l'*Aſter montanus* à feuïlles de ſaule, qui ſe trouvent repréſentées ſur cette ardoiſe. Mais ce ne ſont pas ces fleurs ſeules dont on y voit les empreintes: il y a encore des feuïlles de roſeau, & des traces de l'herbe de capillaire. Au premier coup d'œil je croyois devoir rapporter cette figure à quelque eſpece de ſoucy; mais, après avoir comparé entr'eux pluſieure ſignes caractériſti-

tèristiques, j'ai conclu que c'étoit une espece d'*Aster*. Les Botanistes demeureront d'accord avec moi à la simple vuë, que ces figures sont tout à fait semblables à l'*Aster*. J'accorde volontiers qu'il est très difficile de déterminer à quel genre proprement on peut les rapporter, & cela d'autant plus que la couleur des fleurs n'est pas en Botanique un des moindres caractères tant des fleurs que des Plantes mêmes. Or il seroit inutile de chercher ces couleurs & leur éclat dans de semblables empreintes. Je n'ai pourtant conservé aucun doute sur la solidité de ma conjecture, ayant trouvé sur les montagnes les plus élevées de la forêt noire (*Hartzwald*), & surtout sur celles qui sont situées aux environs de cette carrière de charbon de pierre, une grande quantité de la même herbe en fleur. Mais venons plus directement au fait. Il s'agit de décrire la figure de ces fleurs, telle que l'ardoise la représente, lorsqu'elle y existe tout entiere. Dans une ardoise d'un noir cendré assez dur, on voit des fleurs dont les feuïlles s'étendent du disque qui tient lieu de centre vers la circonférence. A' la pointe chaque feuïlle est legèrement découpée. Le disque offre quelquefois à la simple vuë, & plus fréquemment à la loupe, des vestiges d'étamine. Sur un petit espace sont souvent réunies plusieurs de ces fleurs empreintes. Je conserve, par exemple, une piece longue de six pouces & large de trois, où l'on voit, outre plusieurs figures rompuës, sept fleurs entieres. Çà & là sont mêlées avec beaucoup d'élégance des feuilles de cette plante, & des vestiges de jonc, de capillaires, &c. Quelques soins que j'y aye apporté, je n'ai découvert aucune trace de poissons, ou d'autres appartenances du régne animal.

V. Jusqu'à présent j'avois satisfait ma curiosité, entant qu'elle avoit pour objet la connoissance des figures d'*Aster*. Mais je brûlois encore d'un ardent desir d'approfondir la nature de l'espece d'ardoise où ces figures étoient empreintes. Pour cet effet il faloit trouver le tems & les occasions de recourir aux Expériences. La premiere que je fis, destinée à connoitre si cette ardoise étoit d'une nature calcaire, consistoit à y verser de l'acide de vitriol, de nitre, & de sel

 com-

commun ; & comme il n'en résulta pas la moindre effervescence, je fus convaincu que cette ardoise étoit d'une nature argilleuse. Une partie de la même ardoise, mêlée avec deux parties de borax, fut changée par la force du feu en un verre noir. Une autre partie, avec trois parties de sel alcalin, donna un verre de couleur d'ambre, mais ce ne fut qu'à un feu des plus violens. Par rapport aux métaux, qui prennent souvent l'ardoise pour matrice, les divers essais que j'ai faits, m'ont appris que cette recherche ne mérite aucune attention. A une premiére épreuve, de cent livres d'ardoise j'ai tiré trois onces & demie de cuivre, & à une séconde une livre & demie. Au reste cette matiere résistoit très longtems au feu, & se fondoit difficilement. Notre ardoise exposée à un feu plus libre ne rendoit aucune odeur, quoique j'eusse soupconné qu'il dût en sortir une pareille à celle des charbons de pierre, étant née avec eux, & ayant été tirée en même tems de la terre. Cette même ardoise, en la brûlant plus longtems, donnoit peu d'odeur de souffre, mais on respiroit d'autant plus celle de l'arsenic ; phénomene dont je crois devoir attribuer la cause à ces boules de pyrite blanc, dont il a été fait mention ci-dessus. Aucun travail d'essayeur n'a pu y découvrir la moindre trace d'argent. Au reste cette ardoise, à cause de sa grande dureté, ne se laissoit pas fondre aussi facilement que les autres especes d'où l'on tire le cuivre, ou dont on couvre les toits. Le défaut de tems, & des occupations plus importantes, ne me permirent pas de pousser plus loin ces Expériences.

VI. Je m'attachai ensuite à rechercher plus exactement la situation souterraine de cette ardoise. Mais, avant que de pénétrer dans l'intérieur, il faloit parcourir les routes qui y conduisent, pour observer ces différentes couches qui couvrent les veines horizontales, dites *flötze und deren dach*, & celles sur lesquelles ces veines reposent, *des flötzes ligendes*. Cela méritoit d'autant plus qu'on s'y arrêtât, que je remarquois fort bien, que ce n'étoit pas en vain que ces couches avoient été ainsi disposées. Il auroit été aussi inutile que dangereux de recourir là dessus aux Auteurs qui ont traité ces matieres. J'avouë que

que le célèbre *Swedenborg*, dans l'Ouvrage que j'ai déjà
dit qu'il a obſervé les couches des veines horizontales d
de *Mansfeld*, mais ſans y remarquer aucun ordre.
a fait la deſcription des mines du même Comté, donne
aſſez grand détail ſur ces couches; mais, comme elles
égales partout, & qu'en particulier, dans notre carrière
elles différent beaucoup des autres, tant pour la forme que
tiere, les obſervations de ces Auteurs n'ont pû m'être d'
A' quoi il faut ajouter que ces deux Naturaliſtes n'ont p
en terre plus avant que jusqu'à cette couche d'une pierre
tiale & rougeâtre, dite vulgairement *das wahre rothe feſte*
quelle repoſe l'ardoiſe qui contient le cuivre. Je voyois
nes & des travaux à eſſuyer pour aller plus loin, mais m'é
courage, & ayant employé quelques Mineurs pour me
pénétrai dans les couches inférieures, & je les trouvai di
maniere ſuivante.

	Toiſes metalliques (*Lachter.*)
1. Une terre groſſiere, ou terre de Jardin; *Garten Erde.* - -	
2. Une pierre calcaire qui ſe laiſſe fendre, & qui put comme l'urine de chat, vulgairement *Stinckſchiefer.* - -	6
3. L'alabaſtrite blanc dont on fait le gypſe. - - -	30
4. Le tuf, dit *Rauchvacke.* -	— —
5. La Pierre calcaire qui entre en efferveſcence avec les acides, vulgairement *Zechſtein.* - - -	2
6. Une pierre calcaire plus ſablonneuſe & plus groſſiere; *die Ober-Fäule.* -	½
7. Une pierre compacte de terre argilleuſe; *der Ueberſchuſs.* - -	— —

	Toises métalliques V. (*Lachter.*)	Pieds.	Pouces.
8. Un composé de terre calcaire & d'argille ; *die zarte Fäule.* -	$\frac{3}{4}$		
9. Une ardoise cendrée plus épaisse & plus impure, composée d'une terre calcaire & argilleuse ; *das Dach.* -	— —	1	4
10. Une ardoise d'une terre argilleuse noirâtre, contenant un peu d'argent & de cuivre ; *Mittelberge.* - -	— —		6
11. Une véritable ardoise noire, purement argilleuse, contenant un peu de cuivre ; *Kamm-Schale.* - -	— —		1
12. Une ardoise noire argilleuse, contenant un peu de cuivre; *Mittel-Schiefer.*	— —		4
NB. L'ardoise noire ordinaire, plus abondante en cuivre que les précédentes ; (*gemeine Kupfer-Schiefer.*) -	— —		1
14. Une ardoise où se trouve la miniere de cuivre, brillante & abondante ; *Flötz-ertzte.* - -	— —		$\frac{1}{2}$
NB. Entre les Nos 12. & 14. il n'est pas rare de trouver des veines dont la situation se présente pour l'ordinaire plûtot perpendiculaire, (*ganghaftig,*) qu' horizontale, (*flötz-artig ;*) de pareils intervalles s'appellent intervalles de veines horizontales, (*wechsel,*) & ils ont coûtume d'être remplis de cadmie fossile métallique, de pyrite fort riche en cuivre, de verd de gris natif, & quelquefois aussi d'une galene plus ou moins abondante en argent.			

15. Un

	Toises métalliques V. (*Lachter.*)	Pieds.	Pouces.
15. Un lit formé d'un peu de terre calcaire, mêlée avec de gros ſable & de gros gravier ; les Mineurs l'appellent aſſez improprement *Hornſtein*.	$\frac{1}{2}$	—	—
16. De l'argille bleuâtre ; (*der blaue Lettenſchmitz.*)	— —	—	8
17. Un lit d'un peu de terre argilleuſe, calcaire, mêlée de parties martiales, de miette, de talc, de ſable, & tout rougeâtre ; *das zarte todte.*	1	—	—
18. Une pierre dure, martiale, rougeâtre, compoſée de terre calcaire, de cailloux, de ſable, &c. *das wahre rothe feſte todte.*	30. 40. 50. &c.	—	—

NB. C'eſt jusqu'ici que ſont parvenus les Auteur cités ci-deſſus dans l'examen des veines horizontales. Voici préſentement ce que j'ai obſervé ſous ces couches.

	Toises	Pieds	Pouces
19. Un lit dur, pierreux, n'entrant point en efferveſcence avec les acides, & appartenant à cette eſpece de pierres cornuës qu'on nomme peu exactement *Jaspides*. Il y a ſouvent dans ce lit des minieres de fer, dures cependant pour la fonte, & pauvres, (*feuerwackiger Eiſenſtein,*) elles ſe laiſſent polir, & alors on les nomme *felſiges Gebürge.*	16	—	—
20. Une pierre ſablonneuſe compoſée d'un gros ſable & d'une terre martiale, & toute rougeâtre ; *rother grober Sand.*	$\frac{3}{4}$	—	—
21. Une pierre ſablonneuſe compoſée d'un ſable plus délié, & d'une terre martiale rouge ; *klarer rother Sand.*	1	—	—

	Toises métalliques V. (*Lachter.*)	Pieds.	Pouces.
22. Une ardoise rouge d'une terre argilleuse avec des parties martiales ; *rothe Schiefern.*	6 — 8	—	—
23. Une pierre de couleur hépatique, composée de terre argilleuse, & de particules martiales, mais en petite quantité ; *leber-farbenes Gebürge.*	7 — 8	—	—
24. Une ardoise bleuâtre de terre argilleuse ; *das blaue Kohlen-Gebürge.*	8 — 10	—	—
25. Une pierre cornuë cendrée fort dure ; *das Dach der Kohlen.*	¼	—	—
26. Les lithantraces mêmes ; *Stein-Kohlen.*	¼	—	—
27. Une ardoise bleuâtre d'une terre argilleuse de même couleur ; *Blaue-Schiefern.*	¼	—	—
NB. C'est dans ce lit que se trouvent les empreintes dont on a parlé jusqu'ici, & les petites boules pyriteuses.			
28. Une pierre noirâtre, en forme d'ardoise, mais plus dure.	10	—	—
29. Un lit formé de terre calcaire argilleuse, de sable, de cailloux, &c.	10	—	—
30. Un lit rouge tout à fait semblable à celui du No. 18. *das rothe Todte unter den Kohlen.*	20 — 30.	—	—
NB. On trouve souvent dans ce lit des corps de la grosseur & de la figure d'un œuf d'oye, qui sont de la même matiere que le lit même, plus durs cependant, & qu'on peut en séparer.			

31. Une

31. Les veines métalliques perpendiculaires, & leurs matrices qui s'étendent à une profondeur plus ou moins grande, suivant les montagnes où elle se trouvent; *das Gang-Gebürge*.	Toises métalliques V. (*Lachter*.)	Pieds.	Pouces.

On voit par ce qui vient d'être rapporté: 1. Que les lits mêmes qui pris ensemble composent les veines horizontales, descendent perpendiculairement dans les montagnes qui ont existé depuis l'origine du Monde, & y parviennent en quelques endroits jusqu'à la profondeur de 205 $\frac{3}{4}$ toises, (*) & 4 pouces; ce qui revient à 1449 pieds & 7 pouces. 2. Puisqu'à une si grande profondeur on trouve des empreintes de fleurs qui sont au dessus de toute exception, il est évident que ces lits ont été formés, soit en un moment, soit peu à peu, certainement par hazard. 3. Les figures des fleurs & des plantes qui s'y trouvent empreintes, montrent qu'il y a eu un tems où la surface de la Terre a été submergée & inondée dans cet endroit, ou que tous ces lits y ont été transportés d'ailleurs; en un mot que leur arrangement est postérieur à la création du Monde. L'observation suivante fortifie mon sentiment. En considérant que les collines & les côteaux où ces lits sont renfermés, depuis le village de *Sachswerfen* qui est plus bas, vont toujours en montant, & cela pendant l'espace d'un mille, en suivant la pente de la montagne qui va se réunir aux montagnes les plus élevées de la forêt du Hartz, qui y sont adjacentes; j'ai d'abord mesuré cette pente qui donne une hypothenuse des 8000 pieds ci-dessus mentionnés; & la profondeur des lits étant égale à 205 $\frac{3}{4}$ toises & 4 pouces, ou à 1440 pieds & 7 pouces; ce qui fait l'autre côté du triangle; il en résulte que la base est égale à 1 $\frac{1}{12}$ mille d'Allemagne. Cela étant présuppofé, il paroit avec la plus grande évidence que tous

 les

(*) La toise métallique, dite *Lachter*, est de 7 pieds, on de 84 pouces; mais la Géométrie souterraine l'a réduite en 100 pouces plus petits, afin de pouvoir profiter de la commodité du calcul décimal.

les lits dont on a donné l'énumeration, sont tombés originairement des hautes montagnes de la forêt voisine, & que divers accidens les ont ensuite augmentés & accumulés. Il y a environ un an & demi que j'ai fourni au public une explication plus complette de l'origine des veines horizontales, dans un essai historique sur cette matiere ; ainsi je me borne pour le présent, afin de ne pas donner trop d'étenduë à ce Mémoire, à rechercher l'origine de ces fleurs empreintes sur l'ardoise.

VII. Quoique l'observation de semblables empreintes soit assez rare, elle n'a rien pourtant par elle même qui doive causer une trop grande surprise. Le seul Auteur qui ait fait mention d'une fleur semblable à la nôtre, est Mr. *Volckmann*, dans sa *Silesie souterraine*, P. I C. IV. §. 38. p. 113. Tab. XV. fig. 5. Il rapporte qu'auprès de *Lassig* en Silesie, parmi d'autres figures d'herbes empreintes sur une ardoise couleur d'orange, on en trouva une qu'il appelle *Aster angustifolius, vel pyrenaicus præcox, flore cæruleo majori Horti regii Parisini, & Morisson, Hort. Blesf.* Mais cette ardoise avoit été rencontrée presque à la surface de la terre ; & cette contrée montagneuse étant toute couverte de fleurs de cette espece, il n'est point du tout surprenant, & c'est une chose très facile, que dans des tems peu éloignés, il y en ait eu quelcune que le hazard ait imprimée sur une terre martiale argilleuse, sans compter qu'on n'en a trouvé qu'une seule. Mais d'où peut venir l'abondance de ces fleurs dont nous avons rencontré les empreintes à une si grande profondeur, puisqu'il n'y a que les montagnes des environs qui en produisent ? Nous ne voyons ici que deux suppositions à faire ; car nous ne comptons pour rien une troisième qui consiste à recourir aux jeux de la Nature : on est en droit de la regarder comme l'asyle de l'ignorance, tant que les faits sont encore expliquables par des causes naturelles. Le premier cas qu'on peut donc supposer, c'est celui d'une inondation qui aura été répanduë autour d'*Ihlefeld*, & des montagnes de la forêt voisine. Le second seroit celui de l'affaissement de ce même district. Quand on parle d'inondation, il ne faut pas d'abord penser à un Deluge universel, tel que celui

lui qui est rapporté dans l'Ecriture Sainte, dont toute la face de l'Univers ait été couverte ; car il peut arriver des inondations particulieres, & l'expérience le prouve tous les jours. Les nuës surtout qui crévent, ne sont pas rares dans ces contrées, où l'on voit de fort hautes montagnes. L'immense quantité d'eau que le Ciel y verse dans ces occasions, arrache les arbres, jette la terre & les plantes du sommet des montagnes dans les vallées qui sont au dessous, de façon que les rochers demeurent tout nuds. On en rencontre beaucoup qui sont ainsi dépouïllés dans le voisinage de cette mine de charbon de pierre, entre lesquels les plus remarquables sont le *Nadelöhr*, & le *Gänseschnabel*, sur lesquels *Behrens* a fait plusieurs remarques dans sa *Hercynia curiosa*, p. 116. & 118. Dans des tems plus récens & postérieurs à *Behrens*, une semblable rupture des nuées a encore changé l'état de deux autres rochers en dépouïllant leurs sommets ; & à cause de la ressemblance de leurs figures, on les a nommés *le Moine & la Nonne.* Tous ces amas de terre, de pierres, de cailloux, ont insensiblement haussé les vallées, & produit des collines & des côteaux. J'estime donc que nos ardoises sont nées de la premiere cataracte semblable des nues, qui a entraîné les plantes & les fleurs dont on trouve l'empreinte sur ces ardoises. Dans la suite des tems, les pluyes qui sont survenues, ne trouvant plus de terre à emporter, ont amolli les pierres les plus dures, le sable, & même la terre argilleuse & calcaire, & ont entraîné tout cela dans les vallées. De là plus les lits dont nous avons parlé sont placés vers le haut, plus ils sont durs, mêlés, & composés. Ce que nous voyons encore arriver tous les jours dans ces contrées, confirme mon sentiment. Les pluyes détachent presque annuellement de ces montagnes, & surtout des rochers mis à nud, des pieces d'un poids énorme, qui monte assez souvent jusqu'à une centaine de quintaux ; les pluyes, dis-je, entraînent ces masses, & les font rouler jusqu'au fonds des vallées. Faut-il s'étonner donc, si de pareilles choses arrivant depuis plusieurs milliers d'années, il se trouve à la fin des collines & des côteaux là où existoient auparavant des vallées ? Mais j'altérerois la vérité, si je voulois attribuer le phé-

nomene en queſtion à cette ſeule cauſe. L'affaiſſement des terres y entre auſſi pour beaucoup. Il ne ſuffit pas de l'avancer ; il faut le prouver. En obſervant attentivement la ſituation de cette contrée, j'ai remarqué qu'il y avoit tout à l'entour pluſieurs étangs, & marais, dont il a été impoſſible jusqu'à préſent, aux mortels même les plus curieux, de trouver le fonds. C'eſt ainſi, par exemple, que pas loin de notre mine de charbon de terre, ſe trouve l'étang dont *Behrens* a fait mention, l. cit. p. 91. ſous le nom de *Tantz-deich*. De pareils affaiſſemens de terre ſe préſentent en pluſieurs endroits, & presque tous les jours il en arrive de nouveaux, dont la cauſe eſt bien évidente. En effet on rencontre ſous terre, comme je l'ai rapporté au §. VI. une pierre calcaire, & au deſſous de l'alabaſtrite. Ces deux ſortes de matieres ſont amollies, & comme fonduës, par l'eau qui eſt cachée deſſous. Il faut remarquer que, dans les lieux qui vont en pente, les eaux coulent continuellement ſuivant le cours de cette pente ; mais dans les plaines l'équilibre les rend croupiſſantes ; ce qui produit à la longue l'entiere ſolution de l'alabaſtrite & de la pierre de chaux, qui eſt ſuivie du bouleverſement total.

Sic collapſa ruunt ſubditis culmina fulcris.

Je ne prétens point que perſonne m'en croye ſur ma ſimple parole ; il y a des preuves de fait à portée, & toutes récentes. La curioſité me fit entrer, il y a environ ſix ans, dans la caverne qu'on nomme le *Ziegen-loch*, & que Mr. *Behrens* a décrite, l. c. p. 82. Alors l'entrée de cette caverne étoit aſſez ouverte, de façon que j'y trouvai un accès libre. Deux ans après, cherchant la même ouverture, ce ne fut qu'avec une peine infinie, & même avec un extrème péril, que je la trouvai ; mais y ayant enfin réuſſi, quel changement ne remarquai-je pas dans cette caverne? tout y étoit rempli d'eau, on ne rencontroit point de fonds, en un mot il n'y avoit plus que l'entrée qui fut demeurée acceſſible. Surpris que l'eau ne s'écoulât pas par cette entrée, je ſoupçonnai qu'il y avoit quelque canal caché qui ſervoit à ſon écoulement, ſuivant les loix de l'équilibre hydroſtatique.

Pour

Pour m'en assurer, je fis répandre une grande quantité de paille sur cette eau, & ayant bien observé la pente des lits de la montagne, je trouvai, au bout de deux jours, à un mille & demi de là, de l'eau qui sortoit de la montagne, entraînant cette paille avec soi. Les choses étant ainsi, & non seulement les collines, mais aussi les plaînes de ces contrées, étant remplies d'alabastrite & de pierre calcaire, on n'a aucun lieu de s'étonner, si je crois que la terre a pû s'affaisser dans la plaine avec les plantes & les fleurs, lorsque ces soutiens de pierre ont été ôtés & délayés. On ne doit pas être plus surpris de ce qu'au bout d'un long espace de tems, ces marais & ces étangs s'étant desséchés, on trouve au fonds d'un abyme des vestiges d'herbes & de fleurs, dont la terre des contrées depuis submergées avoit été autrefois ornée & revêtuë.

VIII. Ceci me paroit suffisant pour rendre raison de la figure de l'*Aster pyrenaicus*, à fleurs bleües, & à feuilles de saule, trouvé à une si grande profondeur, & pour expliquer son origine. Il ne me reste, en finissant ce Mémoire, qu'à placer ici un petit nombre de theses qui concernent le sujet que je viens d'y traiter.

1. Nos empreintes de fleurs ne doivent point être regardées comme des jeux de la Nature.

2. Ces fleurs imprimées par hazard sont la preuve de quelque révolution, qui a fait descendre dans ces lieux profonds ce qui étoit auparavant placé au sommet des plus hautes montagnes.

3. L'accident qui a causé cette révolution peut être expliqué, ou par l'inondation de la contrée, ou par l'affaissement de la terre; d'autant plus que quelquefois, ce que j'avois oublié de dire, on trouve en même tems des morceaux de bois changés en agathe. Cela est à la vérité assez rare; cependant j'en posséde une piece trouvée dans cet endroit, où l'on peut fort bien distinguer l'écorce du bois, le tout étant d'agathe.

4. On

4. On ne ſauroit pourtant nier que, dans quelques endroits, ces deux cauſes n'ayent pû concourir enſemble.

5. Ce n'eſt pas une opinion bien fondée que celle qui refuſe aux plantes & aux végétaux remplis de ſuc, la force d'imprimer leur image, puisque l'*Aſter* & ſes fleurs ont plus de ſuc que l'hépatique, la fougère, &c.

6. Notre Globe terreſtre n'a pas été encore ſuffiſamment viſité, pour que nous puiſſions avoir une parfaite certitude de tous les changemens qu'il a ſoufferts.



EXAMEN

EXAMEN CHYMIQUE DU SEL,

AUQUEL ON A VOULU DONNER LE NOM DE VÉRITABLE SEL ALCALI FIXE DE RHINOCEROS.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit du Latin.

I.

Il n'y a pas longtems que notre illustre Académie Royale m'a remis un petit vase de verre, plein d'une certaine poudre saline, sur lequel celui qui l'avoit envoyée avoit écrit ; *sel alcali fixe de Rhinoceros.* On me chargea de soumettre à un examen chymique la nature de ce sel, dont on disoit beaucoup de merveilles dans un petit Ecrit qui y étoit joint, l'Auteur assurant qu'il l'avoit tiré de l'urine de ce Rhinoceros, dont il étoit le conducteur & le maître. Je me mis donc en devoir de faire à ce sujet les essais convenables, afin d'en présenter ensuite mon rapport à l'Académie.

II. D'abord le nom que l'Auteur donne à ce sel, m'a engagé à en prendre une portion que j'ai exactement pilée dans un mortier de verre avec la moitié de sel ammoniac, en humectant un peu ce mêlange avec de l'eau chaude, pour découvrir s'il en sortiroit une humeur volatile ; mais mes narines n'ont pas saisi le moindre indice d'odeur urineuse. Cette seule expérience m'a suffisamment convaincu que ce sel ne pouvoit porter en aucune maniere le nom de sel alcali fixe. Je n'ai point pû y trouver non plus de sel ammoniac, ni rien d'ammoniacal, puisque l'ayant pilé avec un sel alcali fixe pur, il n'a pas donné le moindre indice d'urineux ; & même dans toutes les autres épreuves il n'a rien du tout fait voir d'alcalin.



III. Au contraire il a montré manifeſtement une diſpoſition acide. Car ayant diſſous une quantité de ce ſel dans de l'eau diſtillée, & l'ayant filtrée, cette ſolution, en y verſant de la ſolution de ſel alcali fixe, a non ſeulement conçu de l'effervefcence; mais même, en laiſſant tomber une ſeule goutte de ladite ſolution ſur du fer poli, elle l'a manifeſtement rongé, & y a laiſſé une tache cuivreuſe, quoique fort petite; & même ce ſel, mêlé avec le ſel alcali volatil, a produit une effervefcence.

IV. Il s'agiſſoit donc préſentement de rechercher de quelle nature étoit cet acide. Pour cet effet je mis deux dragmes de ce ſel dans une petite retorte de verre garnie; après quoi y ayant adapté un récipient, & luté les ouvertures, j'en ai entrepris la diſtillation par degrés à un feu découvert. Les vaiſſeaux étant enſuite refroidis, j'ai trouvé dans le récipient environ vint grains d'un eſprit qui ſentoit fortement le ſouffre. Cet eſprit entroit dans une effervefcence manifeſte avec la ſolution de ſel alcali fixe; & l'ayant mêlé avec un ſel alcali fixe diſſous dans de l'eau, jusqu'à une ſaturation complette, j'y verſai encore un peu d'eau, je procurai l'évaporation, je le diſpoſai à la cryſtalliſation, & j'obtins un tartre vitriolé ordinaire. Cela faiſoit voir bien clairement qu'il y avoit dans ce ſel un acide vitriolique.

V. Mais, comme de la maniere ſusdite tout l'acide ne me paroiſſoit pas avoir paſſé par la diſtillation; après avoir briſé la retorte, j'en tirai le réſidu qui y étoit contenu, fort compacte & tout à fait blanc, peſant quatre ſcrupules, & dix grains. Ayant premièrement pilé ce réſidu dans un mortier de verre, je le fis diſſoudre dans de l'eau diſtillée, & je filtrai la ſolution, qui laiſſa dans le filtre une très petite quantité de terre blanche; j'employai l'évaporation pour diſpoſer cette ſolution filtrée à la cryſtalliſation, & il ſe forma des cryſtaux, en partie tirant ſur le blanc, & en plus grande partie un peu ſur le verd, lesquels à la vuë & au goût me parurent être d'une nature aluminoſo-vitriolique.

VI. Je fis dissoudre de nouveau entierement ces crystaux dans l'eau, & sur cette solution j'en versai peu à peu une de sel alcali fixe: alors il se fit une forte effervescence; & une quantité médiocre de terre jaunâtre en se précipitant gagna le fonds. Ce mêlange parfaitement saoulé de sel alcali fixe, fut filtré; & la terre qui resta dans le filtre, ayant été édulcorée, j'observai qu'elle étoit manifestement martiale. Je fis évaporer la lessive claire qui avoit été filtrée pour la disposer à la crystallisation; ce qui étant fait, j'obtins de nouveau un tartre vitriolé ordinaire. Cette Expérience fournit un nouvel indice que ce sel, quoiqu'on l'expose à l'action d'un feu couvert, conserve encore un acide vitriolique.

VII. De plus, je mêlai une dragme de ce sel avec partie égale de nitre dépuré pur; je mis ce mixte dans une retorte garnie, & y ayant adapté le récipient, je conduisis la distillation par degrés jusqu'à l'incandescence. Depuis le commencement jusqu'à la fin de la distillation il s'éleva des vapeurs rouges. Tout étant réfroidi, je trouvai dans le récipient un esprit acide de nitre, dégagé du nitre par le prétendu sel de Rhinoceros. Cet esprit saoulé d'une lessive de sel alcali fixe se mit d'abord en crystaux, qui étoient semblables au plus beau nitre. Je fis dissoudre dans de l'eau distillée chaude la masse saline, d'un brun tirant sur le rouge, qui étoit restée dans la retorte; je fis évaporer cette solution auparavant filtrée, & je la disposai à la crystallisation: alors il se forma des crystaux qui étoient parfaitement semblables à ce sel qu'on nomme chez les Apoticaires *arcanum duplicatum*, & qui est préparé du *caput mortuum* de l'eau forte.

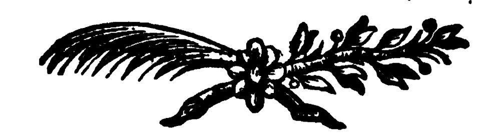
VIII. Qu'il y ait un acide vitriolique mêlé au prétendu sel de Rhinoceros; c'est ce que démontre encore le mêlange de ce sel, dissous dans l'eau, avec les terres calcaires mises en solution dans d'autres acides. La solution de craye, par exemple, faite dans l'acide du nitre, si l'on y verse la solution du sel de Rhinoceros, se précipite dans un moment, & fournit un magistere selenitique; ce que produisent pareillement tous les sels moyens, dans lesquels se trouve un acide vi-

 trioli-

triolique. La folution de fel de Rhinoceros précipite auffi fur le champ la folution de Saturne ; mais je n'ai pû obferver aucune précipitation fenfible dans la folution d'argent & de mercure.

IX. Enfin, j'ai mêlé la folution du fel fusdit avec cette leffive qu'on prépare du fel alcali fixe & du fang defféché par voye de calcination, & qu'on employe pour faire le Bleu de Berlin : ce qui étant fait, j'ai remarqué que, cette leffive étant verfée, il tomboit auffitôt au fonds du vafe un beau précipité bleu ; indice manifefte qu'il y a du fer mêlé dans notre fel.

X. Tout ce qui vient d'être rapporté au fujet de ce qu'on a voulu nommer fel alcali fixe de Rhinoceros, & les différentes épreuves auxquelles il a été foumis, découvrent affez à tous ceux qni font verfés dans la Chymie, ce que c'eft que ce fel merveilleux & tant vanté, de quelles parties effentielles il eft compofé, & quel effet il eft capable de produire fur le corps humain. Il fera en même tems très facile de comprendre que ce fel n'a dû en aucune façon être nommé fel alcali fixe, & qu'il eft impoffible qu'il ait été préparé de l'urine de Rhinoceros ; à moins qu'il ne fe trouvât quelcun qui ofe foutenir que l'alun & le vitriol de Mars chargé de quelques particules de cuivre, forment un fel alcali fixe, & que des fels de cette nature peuvent exifter dans le corps d'un femblable animal ; ce qui, autant que je puis en juger, feroit tout à fait difficile à démontrer.



DE

DESCRIPTION D'UN QUADRUPÈDE D'AMÉRIQUE,

RAPPORTÉ PAR *M. LINNÆUS* AU GENRE DES OURS.

PAR M. ROLOFF.

Traduit du Latin.

Ayant eu, il y a quelque tems, l'occasion d'examiner un quadrupéde singulier, qu'on rencontre rarement dans nos contrées, j'ai crû devoir rendre compte en peu de mots des choses les plus remarquables que j'ai observées dans cet animal.

Sa grandeur répondoit à celle d'un gros Chat; sa longueur, depuis l'extrémité de la trompe jusqu'à la queüe, étoit de trois pieds & plus; & la queüe même avoit un pied & un pouce. Le corps étoit couvert partout de poils épais, assez longs & doux; les plus longs étoient placés sous le ventre. La couleur de ces poils étoit variée, en partie noire, en partie mêlée de brun & de jaune. Le dos tiroit au noir, entremêlé pourtant de brun; au contraire vers la tête, le cou, & la queüe, les poils se montroient plutôt jaunâtres que noirs. Le front étoit blanchâtre avec des rayes jaunes, qui descendoient entre les yeux depuis le front jusqu'au nez. Autour des yeux tout étoit presque noir: les oreilles avoient plus de blanc que de jaune; & la surface antérieure des pieds, tant de devant que de derrière, étoit garnie de poils bruns, courts, & clair-semés. La queüe, au commen-

Planche I. cement & au milieu, avoit plus de largeur, que vers la fin; & on y voyoit trois anneaux noirs, & autant de jaunes, mêlés avec un art merveilleux; ceux d'enhaut étoit les plus larges, & ceux d'embas plus étroits. La tête représentoit presque la figure d'un triangle: la partie supérieure & postérieure étoit plus large; vers les narines elle diminuoit. Le nez lui même étoit fort aigu, tout à fait noir, avec deux narines semilunaires. A' chaque côté de la bouche on voyoit une barbe de poils blancs, roides, & recourbés; ceux de la lèvre supérieure étoient plus longs, & ceux de la lèvre inférieure plus courts.

Pl. II. Fig. I. La lèvre supérieure surpassoit de beaucoup en longueur la lèvre inférieure, avançant par dessus d'un pouce & demi. Les oreilles étoient larges vers la base, & aiguës à la pointe; elles avoient une extrème mobilité, & étoient pourvuës pour cet effet de forts muscles.

Les yeux de cet animal n'avoient pas une grandeur proportionnée à celle du reste du corps; l'œil gauche étoit attaqué d'une cataracte, & l'un & l'autre étoient revêtus d'une membrane clignotante fort manifeste. Cette membrane recourbée en forme d'arc, s'étendoit du coin intérieur à l'extérieur; & elle avoit une forte adhérence, non seulement dans cet endroit, mais aussi plus bas. Deux petites cornes dont elle étoit pourvuë, la lioient, l'une au coin intérieur, l'autre à l'extérieur. Vers l'œil elle étoit plus large, & vers le nez plus aiguë; plusieurs vaisseaux rouges la coloroient, & son extrème mobilité faisoit qu'elle pouvoit aisément être tirée en haut: alors elle fermoit parfaitement l'œil entier.

Planche I. let. a. a.

Pl. II. Fig. 2. let. b. c. Les pieds, ou pattes, tant de devant que de derriere, n'avoient pas une grande longueur; ceux de devant étoient plus étroits & plus foibles; ceux de derrière plus forts & plus larges. En bas & sous les plantes on n'appercevoit aucuns poils; mais ils étoient garnis depuis les ongles jusqu'au talon d'une peau épaisse d'un brun rougeâtre. Cette peau avoit plusieurs lignes, ou traits pareils à ceux de la paume des

des mains dans les hommes. Cette peau s'élevoit plus haut vers les pieds postérieurs, parce que l'animal étoit destiné à marcher aussi sur les talons.

Chaque pied se terminoit en cinq doits séparés, qui par dessous étoient épais, charnus, oblongs, pas bien ronds, comme les Ours ont coutume de les avoir. Les doits des pieds de derrière étoient plus longs & plus forts que ceux des pieds de devant. Le premier étoit tout à fait court; le second plus long; le troisième & le quatrième égaux entr'eux, mais plus longs que le second; le cinquième plus court que le quatrième, mais plus long que le premier. Chacun de ces doits finissoit par un ongle noir & recourbé, qui proportionnellement aux doits a plus ou moins de longueur; ceux des pieds de derrière sont néanmoins les plus forts & les plus aigus.

Pl. II. Fig. 3. let. *b. c.*

Cet animal qui étoit fort gras, pesoit seize livres & demie. C'etoit une femelle, & l'uterus s'ouvroit au bas de l'abdomen par un grand orifice externe.

Les muscles de l'abdomen étoient fort minces. Le grand *omentum*, ou le *gastro-colicum*, étoit non seulement cohérent avec la grande courbure du ventricule, mais encore avec le commencement du duodenum, avec le gros intestin, & avec la ratte. Cet *omentum* extraordinairement gras, étoit construit d'une façon singuliere. Car, depuis la grande courbure du ventricule, il y avoit des rayes grasses, épaisses, & arrondies, toutes paralleles entr'elles, qui descendoient dans la cavité de l'abdomen vers le bassin: & l'on trouvoit entr'elles une membrane celluleuse de la derniere subtilité, semblable à une toile d'araignée. Ce grand *omentum*, composé de deux lames, de rayes subtiles, & de petits quarrés de graisse, descendoit jusques dans le bassin, & couvroit tout à fait, non seulement les intestins, mais encore le sac du ventricule.

Le petit *omentum*, ou le *gastro-hepaticum*, étoit de même fort gras, & tenoit non seulement à la petite courbure du ventricule, mais aussi

aussi au petit lobe postérieur du foye, qui représentoit le lobe de *Spigelius*.

Pl. III. Fig. 1. Le foye, dont la couleur étoit mêlée de brun & de rouge, avoit une structure tout à fait singuliere. Outre qu'il étoit adhérent à la voûte du diaphragme par un mince ligament qui le tenoit suspendu, & par les ligamens ordinaires à droite & à gauche, il étoit encore pourvû d'un autre ligament au dessus du rein droit. Il consistoit en six lobes, qui étoient tout à fait séparés les uns des autres par de profondes échancrures. Le premier lobe au côté gauche, étoit fait à peu près en demi-lune, & avoit en arrière un bord aigu, où l'on voyoit deux petites entaillures. L'autre lobe étoit oblong, n'ayant pas autant de longueur ni d'épaisseur que le premier; & entre celui-ci & le suivant il y avoit le ligament suspensoire. Le troisième lobe étoit le plus grand de tous, épais en haut vers le diaphragme, plus mince en bas, & pourvû d'un bord aigu. Presque au milieu, mais plus vers le bas, il y avoit dans ce lobe un trou quarré, qui y étoit comme taillé, & d'où sortoit le fonds de la vesicule du fiel, mais de façon que ce fonds ne s'élevoit point au dessus de la surface du foye. Au dessus du fonds de la vesicule, le lobe dont nous parlons, avoit deux petites échancrures perpendiculaires, qui ne pénétroient pas aussi profondément la substance du foye qu'une autre découpure, placée sous le fonds de la vesicule, qui s'étendant du bord postérieur à l'intérieur, partageoit en quelque sorte ce troisième lobe en deux autres. Le quatrième lobe étoit épais, en forme de cœur; large par en-haut, plus pointu vers les bas. Le cinquième lobe, droit, n'etoit pas aussi long que le premier; il avoit une figure irréguliere, qui approchoit cependant de la triangulaire; au dessus & par derrière il étoit pourvu d'un appendice épais & rond, qui représentoit un sixième lobe, ou plutôt le lobule de *Spigelius*; & cela d'autant plus, que le petit *omentum* y étoit lié. La veine cave pénétroit entre le troisième & quatrième lobe dans la substance du foye, de façon cependant qu'un rameau de cette veine perçoit aussi le cinquième lobe. La surface antérieure du

let. a. — let. b. & i. — let. c. — let. d. — let. e. — let. f. — let. g. — let. h.

du foye étoit convexe, la postérieure concave; & dans cette surface postérieure du troisième lobe, on voyoit une fosse pour la vesicule du fiel, & surtout pour son col.

La ratte avec le pancréas avoient une figure oblongue, & l'on n'y trouvoit rien de remarquable. Le ventricule étoit semblable au ventricule humain.

Les reins n'étoient pas assez grands en comparaison du reste du corps, & chacun d'eux avoit sa capsule rénale. Leur substance étoit compacte, & l'on n'y remarquoit rien qui tint de la structure lobuleuse qu'on rencontre dans les Ours.

Tout le conduit intestinal, depuis le pylore jusqu'à l'orifice de l'anus, étoit de sept aunes. La longueur des intestins grêles alloit au delà de six aunes; & le conduit des gros intestins n'avoit qu'une demi-aune. Ce qu'il y avoit de plus remarquable dans ces boyaux, c'est que vers la fin du boyau grêle, & au commencement du gros, il n'y avoit ni valvule, ni rien qui ressemblât au *processus vermiformis*, & à l'intestin *cæcum*. Cependant tous les boyaux n'étoient pas d'une égale épaisseur, comme le prétend Mr. *Linnæus*, mais à la fin de l'intestin grêle, le gros boyau se gonfloit d'abord; seulement il formoit avec le grêle un canal continu, & sans aucune interruption.

Pl. III. Fig. 2. let. *a. b. c.*

On n'observoit aucune différence, tant entre le commencement & la fin de l'intestin grêle, qu'entre le commencement & la fin du gros intestin. La fin du grêle avoit la même capacité que le commencement; & il en étoit ainsi du gros.

La surface intérieure du conduit intestinal grêle, à l'exception du *duodenum*, étoit remplie de douze amas de glandules, ou follicules. Elles étoient d'une couleur cendrée; adhérentes par longs amas à la tunique villeuse, & assez ressemblantes à quelque tissu réticulaire. Chaque amas étoit distant d'un autre de quelques pouces, sans qu'on trouvât

trouvât dans ces espaces intermédiaires, ni dans tout le *duodenum*, aucun vestige de semblables follicules. A la fin du *duodenum* se présentoit un de ces amas, qui étoit fort court. Mais plus ils descendoient vers le gros boyau, plus ils avoient de longueur & d'épaisseur; en sorte que le dernier amas, placé à la fin du boyau grêle, étoit le plus long & le plus remarquable de tous. Cet amas atteignoit bien jusqu'à la fin du boyau grêle, mais il n'entroit pas le moins du monde dans le commencement du gros.

Pl. III. Fig. 2. let. *d. d.*

La surface interne de celui-ci étoit non seulement tout à fait destituée des amas de glandules qu'on vient de décrire, & de valvules, ou de rides valvuleuses; mais à leur place elle étoit remplie de plusieurs pores excrétoires, semblables à des points noirs & livides, qui dispersés çà & là, se rencontroient dans le plus grand nombre vers l'orifice de l'anus.

La vessie de l'urine étoit d'une figure ovale, avec un col de trois pouces de long, qui descendoit en courbure. Ce col, cohérent au vagin & au col de l'uterus par une forte celluleuse, s'ouvroit en un angle aigu au milieu du vagin. Le vagin même avoit plus de largeur au milieu, & devenoit plus étroit vers le haut & le bas, étant formé d'un canal membraneux de cinq pouces de longueur. Il se continuoit en un *uterus* mince & presque cylindrique, pourvû de deux cornes, tellement étroites & presque destituées de toute cavité, qu'on ne pouvoit y introduire le moindre air, ni la pointe la plus fine d'un Instrument. L'orifice du vagin étoit assez grand par rapport à l'*uterus*; & il y avoit au dessus un *clitoris* fort & osseux, que couvroit un prépuce d'une grandeur considérable.

Les viscères du thorax n'offroient presque rien de remarquable. Le poumon droit étoit formé de quatre lobes; le gauche de deux seulement, séparés l'un de l'autre par de profondes incisures. Il ne montoit de l'arc de l'aorte que deux troncs, dont le droit se partageoit

en

en deux autres, après avoir parcouru un court espace, comme simple & unique.

On ne sauroit rien dire de certain, au sujet des mammelles, parce que l'abondance de la graisse les avoit tout à fait effacées.

Quant aux os de cet animal, les deux mâchoires avoient chacune vint dents, sçavoir douze dents molaires, six incisives, & deux canines. Les dents incisives de la mâchoire supérieure étoient plus fortes que celles d'embas; en sorte cependant, que celles du milieu étoient plus foibles, au lieu que celles qui approchoient des dents canines avoient plus de force. Les dents canines de la mâchoire supérieure étoient plus droites; mais en bas elles étoient recourbées en crochet, & fort aiguës. Les dents molaires d'embas surpassoient en force celles d'enhaut. On en trouvoit six dans chaque côté de la mâchoire, dont les trois antérieures étoient plus foibles, & avoient une pointe triangulaire, tandis que les trois postérieures au contraire avoient plus de largeur & de force.

Toute la colomne de l'épine étoit composée de quarante cinq os, sçavoir des six vertébres du cou, de quatorze vertébres du dos, de six vertébres des lombes, & de dix-sept petits os du coccyx. Les vrayes vertébres, surtout les dernieres du dos & des lombes, étoient formées par neuf apophyses, dont il y en avoit une de l'épine, deux transverses, quatre obliques, & les deux dernieres étoient des *processus*, ou avances, placées sous un angle tout à fait aigu à côté du corps de la vertébre, & qui embrassent en quelque sorte les apophyses obliques supérieures de la vertébre suivante.

Chaque côté du thorax avoit quatorze côtes; & elles étoient par conséquent en tout au nombre de vint-huit. Les dix supérieures de chaque côté étoient de vrayes côtes, & les quatre inférieures fausses, parce que les cartilages de ces dernieres n'atteignoient pas au *sternum*. La structure de celui-ci consistoit en huit petits os cylindriques, séparés les uns des autres par le moyen d'un cartilage, & par embas il

étoit garni d'un petit cartilage xiphoïde ; de façon que les côtes s'articuloient avec les symphyses cartilagineuses du *sternum*. A' l'egard des os des pieds, chaque pied étoit composé des cinq os du metatarse, & chaque doit de trois osselets séparés ; à l'exception néanmoins du pouce, qui tant dans les pieds de devant que dans ceux de derrière n'a que deux osselets. Les autres os n'ont rien qui mérite qu'on s'y arrête.

L'animal que nous décrivons, se tenoit comme les singes sur les pieds de derrière, & se servoit de ceux de devant pour prendre sa nourriture, en guise de mains. Si on lui donnoit un morceau de pain, ou quelque autre chose, qu'on eut jetté auparavant dans l'eau afin qu'il s'y amollit, il l'en tiroit avec les pieds de devant, & le dévoroit. Il se nourrissoit d'amandes, de raisins secs, de biscuit, de poisson cru, & de chair ; mais il aimoit surtout beaucoup le poisson frit.

La patrie de cet animal est l'Amérique, tant méridionale que septentrionale ; car, suivant *Marggraf*, on le trouve dans le Bresil, & *Ray* témoigne qu'il existe dans la Virginie.

Les Auteurs sont fort peu d'accord, tant sur sa dénomination que sur sa description ; nous nous bornerons à examiner les principales opinions, pour tâcher d'abord d'en démêler le sens, & ensuite d'en concilier les contrariétés.

Les Bresiliens appellent ce quadrupede dans leur langue *Coati* ; & c'est le nom que *Marggraf* a conservé dans son *Histoire du Bresil*, où p. 228. il décrit notre animal en ces termes. „ Le *Coati* des Bresiliens, dit-il, est un Renard de la grandeur d'un Chat, avec de „ courtes jambes, & les mains d'un Singe. Ils grimpent aussi comme les singes avec vitesse sur les arbres, & courent jusqu'aux extrémités des branches ; ils vivent de fruits, mais très volontiers d'œufs „ & de poules ; les pieds de derrière sont plus grands que ceux de „ devant ; & à chaque pied ils ont cinq doits avec des ongles aigus.

„ Leur

„ Leur tête est pointue comme celle du Renard, avec des oreilles
„ courtes & arrondies comme celles du Chat: ils ont la partie inféri-
„ eure de la bouche plus courte que la supérieure, qui s'avance en
„ une longue trompe pointuë, avec d'amples narines, comme des
„ fentes. Les yeux sont noirs. Les poils de tout le corps, longs,
„ ont une couleur d'ocre foncé. La queüe est plus longue que tout
„ le corps; l'animal l'a porte relevée & recourbée en haut; les poils
„ de cette queüe sont variés en forme d'anneaux, mêlés d'ombre &
„ d'ocre. Quand il mange, il tient la nourriture comme les chiens
„ avec les pieds de devant. „

Cette description même de *Marggraf* a été insérée par *Jonston*, presque sans rien changer aux termes, dans son *Histoire Naturelle*, p. 95. Elle s'accorde avec la nôtre dans toutes les parties, à l'exception de la queüe, qui est non seulement plus courte que le reste du corps, mais que l'animal ne porte pas recourbée & dressée vers le haut.

Wormius, à qui on avoit envoyé le *Coati* d'Amsterdam sous le nom de *Chat d'Amérique*, en fait dans son *Musæum* p. 319. une courte description, dans laquelle il confirme expressément que la queüe de cet animal est épaisse & large vers les fesses, mais qu'elle n'est pas aussi longue que le corps même. Il diffère d'ailleurs de nous en ce qu'il attribuë aux poils une couleur plutôt cendrée, que jaunâtre & brune. Mais une aussi légère différence de couleur peut venir de l'âge, ou de quelques autres causes peu importantes, & n'apporte aucun changement au fonds même des choses. Car nous observons tous les jours dans les animaux de nos contrées, que plusieurs individus du même genre & de la même espece, diffèrent les uns des autres, non seulement en couleur, mais encore en quelques autres circonstances qui ne sont pas plus considérables.

Ray, dans sa description des quadrupedes, p. 179. appelle le nôtre un animal d'Amérique semblable au Renard; & Mr. *Linnaeus*, dans

dans son *Système de la Nature*, le met dans la classe des Ours, l'appellant un Ours à longue queüe. Dans le Tom. IX. des Mémoires de l'Académie de Suede, il en fait une courte description, à laquelle il a joint une figure, mais qui n'est pas tout à fait exacte. Je ne vois pas assurément de quel droit Mr. *Linnæus* compte ce quadrupede parmi les Ours. Je sais à la vérité que ce Savant met entre les marques caractéristiques de l'Ours, d'avoir cinq doits aux pieds, & le pouce placé en dehors. Je ne nie pas non plus, que le doit extérieur de notre *Coati* ne paroisse au premier coup d'œil un peu plus court que les autres; mais cela n'a lieu que dans l'animal vivant, & lorsque les pieds sont couverts de leur peau. Car, si nous considérons attentivement les os, il paroit alors de la maniere la plus manifeste, que le doit extérieur est plus long que l'intérieur, l'extérieur étant composé de trois osselets, au lieu que l'intérieur n'en a que deux; ce qui est encore plus manifeste dans les pieds de derrière. De plus, toute l'apparence extérieure non seulement, mais encore la structure interne, différent totalement de l'Ours, & n'ont rien de commun avec lui, que la faculté de se tenir sur les pieds de derrière, & de marcher sur les talons; ce que nous ne laissons pas d'observer aussi en plusieurs autres animaux.

La figure extérieure de notre quadrupede avec la diverse couleur de ses poils, différe beaucoup de l'Ours, comme cela paroitra d'abord à tous ceux qui les considéreront. La tête de l'Ours n'est pas aussi pointuë par devant, mais elle est beaucoup plus ronde; ses oreilles sont plus longues, ses dents diverses, il n'a aucun vestige de barbe, ni de trompe, sa lèvre d'enhaut étant de la même longueur que celle d'embas. Les pieds de l'Ours sont bien composés pareillement de cinq doits, mais ils se terminent par embas en une tuberosité épaisse, ronde, & garnie partout de poils; au lieu que dans notre animal les doits ne sont pas ronds & tuberculeux, & qu'ils ont la surface entierement rase, sans aucun poil. D'ailleurs le dos des Ours est beaucoup plus élevé, & plus arrondi vers le derrière; & la queuë est tout à fait différente. Cette diversité ne regarde pas seulement la figure extérieure;

térieure ; elle s'étend auſſi à la ſtructure interne des viſceres, qui n'a aucun rapport avec celle de l'Ours.

Les reins de l'Ours ont non ſeulement quelque choſe de tout particulier, ſçavoir d'être compoſés de pluſieurs lobules ; mais leur ventricule reſſerré au milieu s'élargit vers la fin ; ce qui lui donne l'air d'un double ventricule. Or rien de tout cela ne ſe trouve dans le *Coati ;* ce qui a engagé *Marggraff* & *Ray* à le mettre avec beaucoup plus de raiſon dans la claſſe des Renards, avec qui il a un très grand rapport, tandis qu'il n'en a point du tout avec les Ours.

La courte deſcription anatomique que Mr. *Linnæus* en a donné s'écarte en pluſieurs endroits de la nôtre. Il a entierement nié l'exiſtence de la membrane clignottante, quoiqu'elle ſoit cependant très maniſeſte ; & il affirme que tous les inteſtins ont une épaiſſeur égale, & néanmoins elle diffère beaucoup. Je paſſe ſous ſilence quelques obſervations qui répugnent encore aux nôtres.

Major, dans ſon *Anatomia miſcellanea*, fait auſſi mention de ce quadrupède d'Amérique, & le rapporte à l'eſpece des bléreaux ; dont il diffère à pluſieurs égards. Le même Auteur prétend auſſi, que cet animal a un trou ſous le ventricule, par lequel il ſuce un ſuc glutineux ; mais il n'y a pas le moindre veſtige d'un ſemblable trou.

On nous apporte en abondance d'Amérique des peaux de ces Animaux ; & les Pelletiers, qui s'en ſervent pour garnir divers habillemens, leur donnent en Allemand le nom de *Schuppen-Felle*.

La ſtructure des inteſtins étant ce qu'il y a de plus digne d'attention dans cet animal, nous allons examiner ſuccintement cette ſtructure ſinguliere.

On ſçait par l'Anatomie comparée, que tous les animaux rapaces & carnaciers n'ont que des inteſtins courts, au lieu que les animaux que ſe nourriſſent d'herbes ont le conduit inteſtinal beaucoup plus long. La fabrique du ventricule & des inteſtins dans le *Coati*, témoignent aſſez que la Nature l'a deſtiné à vivre de l'une & de l'autre manie-

maniere ; car il se nourrissoit de viande, mais en petite quantité, au lieu qu'il mangeoit beaucoup de végétaux. C'est à cause de cela qu'il faloit qu'il eut le conduit des intestins grêles, long, afin de pouvoir d'autant mieux digérer des alimens de toute espece, & en tirer le chyle nécessaire ; au lieu qu'une pareille longueur auroit été superfluë, s'il n'avoit vêcu que de viande.

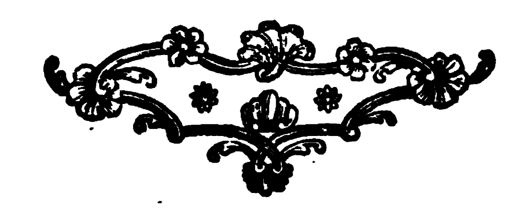
Le gros boyau, par rapport au canal intestinal entier, étoit fort court, pour faciliter la sortie d'autant plus promte des excrémens ; & c'est pour cela aussi qu'il n'avoit aucunes courbures, descendant tout droit dans le bassin. En effet un plus long séjour des excrémens, en procurant la résorption des parties alcalines, auroit causé la pourriture & la destruction des fluides. Le défaut de rides valvuleuses dans la tunique intérieure du gros boyau, aidoit aussi beaucoup la descente des matieres fecales ; & cela fournit en même tems la raison, pourquoi ce que cet animal rend par l'anus, n'étoit pas figuré & dur, mais fort liquide. Car étant certainement persuadé, comme je le suis, que les gros boyaux n'ont point été faits pour l'extraction du chyle, puisqu'on n'y remarque, pas même dans l'homme, la moindre trace des villosités intestinales qui seroient nécessaires pour cet effet, mais qu'au contraire leur admirable structure est tout à fait différente ; on peut en conclure que la longueur des gros boyaux auroit été une chose tout à fait superfluë, & inutile dans le *Coati*.

Nous voyons encore clairement par la situation des intestins de cet animal, pourquoi la Nature n'a pourvû la fin du boyau grêle & le commencement du gros, d'aucune valvule du colon. C'est qu'il n'y avoit rien du tout à craindre pour le retour des excrémens du gros boyau dans le grêle ; car le gros boyau n'étoit pas seulement fort court, mais il descendoit aussi tout à fait perpendiculairement, de sorte que le propre poids des excrèmens les forçoit toujours à descendre, sans pouvoir jamais remonter ; ainsi il n'étoit pas nécessaire de fermer l'accès vers le haut par une valvule dans ce cas, où les matieres étoient dans l'impossibilité de regorger jamais par cette voye.

Cette

Cette même ſtructure des inteſtins nous enſeigne pourquoi le *proceſſus* vermiculaire manque tout à fait ici. C'eſt que ce *proceſſus*, qui eſt rempli partout de glandules muqueuſes, eſt uniquement deſtiné à verſer dans le *cæcum* la mucoſité, dont les excrémens durs doivent être enduits. Or le gros boyau, dans notre quadrupède d'Amérique, ayant été non ſeulement tout à fait deſtitué du *cæcum*, mais tout le conduit inteſtinal mince ayant été garni en pluſieurs endroits, & ſurtout vers la fin, de pluſieurs follicules muqueux, rangés d'une façon particuliere, & dont nous avons donné ci-deſſus la deſcription; il en réſulte qu'un ſemblable *proceſſus* vermiculaire n'étoit pas d'une abſolue néceſſité, parce que les glandules ſusdites le remplaçoient ſuffiſamment.

En effet, quoique ce qu'on a coûtume de décrire dans les inteſtins grêles de l'homme ſous le nom de glandules agminées, ne ſoit autre choſe que les poils des inteſtins accumulés en grands monceaux, & qui différent beaucoup des vrayes glandules inteſtinales nubeculeuſes, comme je m'en ſuis amplement convaincu en examinant ces préparations anatomiques du célébre *Lieberkühn*, qui ſurpaſſent tout art humain; il demeure cependant fort vraiſemblable, que l'homme auroit pû ſe paſſer également du *proceſſus* vermiculaire, s'il avoit été pourvû de glandules inteſtinales dont la diſpoſition & la ſtructure euſſent été les mêmes que dans l'animal dont nous venons de donner la deſcription. Ce n'eſt pas à dire pourtant, & nous n'avons garde de l'avancer, que le *proceſſus* vermiculaire ſoit une choſe ſuperfluë & inutile dans l'homme.



EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

On y voit les parties extérieures de l'animal, dessinées d'après nature, avec la membrane clignottante fort manifeste. let. *a. a.*

PLANCHE II.

Fig. I. La partie inférieure de la tête & de la bouche.
a. La lèvre supérieure avec la trompe qui s'avance beaucoup.
b. La lèvre inférieure.

Fig. II. *a.* Un des pieds de devant.
b. La surface inférieure du pied, tout à fait dégarnie de poils, & où l'on voit plusieurs fentes, ou traits, comme dans la paume de la main humaine.
c. La surface inférieure des doits de devant.

Fig. III. *a.* Un des pieds de derrière.
b. La surface inférieure, dégarnie de poils, & montant jusqu'au talon.
c. La surface inférieure des doits de derrière.

PLANCHE III.

Fig. I La surface convexe du foye.
a. Le premier lobe, en forme d'arc, placé à gauche.
b. Le second lobe.
c. Le troisième lobe & le plus grand.
d. Le fonds de la vesicule du fiel, sortant d'un trou quarré de ce lobe.
e. Le quatrième lobe, en forme de cœur, placé à droite.
f. Le cinquième lobe.
g. Le sixième lobule, postérieur, ou de *Spigelius*.
h. La veine cave.
i. Une partie du ligament suspensoire.

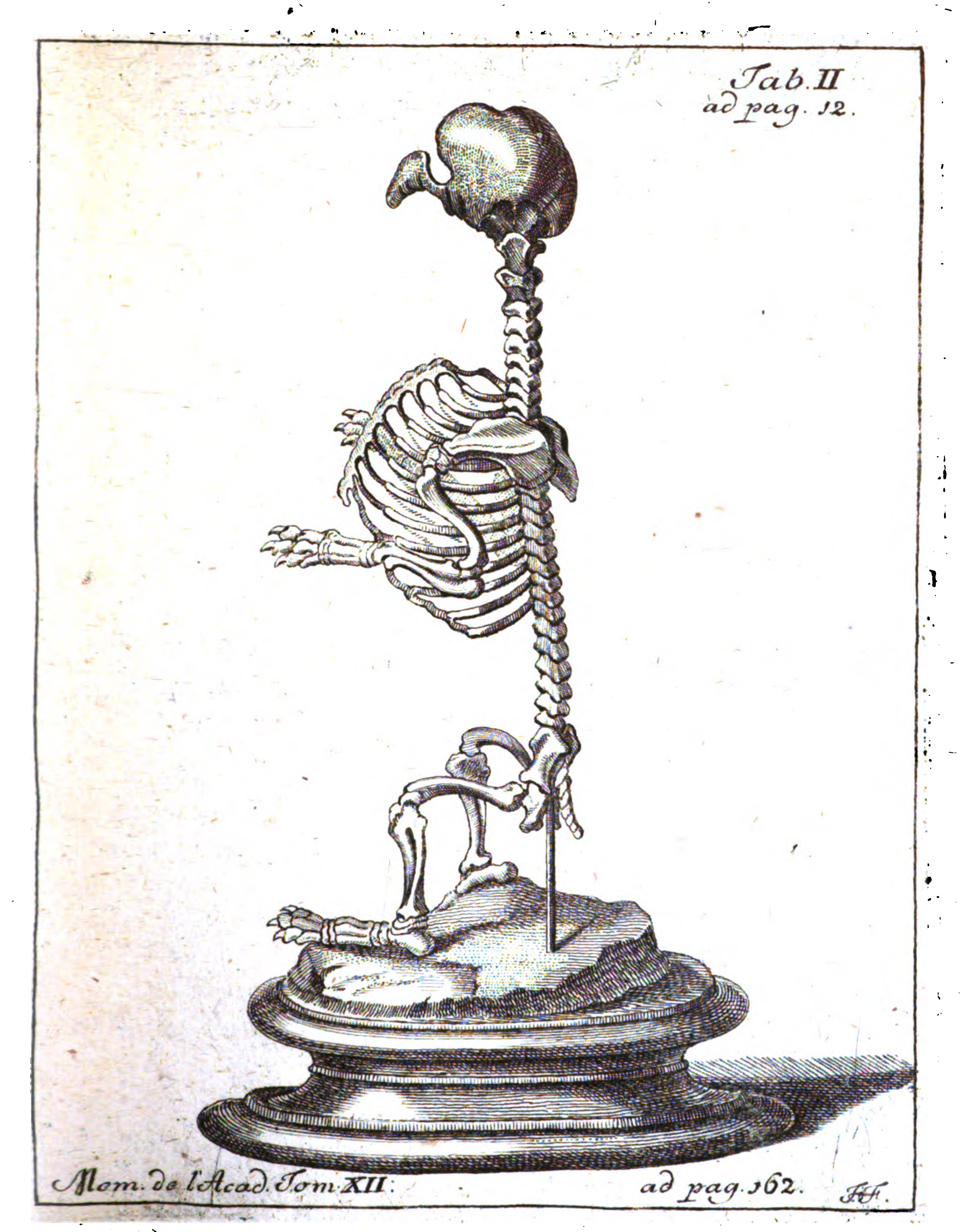
Fig. II. *a.* L'intestin grêle.
b. Le gros intestin.
c. La fin du grêle, & le commencement du gros intestin.
d. d. La partie d'un lieu glanduleux de l'intestin grêle, qui paroit au travers des tuniques, & qui tient la place du *processus* vermiculaire.

MEMOI-

Tab. I.
ad pag. 33.



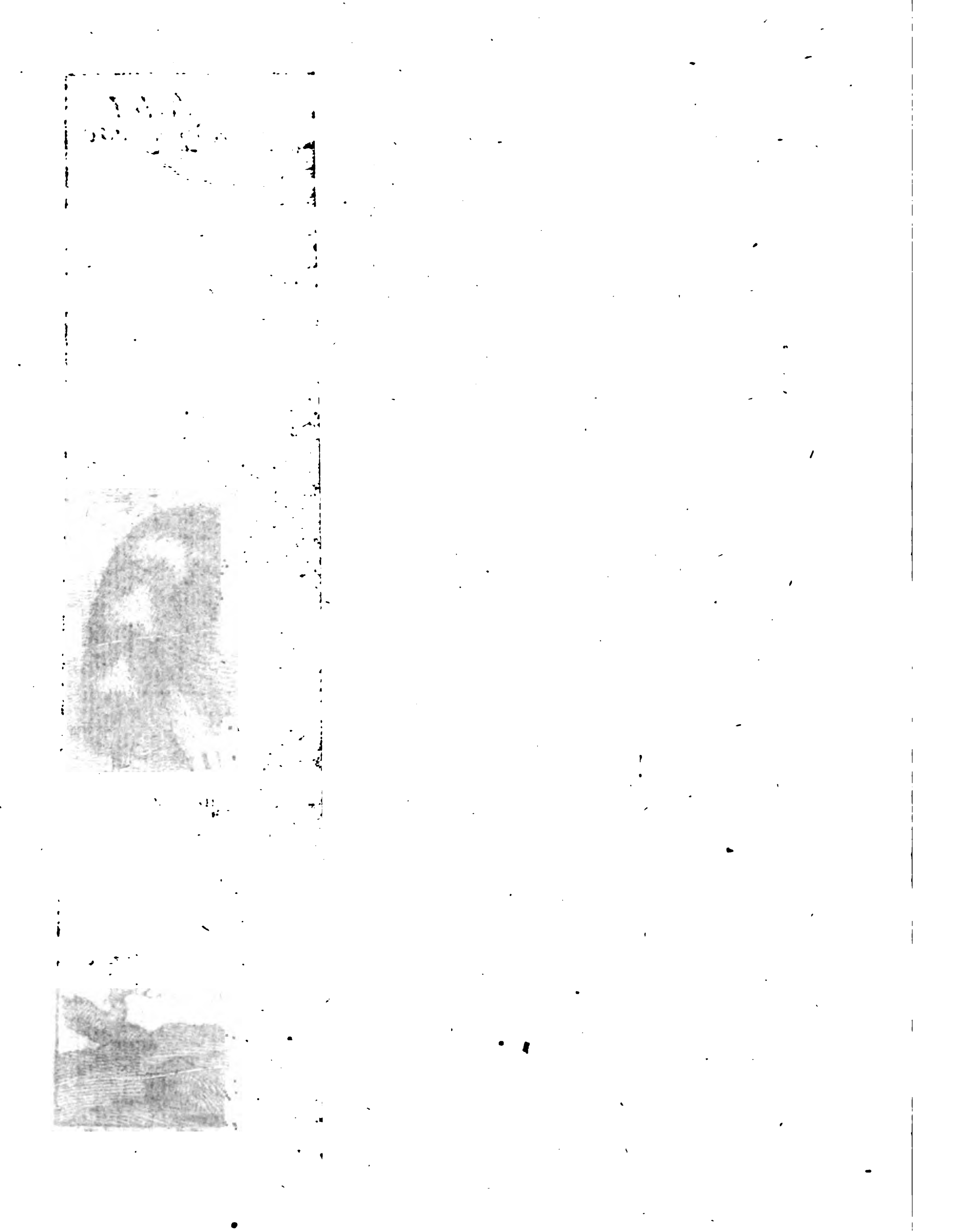
Mem. de l'Acad. Tom. XII. ad pag. 162. Frisch sc.


Tab. II
ad pag. 12.
Mem. de l'Acad. Tom. XII.
ad pag. 162.

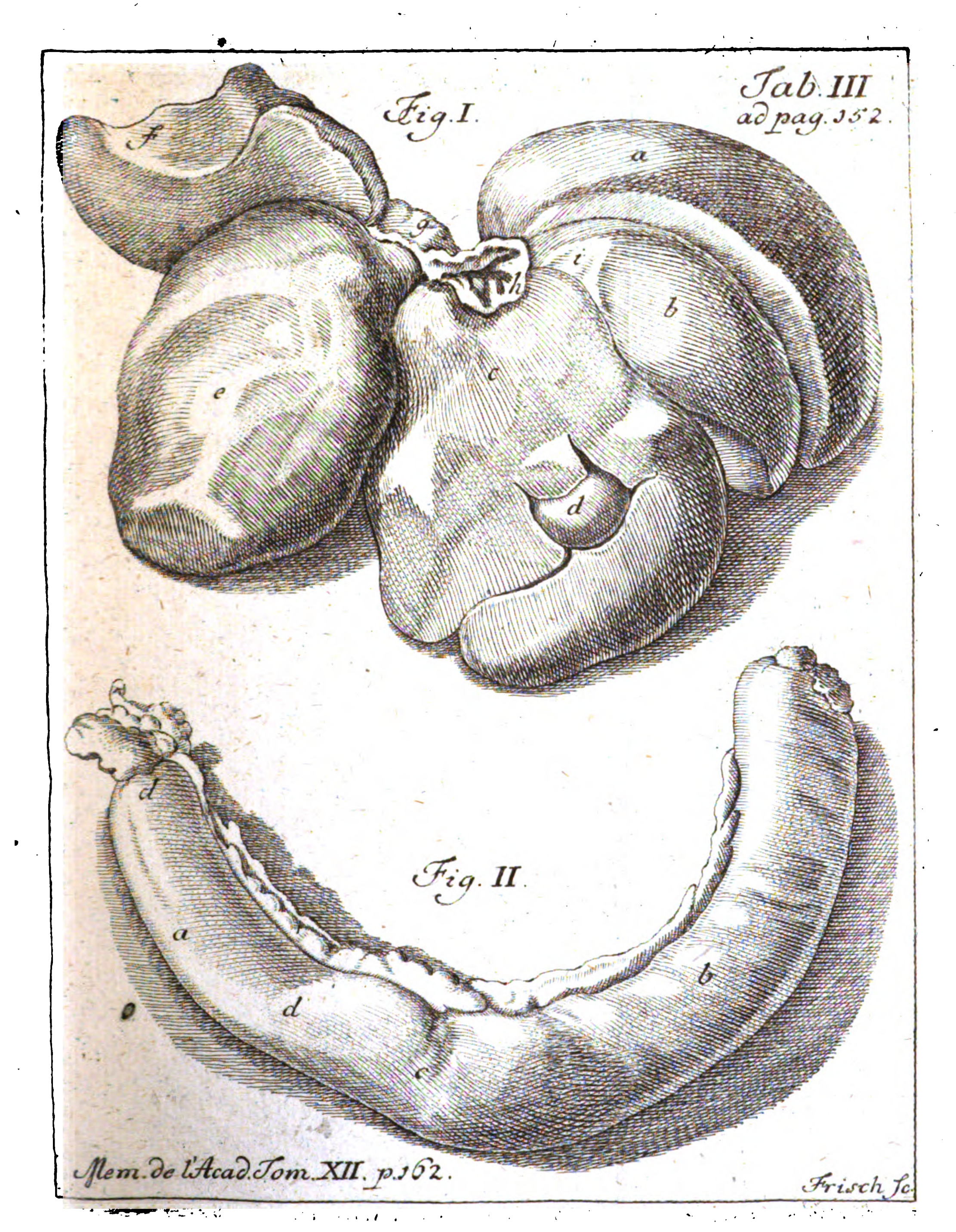


Mem. de l'Acad. Tom. XII. pag. 162.

F. Frisch sc. Berl.




Tab II.
ad pag. 150.
b
a
Fig. I.
c
b
a
Fig. II.
c
Fig. III
a
b
Mem. de l'Acad. Tom. XII. pag. 162.
Frisch sc.


Tab. III
ad pag. 352.
Fig. I.
a
b
c
d
e
f
g
h
i
Fig. II.
d
a
d
c
b
Mem. de l'Acad. Tom. XII. p. 162.
Frisch sc.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

* * *



RECHERCHES
PLUS EXACTES SUR L'EFFET DES MOULINS À VENT.

PAR M. EULER.

I.

Lorsque je traitai cette matiere, il y a quelques années, j'ai fondé mes calculs sur l'hypothese commune, que l'effet d'un fluide, qui heurte contre une surface, est en raison composée du quarré de la vitesse, & du quarré du finus de l'angle d'incidence : non que je croyois, que cette hypothese étoit entierement conforme à la vérité, mais plutôt, puisque la veritable loi de ces forces est encore inconnue. Je conviens même que, dans la détermination de la force du vent, cette hypothese peut s'ecarter très considérablement de la verité, à cause de la grande force de la pression de l'atmosphère, qui peut être fort dérangée par l'impulsion du vent, tandis que la même hypothese, lorsqu'il s'agit de déterminer l'impulsion de l'eau, se trouve plus d'accord avec les expériences ; quoique les aberrations y deviennent aussi souvent assés remarquables. Donc, si j'ai employé cette hypothese defectueuse dans mes recherches sur l'effet des moulins à vent, c'est uniquement à elle qu'il faudra attribuer les erreurs, que la comparaison du calcul avec les expériences nous donnera à connoitre.

II. Or il eſt certain, qu'un corps en repos, qui reçoit l'impulſion d'un fluide, en eſt également frappé, que ſi ce même corps ſe mouvoit dans le fluide avec la même viteſſe : & partant ce qu'on nomme impulſion dans le premier cas, ne differe point de ce qu'on nomme réſiſtance dans l'autre. C'eſt donc une complette connoiſſance de la réſiſtance, qui nous manque encore dans ces ſortes de recherches ; & avant qu'on parvienne à cette connoiſſance, on ne ſauroit eſpérer, que la théorie ſur les effets des machines, qui ſont agitées par l'impulſion de quelque fluide, ſoit parfaitement d'accord avec l'expérience. Il y a longtems qu'on a remarqué, que l'hypotheſe commune de la réſiſtance ſatisfait fort peu à quantité d'expériences, qu'on a faites ſur la réſiſtance des fluides : cependant on n'en a pu decouvrir jusqu'ici la veritable théorie, qui ſemble même demander des recherches trop profondes, pour que nous puiſſions eſpérer d'y arriver ſi tôt. On ne doit donc pas être ſurpris, ſi dans le calcul on s'arrête encore à cette hypotheſe, qu'on n'ignore pas être inſuffiſante.

III. Pour peu qu'on examine auſſi les fondemens, ſur lesquels cette hypotheſe eſt établie, on les trouve d'abord très foibles & entierement chimériques. On s'eſt repréſenté la réſiſtance comme l'effet d'un choc, qu'un corps éprouve à chaque inſtant, en traverſant un fluide : & afin que chaque partie du fluide, qui a déjà eſſuyé le choc, ne trouble pas le ſuivant, on s'imagine, comme ſi elle étoit ſubitement anéantie, & que le corps rencontre à chaque inſtant une nouvelle couche du fluide en repos, contre laquelle il choque avec ſa viteſſe entiere. Or on voit d'abord que toute cette repréſentation eſt chimérique, & que lorsqu'un corps ſe meut dans un fluide, celui-ci en eſt d'abord mis dans un certain mouvement, par lequel le corps pouſſe le fluide devant lui, qui découle enſuite autour du corps pour remplir l'eſpace, qu'il laiſſe vuide derriere lui. Dans cet état le fluide exerce tout autour du corps une certaine preſſion ſur lui, & la réſiſtance n'eſt autre choſe, que l'excés de la preſſion du fluide ſur la partie anterieure, ſur celle que la poſtérieure ſoutient ; d'où il eſt evident que la

reſiſ-

résistance est fort mal représentée par une continuelle répétition d'un choc, que le corps exerce sur les parties du fluide.

IV. Cependant il faut convenir que, quelque contraires que soient ces fondemens de l'hypothese commune à la vérité, il y a pourtant des cas, où elle ne s'écarte pas beaucoup de la vérité, & où l'on s'en peut servir sans tomber dans des erreurs trop énormes. Cela arrive à peu près, lorsque la pression naturelle du fluide sur le corps est fort petite, comme si la question roule sur la résistance qu'un corps, qui nage sur l'eau, ou qui n'y est pas profondement submergé, éprouve. Mais, quand un corps est jetté dans l'air, la diverse pression de l'atmosphere peut causer de si grands desordres, que la résistance devienne très différente de celle que l'hypothese commune indique. On n'a qu'à concevoir le cas, où le corps se meut plus vite, que l'air ne sauroit occuper subitement les lieux, que le corps vient de quitter, de sorte qu'il se trouve toujours derriere le corps un espace vuide d'air, & on verra qu'outre la résistance ordinaire il s'oppose au mouvement du corps toute la pression de l'atmosphere ; qui agissant sur la partie antérieure du corps, & n'étant pas contrebalancée par une semblable pression sur la partie postérieure, doit très considérablement augmenter la résistance.

V. Aussi voit-on par les Expériences que Mr. *Robins* a faites sur le mouvement des boulets à canon, que la résistance est de beaucoup plus grande, qu'elle devroit être selon l'hypothese commune. Car, quand même leur vitesse n'est pas si grande, qu'ils laissent après eux un espace vuide, l'air y doit toujours être moins dense que devant le corps ; & alors, pour avoir la résistance entiere, il y faut encore ajouter l'excès de la pression d'avant sur celle de derriere. Il est aussi clair que, plus le mouvement du corps est lent, plus petit aussi doit être cet excés : & il y a apparence que cet excés croit dans une raison moindre que celle des quarrés de la vitesse, puisqu'il devient enfin constant. D'où il s'ensuit que la résistance totale est composée de deux parties, dont l'une est proportionelle au quarré de la vitesse, mais

mais l'autre à une fonction des viteſſes, qui croit moins que leur quarré. Par conſéquent la véritable réſiſtance des corps mûs dans l'air, ſera non ſeulement plus grande que l'hypotheſe commune l'indique, mais encore, en augmentant la viteſſe, elle croitra ſuivant une raiſon moindre que celle des quarrés de la viteſſe.

VI. Or, ſi la réſiſtance qu'un corps jetté dans l'air éprouve, eſt plus grande que ſelon l'hypotheſe commune, il s'enſuit néceſſairement, qu'un corps expoſé à l'impulſion du vent, en eſt pouſſé par une plus grande force que ſi on l'eſtimoit conformément à la même hypotheſe. Ou bien il ſouffrira, outre la force qu'on attribue communément au choc, encore l'excés de la preſſion de l'atmosphere que la partie expoſée au vent ſoutient ſur celle de derriere. Car ſi un corps, comme une voile, eſt oppoſé à la force du vent, on conçoit aiſément, que derriere ce corps la denſité, & partant auſſi la preſſion de l'air, ne ſauroit être ſi grande, que ſi l'air étoit en repos; & cela par la même raiſon, qu'un corps lancé dans l'air avec une fort grande viteſſe laiſſe après lui un eſpace vuide. On pourroit s'aſſurer de cet effet en plaçant derriere la voile pendant un grand vent un barometre, qui montreroit infailliblement une moindre hauteur, que s'il étoit aſſés eloigné de la voile. Pluſieurs expériences de cette eſpece fourniront auſſi le plus ſur moyen de nous donner à connoitre cet effet: puisque la théorie eſt encore trop peu developée pour nous conduire à cette connoiſſance.

VII. Lorsque je déterminai dans le VIII. Volume de ces Mémoires la quantité d'eau, qu'un moulin à vent eſt capable d'elever à une hauteur donnée, je n'ai eu égard qu'à la partie de la force, qu'on attribue à l'impulſion, ayant fondé mes calculs uniquement ſur l'hypotheſe ordinaire. Mais, dans un Mémoire inſéré au IX. Volume ſur le mouvement des bombes, j'ai obſervé que la réſiſtance actuelle eſt environ trois fois plus grande, que ſi on la déterminoit par l'hypotheſe commune. Donc, puisqu'il eſt à préſumer, que la force actuelle du vent reçoit une pareille augmentation à peu près, il n'y a aucun doute que

que l'effet des moulins à vent ne ſurpaſſe très conſidérablement celui que je leur avois aſſigné, & qu'il ne puiſſe devenir jusqu'à trois fois plus grand : lorsqu'on obſerve tous les avantages, dont ces machines ſont ſusceptibles. Cependant, puisque la théorie nous manque, je n'oſerois prononcer rien de précis là deſſus : & il n'y a d'autres moyens pour nous éclaircir ſur cet article que les expériences, lesquelles étant faites avec toutes les précautions poſſibles, & ſous des circonſtances aſſez différentes, pourroient bien ſuppléer au defaut de la théorie.

VIII. Mr. *Lulofs*, très célébre Profeſſeur de l'Univerſité de Leyde, & Membre de notre Académie, vient de me communiquer des expériences faites ſur des moulins à vent, dont on ſe ſert en Hollande pour mettre à ſec les lieux marécageux. Il me marque qu'un tel moulin, lorsque le vent parcourt environ 30 pieds par ſeconde, eſt capable d'élever 1500 pieds cubiques d'eau par minute à la hauteur de 4 pieds, la roue étant garnie de 4 ailes, dont chacune avoit 43 pieds de longueur ſur $5\frac{1}{2}$ de largeur. Ces ailes n'étoient pas partout également inclinées à la direction du vent, qui donnoit presque perpendiculairement ſur les extrémités. Or prenant un milieu, il eſtime l'angle d'incidence moyen du vent ſur les ailes de 73°. Il ne me marque pas le tems d'une révolution de la roue ; mais, ſi ce tems avoit été de $3\frac{3}{4}$ ſecondes, qui produiroit ſelon ma théorie le plus grand effet, cette machine n'auroit dû élever que 757 pieds cubiques d'eau dans une minute. Donc, puisqu'elle a actuellement élevé 1500 pieds cubiques, ce qui eſt presque le double, il s'enſuit que l'impulſion du vent eſt plus que deux fois plus grande, que je ne l'avois eſtimée par l'hypotheſe commune ; vû que je n'ai pas tenu compte du frottement, & que la viteſſe de la roue n'etoit peut être pas telle, que le plus grand avantage exigeoit.

IX. Mr. *Lulofs* remarque outre cela, que l'effet de ces moulins à vent ne ſuit pas la raiſon des cubes de la viteſſe abſolue du vent, comme la théorie fondée ſur l'hypotheſe commune montre ; mais que la raiſon de l'effet, ou de la quantité d'eau élevée dans un tems donné, ne

ne surpasse guéres celle des quarrés de la vitesse du vent. De là on pourroit conclure, ce qui étoit déjà très probable, que la force de l'impulsion du vent croit suivant une moindre raison que celle des quarrés de la vitesse. Cependant, pour mieux juger de la raison, que l'effet de ces machines tient à la vitesse du vent, il faut principalement avoir égard au frottement de ces machines : article que j'ai négligé dans mes recherches sur cette matiere, & qui augmente encore davantage la force de l'impulsion du vent, sur celle qui convient à l'hypothese commune. Car, si une telle machine, nonobstant le frottement, produit un effet deux fois plus grand, que la théorie indique : il faut bien que l'impulsion soit encore plus que deux fois plus grande, que celle de la théorie, où le frottement est négligé.

X. Après ces observations, je me propose de traiter de nouveau cette matiere sur l'effet des moulins à vent, en ayant égard à cette augmentation de la force du vent, que l'expérience nous fait remarquer. Car, quoique la loy de cette augmentation soit inconnue, je l'introduirai en sorte dans le calcul, qu'elle demeure indéterminée, afin qu'en comparant ensuite le calcul avec plusieurs expériences, on en puisse trouver la quantité ; ce qui semble le plus sûr moyen pour parvenir à une théorie de ces sortes de machines, tandis que les veritables loix de l'impulsion du vent nous sont cachées. Ensuite j'aurai aussi égard au frottement, qui constitue dans ces machines un article très essentiel, puisqu'il entre dans l'arrangement le plus avantageux, auquel répond le plus grand effet. Car j'ai fait voir, que sans considérer le frottement, l'effet des moulins à vent n'auroit point de bornes, & qu'il séroit toujours susceptible de nouvelles augmentations en approchant davantage d'un angle droit l'angle d'incidence du vent sur les ailes, pourvu qu'on augmentât conformément au calcul la vitesse des ailes. Mais, puisqu'alors le moment du frottement devient plus grand, on conçoit aisément, que c'est le frottement qui doit mettre des bornes au plus grand effet possible.

XI.

XI. Je commencerai donc par établir une formule convenable pour exprimer la force de l'impulsion, que le vent exerce sur une surface plane; puisque celle des ailes est telle, ou peut être considérée comme telle. Soit donc une surface plane $AB = aa$, en repos, qui reçoive perpendiculairement selon les directions aA, bB l'impression du vent, dont la vitesse soit duë à la hauteur $= c$; & puisqu'on peut considérer la force, dont le vent agit sur le plan, comme composée de deux parties, dont la premiere est celle qu'on attribue communément au choc, & l'autre qui résulte de la raréfaction de l'air derriere le plan: la premiere sera la même qu'on trouve par l'hypothese commune. Elle sera donc égale au poids d'une masse d'air, dont le volume est $= aac$: ou bien, si nous voulons exprimer les forces par des volumes d'eau dont les poids leur sont égaux, en posant la gravité specifique de l'air m fois plus petite que celle de l'eau, cette force sera $= \frac{1}{m} aac$, dont la direction est perpendiculaire au plan; ce qui est une régle générale pour toutes les pressions.

Fig. 1.

XII. L'autre partie de l'impulsion du vent résulte de ce que la pression de l'atmosphère est diminuée derriere le plan. Pour mieux comprendre cette diminution, nous n'avons qu'à concevoir, que l'air étant en repos, le plan AB s'y meuve avec une pareille vitesse, selon les directions Aa & Bb: & alors il est clair, que l'air ne sauroit parfaitement remplir les espaces derriere le plan: le mouvement de l'air chassé par avant, seroit bien détourné derriere le plan à peu près selon les directions $A\alpha$ & $B\beta$, d'où il se répandroit à cause de son ressort par l'espace $A\alpha B\beta$; mais il est évident que sa densité y sera moindre, & cela d'autant plus, plus le mouvement est rapide. On conviendra aussi, que cette raréfaction ne sauroit être la même partout derriere le plan; elle sera sans doute plus grande vers le milieu C que vers les bords A & B, autour desquels l'air se répand plus promtement. Mais si derriere le plan AB par toute l'étendue l'air est en repos, il se remet-

 tra

ra d'abord au même degré de densité & d'elasticité; qui sera par conséquent moindre qu'avant le plan, ou à des distances, qui en sont assez éloignées.

XIII. Supposons donc que la pression naturelle de l'atmosphère soit égale au poids d'une colonne d'eau, dont la hauteur $= k$; mais que derriere le plan AB, la pression de l'air soit équivalente à celle d'une colonne d'eau, dont la hauteur soit $= q$, & il est certain qu'il y aura $q < k$. Or pour déterminer au juste valeur de q, c'est en quoi la théorie nous abandonne, de sorte que nous sommes obligés de nous en tenir à quelques estimations, dans lesquelles il conviendra d'introduire quelque quantité indéterminée, par la détermination de laquelle on puisse ensuite mettre d'accord le calcul avec les expériences. Pour cet effet je remarque, que cette hauteur q doit être d'autant plus petite, plus la vitesse du vent, ou la hauteur c qui lui est due, sera grande; d'où je conclus que q est exprimée par une certaine fonction de c, dont nous connoissons ces deux qualités: 1°. qu'au cas de $c = 0$, où le vent cesse entierement, il soit $q = k$: & 2°. qu'au cas de $c = \infty$, la hauteur q soit réduite à zero, puisqu'il se trouvera alors un vuide parfait derriere le plan.

XIV. Ayant donc ces deux conditions à remplir, que

I. posant $c = 0$ il soit $q = k$
II. posant $c = \infty$ il soit $q = 0$

il sera aisé d'imaginer une infinité de formules qui satisfassent. Les plus simples seront:

$$q = \frac{\alpha k}{\alpha + k}, \quad q = \frac{k}{1 + \alpha c + \beta cc}; \quad q = k e^{-c:b}$$

dont la premiere ne renferme qu'une indéterminée α, la seconde deux α & β, de même que la troisième, où e pourroit marquer un nombre quelconque, positif & plus grand que l'unité, pendant que b marqueroit une ligne quelconque positive. Or de laquelle de ces formules, qu'on

qu'on veuille faire usage, on peut se promettre un assez bon succès, pourvu qu'on fixe la valeur des indéterminées par des expériences bien constatées.

XV. Or, quelque valeur qu'on choisisse pour la hauteur q, la pression de l'atmosphère sur la face postérieure du plan AB étant $= aaq$, pendant que la pression sur la face antérieure est $= aak$, la seconde partie de l'impulsion du vent sera $= aa(k-q)$: d'où l'on tire la force entiere de l'impulsion $= \frac{1}{m} aac + aa(k-q)$ $= aa(\frac{c}{m} + k - q)$. On pourroit ici objecter, que la pression de l'atmosphère sur la face antérieure devroit être augmentée par la même raison, que celle de la face postérieure a été diminuée ; je conviens aisément de cette augmentation, mais je dis qu'elle est déjà précisément comprise dans le terme $\frac{c}{m}$. Car, puisqu'il ne se fait point de choc proprement ainsi dit, tout l'effet du vent consiste uniquement dans la différence des pressions sur les deux faces du plan : & partant $k + \frac{c}{m}$ répond à la pression entiere du vent sur la face antérieure.

XVI. Puisque la colonne d'eau, qui mesure la pression de l'atmosphère sur la face antérieure, est $= k\left(1 + \frac{c}{mk}\right)$; au lieu de cette formule on pourroit bien se servir de celle-ci $k e^{\frac{c}{mk}}$ en prenant pour e le nombre, dont le logarithme hyperbolique est $= 1$. Car tant que c est beaucoup plus petit que mk, la valeur de $e^{\frac{c}{mk}}$ ne diffé-

 re

re pas sensiblement de $1 + \frac{c}{mk}$: car, comme $k = 32$ pieds à peu près, & $m = 700$, la hauteur mk devient $= 22400$ pieds, à laquelle répond une vitesse, qui seroit 1182 pieds par seconde: d'où il n'y a aucun doute que la vitesse du vent ne se trouve toujours fort au dessous de ce nombre. Maintenant, si $ke^{\frac{c}{mk}}$ exprime la pression en avant, la ressemblance nous fait conjecturer, que celle de derriere pourroit bien être exprimée par cette formule $ke^{\frac{-c}{mk}}$, qui satisfait aussi aux deux propriétés réquises. De là nous aurions pour toute la force de l'impulsion du vent $aak\left(e^{\frac{c}{mk}} - e^{\frac{-c}{mk}}\right)$ qui ne s'écartera peut-être pas sensiblement de la vérité. Cependant je ne veux rien décider là dessus, puisque les vrais principes, d'où il faudroit puiser ces éclaircissemens, nous sont encore trop inconnus.

XVII. Cette augmentation de la force du vent est donc uniquement causée par la moindre pression de l'atmosphère derriere le plan. Or on voit que ce n'est qu' immédiatement prés du plan, que la pression est si petite: à quelque distance de là, comme en α, β la pression ne différera plus de la naturelle. Donc, si l'on attachoit au plan AB un corps $A\alpha\beta B$, convergent en arriere, à peu près comme la pouppe d'un vaisseau, il y éprouveroit partout l'entiere pression de l'atmosphère; & partant la force du vent sur la face antérieure AB en seroit considérablement diminuée, & à peu près conforme à l'hypothese commune. De là nous pouvons tirer une remarque fort importante touchant la figure de la pouppe d'un vaisseau, pour diminuer la résistance. Car il est clair, que si la proue étoit terminée en arriere par un plan, la force de l'eau sur la face d'avant, ou la résistance, seroit pa-

reillement augmentée par la diminution de la pression de l'eau en arriere. D'où l'on voit, qu'une pouppe bien allongée & façonnée est fort propre à diminuer la résistance d'un vaisseau ; de sorte qu'elle ne dépend point uniquement de la figure de la prouë, comme on s'imagine ordinairement. De plus, puisque la hauteur k entre dans cette détermination, il s'ensuit, que plus un vaisseau a de profondeur, & plus la figure de la pouppe peut concourir à la diminution de la résistance.

XVIII. Ayant établi des formules propres à marquer la force du vent, lorsqu'un plan en est frappé perpendiculairement, il reste à voir, combien cette force sera diminuée, quand le vent vient frapper obliquement le même plan. Soit comme auparavant la surface du plan AB $= aa$, & c la hauteur duë à la vitesse du vent, le plan étant supposé en repos ; or que ϕ soit l'angle, que fait la direction du vent avec la surface. Cela posé, on soutient que la premiere partie de l'impulsion est diminuée en raison du quarré du sinus de l'angle ϕ : donc cette force sera $= \frac{1}{m}\, a a c \sin \phi^2$, prenant l'unité pour marquer le sinus total. Pour la diminution de la pression en arriere, on voit aussi qu'elle sera diminuée par l'obliquité : car, si l'angle ϕ évanouïssoit entierement, la densité de l'air ne souffriroit aucune diminution derrière le plan, & partant la seconde partie de la force d'impulsion deviendra aussi d'autant plus petite, plus l'angle ϕ sera petit. Cependant il est incertain, si cette diminution suit la raison du quarré du sinus de l'angle ϕ, ou quelqu'autre fonction.

Fig. 2.

XVIIII. Donc l'autre partie de l'impulsion du vent, qui étoit pour l'impulsion perpendiculaire $= a\, a\, (k-q)$, deviendra aussi d'autant plus petite, plus l'angle d'incidence ϕ s'écarte d'un droit, & puisqu'il faut multiplier la premiere partie par $\sin \phi^2$, il semble fort probable que l'autre partie doit être diminuée selon la même raison. De là nous aurons pour la force du vent, qui frappe obliquement, cette formule $a\, a\, (\frac{c}{m} + k - q) \sin \phi^2$, où il faut donner à q une valeur

con-

convenable décrite cy-dessus. Donc, si nous prenons selon la premiere formule $q = \frac{bk}{b+c}$, la force du vent sera $= aa\left(\frac{c}{m} + \frac{ck}{b+c}\right)\sin\phi^2$, or posant selon la troisième formule $q = k\,e^{\frac{-c}{b}}$, nous aurons pour la force du vent $aa\left(\frac{c}{m} + k - k\,e^{\frac{-c}{b}}\right)$: laquelle ne diffère pas sensiblement de la première, lorsque c est beaucoup plus petite que b. Or b est ici une quantité indéterminée, qu'il conviendra laisser telle, pour pouvoir accorder la théorie avec quelques expériences: dans cette vuë j'employerai la formule $aa\left(\frac{c}{m} + \frac{ck}{b+c}\right)\sin\phi^2$, ou $aac\left(\frac{1}{m} + \frac{k}{b+c}\right)\sin\phi^2$, comme la plus simple.

XX. Mais, puisque le vent ne rencontre pas les ailes du moulin en repos, il faut voir, combien le mouvement des ailes change la force du vent, ce qui se pourra faire sans le secours de la théorie, qui étoit insuffisante pour les recherches précédentes. Soit donc VC la direction du vent, qui représente en même tems sa vitesse $= Vc$; & que le plan AB $= aa$ se meuve d'un mouvement parallele selon la direction CU, qui en représente aussi la vitesse $= Vu$: or je supose que le plan AB soit perpendiculaire au plan représenté par les deux directions CV & CU, puisque cela arrive dans les moulins à vent. Qu'on conçoive imprimé à tout l'espace un mouvement contraire & egal à celui du plan AB, afin que ce plan soit réduit en repos, & ce mouvement imaginaire se fera selon la direction Cu, avec la vitesse Cu = CU = Vu. Par là le mouvement du vent selon Cv sera réduit au mouvement représenté par la diagonale Cs du parallelogramme formé des deux côtés Cv = Vc, & Cu = Vu.

Fig. 3.

XXI.

XXI. Qu'on prenne $CS = Cs$ dans la même direction, & la droite SC donnera la direction & la viteſſe du vent, qui produiroit ſur le plan AB en repos le même effet, que le vent propoſé produit ſur le plan AB mû, comme je viens de le ſuppoſer. Pour trouver cette force, poſons l'angle $VCU = vCu$ que fait la direction du vent VC avec celle du plan $CU = \alpha$, & l'angle Cvs étant $= 180 - \alpha$, & les côtés $Cv = \sqrt{c}$ & $vs = Cu = \sqrt{u}$, nous aurons la diagonale

$$Cs = \sqrt{(c + u + 2 \operatorname{cof} \alpha . \sqrt{cu})}$$

qui exprime la viteſſe du vent S C, & ſa direction, dont il faut concevoir, qu'il frappe le plan A B en repos. L'angle d'incidence ſera donc = BCS, & pour trouver ſon ſinus, ſoit l'angle $BCV = \omega$, pour avoir $BCS = \omega - VCS$, &

$$\text{fin } BCS = \text{fin } \omega \operatorname{cof} VCS - \operatorname{cof} \omega \text{ fin } VCS.$$

Mais $\operatorname{cof} VCS = \operatorname{cof} vCs = \dfrac{2c + 2 \operatorname{cof} \alpha . \sqrt{cu}}{2\sqrt{c(c + u + 2 \operatorname{cof} \alpha . \sqrt{cu})}}$

$$\text{fin } VCS = \text{fin } vCs = \frac{\text{fin } \alpha . \sqrt{u}}{\sqrt{(c + u + 2 \operatorname{cof} \alpha . \sqrt{cu})}}$$

d'où il s'enſuit :

$$\text{fin } BCS = \frac{\text{fin } \omega (\sqrt{c} + \operatorname{cof} \alpha . \sqrt{u}) - \operatorname{cof} \omega \text{ fin } \alpha . \sqrt{u}}{\sqrt{(c + u + 2 \operatorname{cof} \alpha . \sqrt{cu})}}$$

XXII. Donc, ſi le vent, qui ſouffle dans la direction VC avec la viteſſe $= \sqrt{c}$, frappe ſous l'angle $BCV = \omega$ le plan $AB = aa$, qui ſe meut lui-même avec la viteſſe $= \sqrt{u}$ ſelon la direction CU, qui fait avec celle du vent un angle $VCU = \alpha$, l'effet du vent ſur ce plan mû ſera le même, que ſi le plan étoit en repos, & que le vent vint frapper là deſſus avec une viteſſe $= \sqrt{(c + u + 2 \operatorname{cof} \alpha . \sqrt{cu})}$, & ſous une telle obliquité dont le ſinus fut :

$$\frac{\text{fin } \omega (\sqrt{c} + \operatorname{cof} \alpha . \sqrt{u}) - \operatorname{cof} \omega \text{ fin } \alpha . \sqrt{u}}{\sqrt{(c + u + 2 \operatorname{cof} \alpha . \sqrt{cu})}}$$

d'où

d'où l'on pourra estimer la force par la régle donnée cy-dessus. Ayant ainsi réduit le cas à celui, où le plan feroit en repos, il est évident que la résistance, que le plan rencontre de l'autre côté, y est déjà comprise, & qu'il feroit hors de saison, d'en vouloir encore tenir compte dans le calcul. Mais il faut bien remarquer, que le plan AB est supposé ici perpendiculaire au plan determiné par les deux directions V C & C U: & si le plan AB y étoit incliné, il en faudroit tenir compte, ce qui rendroit la derniere formule plus compliquée; mais nous n'avons point besoin de ce cas dans nos recherches sur les moulins à vent.

Fig. 4. XXIII. Après avoir établi ces principes, considérons l'aile d'un moulin à vent OGGHH, étendue autour du rayon OEF, que nous supposons perpendiculaire à l'axe du moulin, autour duquel cette aile tourne. Qu'on conçoive cette aile partagée en des parallelogrammes infiniment petits M m m M par des droites MM, mm perpendiculaires au rayon OF; & posant la distance OP $= x$, soit la largeur de l'aile MM $= y$, & partant l'aire M m m M $= y\,dx$. Comme l'aile tourne autour de l'axe O, soit à l'extrémité F la vitesse $= \sqrt{v}$, ou bien v la hauteur duë à cette vitesse; & la distance OF $= f$. De là nous aurons la vitesse dont le point P tourne autour de l'axe O, $= \frac{x\sqrt{v}}{f}$. Puisque l'axe du moulin doit toujours être tourné vers le vent, la direction du vent sera partout parallele à cet axe: posons donc que la direction du vent fasse avec le plan du parallelogramme M m m M un angle $= \omega$, que je regarderai comme variable par raport à la distance OP $= x$, de même que la largeur de l'aile MM $= y$. Cependant cette variabilité de l'angle ω n'empêchera pas, qu'on ne puisse regarder la surface entiere de l'aile comme l'intégrale $\int y\,dx$.

Fig. 5. XXIV. Qu'on conçoive un plan parallele à l'axe du moulin, qui passe par la section MM, & que la planche (fig. 5) représente ce plan, sur lequel la droite VP marque la direction du vent, dont la vitesse $= \sqrt{c}$, qui fasse avec MM l'angle VPM $= \omega$. Or le plan

plan MM aura un mouvement selon la direction PU perpendiculaire à VP, avec la vitesse $= \frac{x\sqrt{v}}{f}$; de sorte que ce qui a été nommé ci-dessus $\sqrt{u}$, est maintenant $= \frac{x\sqrt{v}}{f}$, & l'angle α sera ici droit, enfin pour aa il faudra mettre ici $y\,dx$. Donc le vent produira sur cet élément de l'aile MM $= y\,dx$ le même effet, que si cet élément étoit en repos, & que la vitesse du vent fût $= \sqrt{\left(c + \frac{xxv}{ff}\right)}$ à cause de $\alpha = 90°$ & $u = \frac{xxv}{ff}$, & qu'il y tombât sous un angle, dont le sinus seroit

$$\frac{\sin\omega.\ \sqrt{c} - \frac{x\sqrt{v}}{f}\cos\omega}{\sqrt{\left(c + \frac{xxv}{ff}\right)}}$$

On doit donc mettre cette derniere valeur à la place de sin ϕ, & l'autre à la place de $\sqrt{c}$.

XXV. Or nous avons trouvé ci-dessus (19) cette formule pour exprimer la force du vent, $aac\left(\frac{1}{m} + \frac{k}{b+c}\right)\sin\phi^2$; où nous devons mettre les valeurs suivantes

$y\,dx$ au lieu de aa

$c + \frac{xxv}{ff}$ au lieu de c

$\left(\sin\omega.\ \sqrt{c} - \cos\omega.\ \frac{x\sqrt{v}}{f}\right)^2$ au lieu de $c\sin\phi^2$

& partant la force du vent sur l'elément $MmmM$ de l'aile sera égale au poids d'une masse d'eau, dont le volume est

$$y\,dx\left(\sin\omega.\sqrt{c}-\cos\omega.\frac{x\sqrt{v}}{f}\right)^2\left(\frac{1}{m}+\frac{ffk}{(b+c)ff+xxv}\right)$$

Mais la direction de cette force étant perpendiculaire au plan selon PN, il la faut décomposer selon la direction Pv parallele à l'axe, & la direction du mouvement P U: or l'angle N P U étant égal à l'angle MPV $=\omega$, la force qui agit selon la direction du mouvement PU sera

$$y\,dx\cos\omega\left(\sin\omega.\sqrt{c}-\cos\omega.\frac{x\sqrt{v}}{f}\right)^2\left(\frac{1}{m}+\frac{ffk}{(b+c)ff+xxv}\right)$$

XXVI. Si nous multiplions cette force par la vitesse de l'élément MmmM, qui est $=\frac{x\sqrt{v}}{f}$, nous aurons l'élément du moment d'impulsion qui repond à l'élément de l'aile MmmM, & partant le moment d'impulsion sur l'aile entiere sera

$$\int\frac{xy\,dx\sqrt{v}}{f}\cos\omega\left(\sin\omega.\sqrt{c}-\cos\omega.\frac{x\sqrt{v}}{f}\right)^2\left(\frac{1}{m}+\frac{ffk}{(b+c)ff+xxv}\right).$$

Dans cette intégration la quantité y & l'angle ω doivent être regardés comme des fonctions de x, pendant que les autres quantités f, v, k, b, c, & m sont constantes; & après avoir trouvé l'intégrale, il faut l'etendre par toute la surface de l'aile. Ensuite il faut la multiplier par 4, puisque les moulins sont ordinairement garnis de quatre ailes, & alors on obtiendra l'entier moment d'impulsion, que le vent exerce sur les ailes, & auquel le moment d'effet, que la machine est capable de produire, sera égal. Or, pour faciliter cette intégration, on pourra regarder le terme $\frac{ffk}{(b+c)ff+xxv}$ comme constant, attendu que dans le dénominateur la partie xxv est extrémement petite par rapport à la partie $(b+c)ff$: car l'indéterminée b est apparemment fort grande.

XXVII. Posons donc le dernier facteur de notre formule, puisque nous le pouvons regarder comme constant,

$\frac{1}{m}$



$$= \frac{1}{m} + \frac{ff\,k}{(b+c)\,ff + xxv} = \frac{n}{m}$$

de forte qu'au lieu de l'indéterminée b nous ayons à déterminer le nombre n, d'où enfuite il fera aifé de connoitre la conftante b, ayant à peu près $\frac{b+c}{k} = \frac{m}{n-1}$ ou $b = \frac{mk}{n-1} - c$. Cela pofé, fi le moulin eft garni de 4 ailes femblables, le moment entier d'impulfion du vent fera

$$\frac{4n\sqrt{v}}{mf} \int xy\,dx \operatorname{cof}\omega \left(\operatorname{fin}\omega . \sqrt{c} - \operatorname{cof}\omega . \frac{x\sqrt{v}}{f}\right)^2$$

ou bien

$$\frac{4nc\sqrt{v}}{mf} \int xy\,dx \operatorname{cof}\omega \left(\operatorname{fin}\omega - \frac{x\sqrt{v}}{f\sqrt{c}} \operatorname{cof}\omega\right)^2$$

auquel le moment d'effet de la machine eft égal, pourvu qu'on y tienne compte du frottement. Confidérons d'abord la figure des ailes comme connue, de même que fon inclinaifon à la direction du vent, & voyons quel effet la machine fera capable de produire; enfuite nous chercherons les arrangemens les plus avantageux pour obtenir le plus grand effet, ce qui fera le fujet des problèmes fuivans.

PROBLEME I.

XXVIII. *Les ailes étant partout de la même largeur & également inclinées à la direction du vent; fi l'on connoit tant la viteffe du vent, que celle dont les ailes tournent, trouver le moment d'impulfion.*

SOLUTION.

Soit la largeur conftante de chaque aile GG = MM = HH = h, Fig. 4. de forte que $y = h$; & la longueur OF = f; que v marque la hauteur duë à la viteffe, dont l'extrémité F tourne autour de l'axe O, & c celle qui eft duë à la viteffe du vent, dont la direction faffe un angle conftant

constant $=\omega$ avec les faces des ailes. Donc, puisque l'angle ω est constant, notre expression pour le moment d'impulsion

$$\frac{4nch \operatorname{cos}\omega . \sqrt{v}}{mf} \int x dx \left(\operatorname{sin}\omega - \frac{x\sqrt{v}}{f\sqrt{c}} \operatorname{cos}\omega\right)^2$$

s'intégrera aisément: car l'intégrale étant

$$\frac{4nch \operatorname{cos}\omega . \sqrt{v}}{mf} \left(\tfrac{1}{2} xx \operatorname{sin}\omega^2 - \frac{2x^3\sqrt{v}}{3f\sqrt{c}} \operatorname{sin}\omega \operatorname{cos}\omega + \frac{x^4 v}{4ffc} \operatorname{cos}\omega^2\right)$$

Si nous posons $x=f$, le moment d'impulsion sur toutes les quatre ailes sera exprimé en sorte:

$$\frac{4ncfh \operatorname{cos}\omega . \sqrt{v}}{m} \left(\tfrac{1}{2} \operatorname{sin}\omega^2 - \frac{2\sqrt{v}}{3\sqrt{c}} \operatorname{sin}\omega \operatorname{cos}\omega + \frac{v}{4c} \operatorname{cos}\omega^2\right).$$

COROLL. 1.

XXIX. C'est donc à cette quantité que sera égal le moment d'effet de la machine, ou bien le produit de la résistance par la vitesse dont elle sera vaincue, pourvû qu'on y comprenne aussi le frottement. Car c'est une regle générale pour toutes les machines que le moment d'impulsion est égal au moment d'effet.

COROLL. 2.

XXX. Cette égalité étant fondée sur l'état d'équilibre suppose l'uniformité dans l'action de la machine. Or au premier instant, où la machine est encore en repos, il faut bien que l'impulsion soit plus forte que la résistance, pour mettre la machine en mouvement, mais ensuite le mouvement devient de plus en plus uniforme, & ce n'est qu'alors, que les deux momens mentionnés deviennent égaux.

COROLL. 3.

XXXI. La formule que je viens de trouver pour le moment d'impulsion dépend principalement de la vitesse des ailes $\sqrt{v}$, & elle deviendroit même infinie, si l'on augmentoit cette vitesse à l'infini; puisque

que le dernier facteur $\frac{4}{3}$ sin $\omega^2 - \frac{2 V v}{3 V c}$ sin ω cos $\omega + \frac{v}{4c}$ cos ω^2 ne sauroit jamais évanouir, ou devenir négatif.

SCHOLIE.

XXXII. Cependant il est très certain que le moment d'impulsion ne sauroit jamais surpasser de certaines limites, de sorte que l'augmentation de la vitesse $V v$ est nécessairement restrainte à quelque détermination. Il est donc bien important d'examiner cette détermination, que la considération de notre analyse nous découvrira d'abord. Car puisque le vent, qui frappe sur les ailes mises en mouvement, y exerce la même force, que si les ailes étoient en repos, & que le vent y frappât avec une vitesse $= V\left(c + \frac{x x v}{f f}\right)$ sous un angle dont le sinus seroit

$$= \frac{\sin \omega - \frac{x V v}{f} . \cos \omega}{V\left(c + \frac{x x v}{f f}\right)},$$ il est clair que, si ce sinus devenoit négatif, la force du vent repousseroit les ailes en arriere. Or, puisque le quarré de ce sinus entre dans notre formule, il semble que l'effet devoit être le même, soit que ce sinus soit négatif ou positif; & on se tromperoit énormement si l'on vouloit appliquer notre formule à des cas, où le sinus d'incidence deviendroit négatif: car alors il faudroit absolument regarder l'impulsion comme négative. Donc, pour que notre formule soit conforme à la verité, il faut que l'expression sin $\omega . V c - \frac{x V v}{f}$. cos ω, ne devienne nulle part négative: donc notre théorie suppose absolument, que pour tous les élémens des ailes cette condition ait lieu, qu'il soit tang $\omega > \frac{x V v}{f V c}$; d'où l'on voit que

la

la viteſſe $V v$ ne ſauroit être augmentée à volonté. Donc, notre formule trouvée pour le moment d'impulſion ne ſauroit ſubſiſter, à moins qu'il ne fût pour tous les élémens des ailes tang $\omega > \frac{x V v}{f V c}$: & s'il arrivoit que pour quelque partie des ailes la quantité $\frac{x V v}{f V c}$ devint plus grande que tang. ω, il en réſulteroit une force contraire au mouvement des ailes, quoique le calcul ne le montrât point. Voilà donc une condition très eſſentielle, & ſans laquelle le moment d'impulſion trouvé ne feroit jamais juſte, qui exige que la quantité $\frac{x V v}{f V c}$ ne ſurpaſſe nulle part tang ω. Et partant dans le cas de notre probleme, où l'angle ω eſt conſtant, la valeur de $\frac{x V v}{f V c}$ ſera toujours moindre que tang ω, pourvû que $\frac{V v}{V c}$ ne ſurpaſſe point tang ω, d'où il eſt évident que dans le cas préſent la formule donnée pour le moment d'impulſion exige néceſſairement qu'il ſoit $V v <$ tang $\omega . V c$ & que ſans cette condition elle ſeroit infailliblement fauſſe. La viteſſe des ailes $V v$ obtient par là un terme qu'elle ne doit jamais paſſer, & le dernier degré étant $V v =$ tang $\omega . V c$ donne le moment d'impulſion $= \frac{n c f h V c}{3 m}$ ſin ω^3, qui eſt encore juſte. Mais, ſi l'on augmentoit la viteſſe $V v$ au delà, l'impulſion diminueroit certainement, quoique le calcul la montrât plus grande.

PROBLEME II.

XXXIII. *Les ailes étant partout de la même largeur & également inclinées à la direction du vent, ſi l'on connoit la ſtructure de la machine, & la réſiſtance qui doit être vaincue, déterminer l'action de la machine, qui ſera produite par un vent donné.*

SOLU-

SOLUTION.

Soit comme auparavant la largeur des ailes MM $= h$, leur longueur OF $= f$, & l'inclinaiſon de leurs faces à la direction du vent $= \omega$, dont la viteſſe ſoit dûe à la hauteur $= c$. Maintenant, de quelque maniere que la machine ſoit conſtruite, on la peut toujours réduire à l'action d'un tambour RSRS, fixé ſur l'axe des ailes OO, autour duquel paſſe une corde TZ, qui éléve un poids P, pendant que les ailes tournent. Soit donc le rayon de ce tambour $= r$, & le poids P égal à celui d'une maſſe d'eau, dont le volume $= p^3$; de ſorte que la lettre r renferme la conſtruction de la machine, & p^3 la réſiſtance qu'il faut ſurmonter. Suppoſons que la machine ſoit déjà parvenue à l'uniformité de mouvement, & que les extrémités des ailes F tournent avec la viteſſe $= \sqrt{v}$, & la viteſſe, dont le poids P monte, ſera $= \frac{r\sqrt{v}}{f}$: donc le moment d'effet de la machine doit être eſtimé $= \frac{p^3 r \sqrt{v}}{f}$: lequel étant égal au moment d'impulſion trouvée ci-deſſus donnera l'équation ſuivante, après avoir diviſé par $\sqrt{v}$:

Fig. 6.

$$\frac{4ncfh \cos\omega}{m}\left(\frac{1}{2}\sin\omega^2 - \frac{2\sqrt{v}}{3\sqrt{c}}\sin\omega\cos\omega + \frac{v}{4c}\cos\omega^2\right) = \frac{p^3 r}{f}.$$

Mais, avant que la machine puiſſe parvenir à l'état d'uniformité, il faut que d'abord, lorsque la machine eſt encore en repos, l'impulſion ſoit plus forte que la réſiſtance: il faut donc qu'il ſoit

$\frac{2ncfh}{m}\sin\omega^2\cos\omega > \frac{p^3 r}{f}$, ou $c > \frac{m\,p^3\,r}{2nffh\sin\omega^2\cos\omega}$, & tant que la viteſſe du vent ſeroit moindre, la machine demeureroit en repos. Or, par les raiſons alleguées dans le §. préc: il faut auſſi qu'il ſoit $\sqrt{v} < \text{tang}\,\omega.\sqrt{c}$, puiſqu'ailleurs le calcul ſeroit contraire à la vérité. Ayant donc bien remarqué ces deux circonſtances, nous pourrons trouver la viteſſe des ailes $\sqrt{v}$, qui conviendra au mouvement uniforme:

me : pour rendre cette recherche plus aisée, posons $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} = z \,\text{tang}\, \omega$, & notre équation prendra cette forme :

$$\frac{4ncfh \,\text{sin}\, \omega^2 \,\text{cos}\, \omega}{m} \left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{2}{3} z + \tfrac{1}{4} zz\right) = \frac{p^3 r}{f}$$

d'où nous tirons

$$zz - \tfrac{8}{3} z + 2 = \frac{m p^3 r}{n cffh \,\text{sin}\, \omega^2 \,\text{cos}\, \omega}$$

$$\& \quad z = \tfrac{4}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{m p^3 r}{n cffh \,\text{sin}\, \omega^2 \,\text{cos}\, \omega} - \tfrac{2}{9}\right)}$$

par conséquent

$$\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} = \tfrac{4}{3} \,\text{tang}\, \omega \pm \sqrt{\left(\frac{m p^3 r}{n cffh \,\text{cos}\, \omega^3} - \tfrac{2}{9} \,\text{tang}\, \omega^2\right)}.$$

Mais il faut qu'il soit $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} < \text{tang}\, \omega$, d'où il est évident que le signe $+$ devant le radical ne sauroit avoir lieu, & le signe $-$ ne sauroit subsister, à moins qu'il ne fût

$$\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} = \tfrac{4}{3} \,\text{tang}\, \omega - \sqrt{\left(\frac{m p^3 r}{n cffh \,\text{cos}\, \omega^3} - \tfrac{2}{9} \,\text{tang}\, \omega^2\right)} < \text{tang}\, \omega$$

ou $\quad \tfrac{1}{3} \,\text{tang}\, \omega < \sqrt{\left(\frac{m p^3 r}{n cffh \,\text{cos}\, \omega^3} - \tfrac{2}{9} \,\text{tang}\, \omega^2\right)}$

& partant prenant les quarrés :

$$\tfrac{1}{3} \,\text{tang}\, \omega^2 < \frac{m p^3 r}{n cffh \,\text{cos}\, \omega^3} \qquad \text{ou bien}$$

$$c < \frac{3 m p^3 r}{n ffh \,\text{sin}\, \omega^2 \,\text{cos}\, \omega}$$

Or la premiere condition exige, qu'il soit

$$c > \frac{m p^3 r}{2 n ffh \,\text{sin}\, \omega^2 \,\text{cos}\, \omega}.$$

Donc

Donc, à moins que la viteſſe du vent ne ſoit entre ces deux limites, le mouvement uniforme ne ſauroit avoir lieu ; car, ſi elle étoit au deſſous de la moindre limite, la machine ne produiroit aucune action, & ſi elle étoit au deſſus de la plus grande, le mouvement de la machine ſeroit continuellement accéléré, ſans qu'il parvint jamais à l'état d'uniformité. Or, tant que la viteſſe du vent ſubſiſte entre ces deux limites, la formule irrationelle trouvée ſera toujours réelle, & on pourra aſſigner la viteſſe, dont les ailes tourneront dans l'état d'uniformité : d'où l'on connoitra auſſi la viteſſe du fardeau, & partant le moment d'effet de la machine.

COROLL. 1.

XXXIV. Il eſt d'abord clair que le vent doit avoir quelque force, avant qu'il ſoit en état de mettre la machine en mouvement. Si nous poſons pour abréger $\frac{p^3 \; r}{ffh \sin \omega^2 \cos \omega} = u$, la hauteur dûe à la viteſſe du vent c doit être plus grande que $\frac{mu}{2n}$, & tant que le vent eſt plus foible, la machine demeure ſans action.

COROLL. 2.

XXXV. Cette quantité u dépend donc 1°. de la longueur f, de la largeur h, & de l'inclinaiſon des ailes, ou de l'angle ω, ſuppoſé que tant la largeur que l'inclinaiſon ſoit par tout la même : 2°. de la ſtructure de la machine, qui eſt renfermée dans la quantité r : & 3°. de la grandeur du fardeau, qu'il faut élever p^3, ou en général de la réſiſtance qu'il faut vaincre.

COROLL. 3.

XXXVI. Donc, pour que le vent ſoit capable de mettre la machine en action, il faut qu'il ſoit $c > \frac{mu}{2n}$: & alors ayant $z =$

$\frac{4}{3} - \sqrt{\left(\frac{mu}{nc} - \frac{2}{9}\right)}$, la viteſſe des ailes à leur extrémité ſera $\sqrt{v} = z \tan \omega . \sqrt{c}$; ou bien

$$\sqrt{v} = \tan \omega \left(\frac{4}{3} - \sqrt{\left(\frac{mu}{nc} - \frac{2}{9}\right)}\right) \sqrt{c}$$

De là on connoitra la viteſſe $\frac{r\sqrt{v}}{f}$, dont le fardeau ſera élevé.

COROLL 4.

XXXVII. Il eſt auſſi évident, que plus la viteſſe du vent augmente, plus auſſi la quantité z; & partant à plus forte raiſon la viteſſe des ailes $\sqrt{v}$, deviendra grande. Cependant notre formule n'a lieu, que tandis que la hauteur duë à la viteſſe du vent c eſt moindre que $\frac{3mu}{n}$; lorsqu'elle devient plus grande, la valeur de $\sqrt{v}$ ne ſera plus conforme à notre formule.

COROLL 5.

XXXVIII. Or, ſi $c = \frac{3mu}{n}$, qui contient la plus grande force du vent, à laquelle notre formule puiſſe être appliquée, nous aurons $z = \frac{4}{3} - \sqrt{\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\right)} = 1$. & partant on aura pour la viteſſe des ailes $\sqrt{v} = \tan \omega . \sqrt{c} = \tan \omega . \sqrt{\frac{3mu}{n}}$: & pour la viteſſe du fardeau $\frac{r\sqrt{v}}{f} = \frac{r \tan \omega}{f} \sqrt{\frac{3mu}{n}}$.

SCHOLIE.

XXXIX. Quand le vent augmente au delà de ce degré, notre formule ne ſauroit plus avoir lieu; car, puiſque alors le mouvement des ailes devient plus rapide, ou $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} > \tan \omega$, l'effet du vent ſur

les

les extrémités des ailes sera négatif, ou les ailes y seront frappées du côté opposé, ce qui diminuera la force d'impulsion, au lieu que notre calcul change cette diminution en augmentation. La force de l'impulsion étant donc dans ces cas plus petite, que notre calcul l'indique, l'effet de la machine en sera aussi diminué. Et partant un vent plus fort, en faisant tourner plus vite les ailes, produira bien un plus grand effet, mais cet effet sera de beaucoup moindre, que selon le calcul; ce qui est sans doute le cas que Mr. *Lulofs* a en vuë, quand il dit avoir observé que les effets des vent plus rapides ne croissent pas dans la raison du cube de leur vitesses, & pas même dans celle de leurs quarrés. Cela n'est donc pas contraire à ce que j'avois avancé, que l'effet du vent croissoit dans la raison du cube de sa vitesse; car je parlois alors des plus grands effets, que chaque vent est capable de produire; or cet avantage exige pour chaque vitesse du vent un arrangement particulier dans la disposition de la machine. Mais, lorsque l'arrangement demeure le même, il est également vray, que l'effet des vents les plus forts suive une raison beaucoup plus petite que celle des cubes de leur vitesse, quoiqu'il fût possible en changeant la disposition de la machine, ou la quantité r, d'en tirer un effet, qui seroit à peu près proportionnel au cube de la vitesse. Dans le problème présent j'ai supposé l'arrangement de la machine, ou la quantité r, la même pour tous les degrés du vent; & il est clair que cet arrangement ne sauroit être le plus avantageux que pour un seul degré de vitesse; & par la raison alléguée il est clair, que lorsque $e > \frac{3mu}{n}$, on perd principalement beaucoup sur l'effet que la machine seroit capable de produire, si l'on y changeoit convenablement la quantité r, d'où depend celle de u.

PROBLEME III.

XL. *Si dans le cas du problème précédent la vitesse du vent est si grande, que notre calcul n'y sauroit plus être appliqué, déterminer l'action de la machine, qu'un tel vent sera capable de produire.*

SOLUTION.

Dans ce cas toute la difficulté revient à ce que les ailes tournent si vite, qu'une partie vers leurs extrémités est frappée en derriere par le vent; dont l'effet par conséquent est contraire au mouvement de la machine. Soit donc la vitesse des ailes à leur extrémité $F = \sqrt{v}$, & que la partie TTHH reçoive le choc du vent par la face de derriere, tandis que la partie GGTT le reçoit par avant: posons la distance $OS = s$, & le moment d'impulsion pour la partie GGTT sera

Fig. 4.

$$\frac{4nchss \operatorname{cof}\omega.\sqrt{v}}{mf}\left(\tfrac{1}{2}\operatorname{fin}\omega^2 - \frac{2s\sqrt{v}}{3f\sqrt{c}}\operatorname{fin}\omega.\operatorname{cof}\omega + \frac{ssv}{4ffc}\operatorname{cof}\omega^2\right).$$

Or la partie TTHH fournira, pour ainsi dire, un moment de répulsion, qui sera

$$+\frac{4ncfh\operatorname{cof}\omega.\sqrt{v}}{m}\left(\tfrac{1}{2}\operatorname{fin}\omega^2 - \frac{2\sqrt{v}}{3\sqrt{c}}\operatorname{fin}\omega.\operatorname{cof}\omega + \frac{v}{4c}\operatorname{cof}\omega^2\right)$$

$$-\frac{4nchss\operatorname{cof}\omega.\sqrt{v}}{mf}\left(\tfrac{1}{2}\operatorname{fin}\omega^2 - \frac{2s\sqrt{v}}{3f\sqrt{c}}\operatorname{fin}\omega.\operatorname{cof}\omega + \frac{ssv}{4ffc}\operatorname{cof}\omega^2\right).$$

Retranchant celui-ci de celui-là, il restera le moment de l'impulsion actuelle, qui sera:

$$+\frac{8nchss\operatorname{cof}\omega.\sqrt{v}}{mf}\left(\tfrac{1}{2}\operatorname{fin}\omega^2 - \frac{2s\sqrt{v}}{3f\sqrt{c}}\operatorname{fin}\omega\operatorname{cof}\omega + \frac{ssv}{4ffc}\operatorname{cof}\omega^2\right)$$

$$-\frac{4ncfh\operatorname{cof}\omega.\sqrt{v}}{m}\left(\tfrac{1}{2}\operatorname{fin}\omega^2 - \frac{2\sqrt{v}}{3\sqrt{c}}\operatorname{fin}\omega\operatorname{cof}\omega + \frac{v}{4c}\operatorname{cof}\omega^2\right)$$

Or, puisque en TT est la séparation des impulsions positives & négatives, il y aura $\operatorname{fin}\omega.\sqrt{c} - \frac{s\sqrt{v}}{f}\operatorname{cof}\omega = 0$, ou $s = f\operatorname{tang}\omega.\sqrt{\frac{c}{v}}$, & cette valeur étant substituée à la place de s, on aura le vray moment d'impulsion des cas en question

$$\frac{ncfh\operatorname{fin}\omega^2\operatorname{cof}\omega.\sqrt{v}}{m}\left(\frac{2c\operatorname{fin}\omega^2}{3v\operatorname{cof}\omega^2} - 2 + \frac{8\sqrt{v}}{3\sqrt{c}}.\frac{\operatorname{cof}\omega}{\operatorname{fin}\omega} - \frac{v\operatorname{cof}\omega^2}{c\operatorname{fin}\omega^2}\right)$$

&

& cette formule aura lieu toutes les fois que $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} > \operatorname{tang} \omega$. C'est donc à cette formule qu'il faut égaler le moment d'effet $\frac{p^3 r \sqrt{v}}{f}$, lorsqu'il y aura $c > \frac{3mp^3 r}{nffh \sin\omega^2 \cos\omega^2}$. Posons comme auparavant pour abréger $\frac{p^3 r}{ffh \sin\omega^2 \cos\omega} = u$, de sorte que nous ayons à considérer les cas où $c > \frac{3mu}{n}$ & l'équation d'où il faut tirer la vitesse des ailes $\sqrt{v}$ sera

$$\frac{mu}{nc} = \frac{2c \sin\omega^2}{3v \cos\omega^2} - 2 + \frac{8\sqrt{v}}{3\sqrt{c}} \cdot \frac{\cos\omega}{\sin\omega} - \frac{v \cos\omega^2}{c \sin\omega^2}$$

Soit encore $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} \cdot \frac{\cos\omega}{\sin\omega} = z$ ou $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} = z \operatorname{tang} \omega$, pour avoir

$$\frac{mu}{nc} = \frac{2}{3zz} - 2 + \frac{8}{3} z - zz$$

d'où l'on voit qu'au cas $c = \frac{3mu}{n}$ ou $\frac{mu}{nc} = \frac{1}{3}$, il y aura $z = 1$.

Soit donc $c > \frac{3mu}{n}$, & partant $\frac{mu}{nc} < \frac{1}{3}$; & voyon quelle sera la valeur de z. Posons pour cet effet $\frac{mu}{nc} = \frac{1}{3} - y$, & $z = 1 + \xi$, en regardant y & ξ comme des fractions fort petites, de sorte que $\frac{1}{zz} = 1 - 2\xi$ & $zz = 1 + 2\xi$, & nous aurons :

$$\frac{1}{3} - y = \frac{2}{3} - \frac{4}{3}\xi - 2 + \frac{8}{3} + \frac{8}{3}\xi - 1 - \xi = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\xi$$

donc $\xi = \frac{3}{2} y$ ou $z = \frac{3}{2} - \frac{3mu}{2nc}$ Par conséquent, lorsque la vitesse du vent surpasse tant soit peu la limite marquée, ou qu'il y

$c =$

$c = \frac{3\,m\,u}{(1-3\,v)\,n}$, marquant par v une fraction extrèmement petite, nous aurons $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{e}} \cdot \frac{\cos\omega}{\sin\omega} = 1 + \frac{3}{2}\,v = \frac{3}{2} - \frac{3\,mu}{2\,nc}$, donc

$$\sqrt{v} = \tfrac{3}{2}\,\mathrm{tang}\,\omega \left(\sqrt{c} - \frac{m\,u}{n\sqrt{c}}\right) \text{ à peu près.}$$

Ou bien si $c = \frac{3\,m\,u}{(1-3\,v)\,n} = \frac{3\,mu}{n}(1+3\,v)$, nous aurons

$$\sqrt{v} = \mathrm{tang}\,\omega\,(1+3\,v)\sqrt{\frac{3\,mu}{n}}.$$

COROLL. I.

XLI. Donc, si la viteſſe du vent ſurpaſſe infiniment peu la limite trouvée $c = \frac{3\,mu}{n}$, de ſorte que $c = \frac{3\,mu}{n}(1+3\,v)$, la viteſſe des ailes à leur extrémité ſera

$$\sqrt{v} = \frac{c\,\mathrm{tang}\,\omega}{\sqrt{\frac{3\,m\,u}{n}}}$$

COROLL. 2.

XLII. Or on trouve le même rapport, ſi la viteſſe du vent eſt tant ſoit peu plus petite que ladite limite, de ſorte que près de cette limite la viteſſe des ailes, & partant auſſi celle du fardeau, ou l'effet de la machine, eſt proportionelle au quarré de la viteſſe du vent.

COROLL 3.

XLIII. Mais, ſi la viteſſe du vent ſurpaſſe conſidérablement cette limite, l'effet ne croitra plus dans la même raiſon. Poſons $c = \frac{6\,mu}{n}$, ou que la viteſſe du vent ſoit à celle de la limite comme $\sqrt{2}$ à 1, ou le

le quarré deux fois plus grand, & on aura à résoudre l'équation, $\frac{1}{6} = \frac{2}{3zz} - 2 + \frac{8}{3}z - zz$ ou celle cy

$$z^4 - \frac{8}{3}z^3 + \frac{13}{6}zz - \frac{2}{3} = 0$$

d'où l'on tire à peu près $z = \frac{4}{3}$ & $\sqrt{v} = \frac{4}{3}$ tang $\omega \sqrt{\frac{6mu}{n}}$

COROLL 4.

XLIV. Or dans le cas $c = \frac{3mu}{n}$, on a $\sqrt{v} =$ tang $\omega . \sqrt{\frac{3mu}{n}}$: donc, lorsque le quarré de la viteſſe du vent devient deux fois plus grand, la viteſſe des ailes, ou l'effet, ſera augmenté dans le rapport de 1 à $\frac{4}{3}\sqrt{2}$ ou de 1 à $\sqrt{\frac{32}{9}}$; &. cette augmentation eſt moindre que ſi elle ſuivoit la raiſon du quarré des viteſſes du vent.

COROLL 5.

XLV. Poſons la viteſſe du vent deux fois plus grande que dans la limite, ou ſoit $c = \frac{12mu}{n}$, & l'équation à réſoudre ſera

$\frac{1}{12} = \frac{2}{3zz} - 2 + \frac{8}{3}z - zz$, ou $z^4 - \frac{8}{3}z^3 + \frac{25}{12}zz - \frac{2}{3} = 0$, d'où l'on trouve à peu près $z = \frac{16}{11}$, & partant $\sqrt{v} = \frac{16}{11}$ tang ω $\sqrt{\frac{12mu}{n}}$. Donc l'effet ſera $\frac{32}{11}$ ou 3 fois plus grand, qu'au cas $c = \frac{3mu}{n}$ quoique le quarré de la viteſſe ſoit 4 fois plus grand.

COROLL 6.

XLVI. De la même maniere on trouvera, que quand même la viteſſe du vent deviendroit 100 fois plus grande qu'au cas $c = \frac{3mu}{n}$, l'effet ne feroit que $\frac{11}{7}$. 100 ou 157 fois plus grand ; de ſorte qu'enfin les effets ne ſuivront que la raiſon ſimple de la viteſſe du vent.

SCHOLION.

XLVII. Si l'on donne l'exclusion à ces cas où $c > \frac{3mu}{n}$, la machine décrite ne peut servir que lorsque la viteſſe du vent eſt renfermée entre ces deux limites, $c = \frac{mu}{2n}$ & $c = \frac{3mu}{n}$, de ſorte que la viteſſe du plus fort ne ſurpaſſe celle du plus foible que dans la raiſon de $\sqrt{6}$ à 1. Or, quand le vent ſe trouve entre ces deux limites, il eſt aiſé de déterminer la viteſſe des ailes $\sqrt{v}$, & partant auſſi celle que le vent imprimera à la machine. Il ſera donc bon de calculer les cas principaux, afin qu'on les puiſſe mieux comparer avec ceux que je viens de développer ici, quand $c > \frac{3mu}{n}$.

$c = \frac{mu}{2n}$	$\sqrt{v} = 0$
$c = \frac{mu}{n}$	$\sqrt{v} = 0{,}44141 \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{3mu}{2n}$	$\sqrt{v} = 0{,}66666 \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{2mu}{n}$	$\sqrt{v} = 0{,}80628 \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{5mu}{2u}$	$\sqrt{v} = 0{,}91170 \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{3mu}{n}$	$\sqrt{v} = \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{6mu}{n}$	$\sqrt{v} = \frac{4}{3} \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{12mu}{n}$	$\sqrt{v} = \frac{16}{11} \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$
$c = \frac{30000mu}{n}$	$\sqrt{v} = \frac{11}{7} \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$

Com-

Comparons ensemble les cas $c = \frac{3mu}{2n}$ & $c = \frac{3mu}{n}$, où la raison des quarrés des vitesses du vent est 1 : 2, & celle des effets ½ : $\sqrt{2}$, qui est un peu plus grande que celle-là; & nous verrons, que l'observation de Mr. *Lulofs* est assez bien d'accord avec ce calcul: par lequel nous voyons aussi, que la disposition de la Machine demeurant la même, les effets sont à peu près dans la raison du quarré de la vitesse du vent, pourvu qu'on on excepte les cas, où le vent est, ou très foible, ou extrémement fort. Or, ce nonobstant, je soutiens qu'il est possible d'augmenter l'effet en raison du cube de la vitesse du vent: mais alors il faut changer la disposition de la machine, représentée par la quantité r, & pour chaque vitesse du vent on pourra déterminer une valeur de r, qui produise le plus grand effet: quoique je suppose, que les ailes demeurent les mêmes, & qu'on ait le même fardeau p^3 à élever, ou en général la même résistance à vaincre. Ce sera le sujet du problême suivant.

PROBLEME IV.

XLVIII. *La largeur des ailes, & leur inclinaison à la direction du vent étant par tout les mêmes & données, de même que la résistance, qui doit être vaincuë, trouver la disposition de la machine, pour que le plus grand effet soit produit, pour chaque vitesse du vent, en faisant abstraction du frottement.*

SOLUTION.

Les choses données sont donc la longueur de chaque aile OF $= f$, la largeur HH $= h$, l'inclinaison à la direction du vent $= \omega$: ensuite la résistance à vaincre, représentée par le poids d'un volume d'eau $= p^3$, & enfin la vitesse du vent, qui soit duë à la hauteur $= c$. Or nous cherchons la disposition de la machine, qui, quelque composée qu'elle soit, se réduit au rapport entre les vitesses du fardeau & de la force, qui étant supposé comme r à f, tout revient à la détermination de

Fig. 4.

de la quantité r, que nous avons représentée par le rayon du tambour RRSS (fig. 5) Or cette quantité r dépend de la vitesse $\sqrt{v}$, dont les ailes tournent à leurs extrémités; & puisque le moment d'effet est égal au moment d'impulsion, nous n'avons qu'à chercher la vitesse $\sqrt{v}$, pour que le moment d'impulsion devienne le plus grand. Or le moment d'impulsion étant trouvé

$$\frac{4ncfh \cos\omega.\sqrt{v}}{m}\left(\tfrac{1}{2}\sin\omega^2 - \frac{2\sqrt{v}}{3\sqrt{c}}\sin\omega\cos\omega + \frac{v}{4c}\cos\omega^2\right)$$

posons pour abréger $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} = z \tang\omega$, & l'expression suivante

$$\frac{4ncfhz \sin\omega^3.\sqrt{c}}{m}\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{2}{3}z + \tfrac{1}{4}zz\right)$$

doit être reduite à un *maximum*, par la détermination de la variable z. Nous aurons donc à égaler à un *Maximum* cette formule $2z - \frac{8}{3}zz + z^3$. d'où nous tirons

$$2 - \tfrac{16}{3}z + 3zz = 0 \text{ \& partant}$$

$$z = \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}}. \cot\omega = \frac{8 \pm \sqrt{10}}{9}$$

Mais, pour que notre expression du moment d'impulsion ait lieu, il faut que $\sqrt{v} < \tang\omega.\sqrt{c}$ ou $z < 1$, d'où l'on voit que l'ambiguité des signes se réduit au signe $-$, de sorte que nous ayons

$$\sqrt{v} = \frac{8-\sqrt{10}}{9}\tang\omega.\sqrt{c}$$

Et substituant cette valeur, le moment d'impulsion sera

$$\frac{ncfh \sin\omega^3 \sqrt{c}}{m}.\frac{8-\sqrt{10}}{9}.\frac{44+8\sqrt{10}}{81}$$

ou

$$\frac{ncfh \sin\omega^3.\sqrt{c}}{m}.\frac{272+20\sqrt{10}}{729}$$

Posons

Posons pour abréger ces facteurs irrationnels

$$\frac{8 - \sqrt{10}}{9} = \lambda = 0,537514$$

$$\frac{44 + 8\sqrt{10}}{81} = \mu = 0,855544$$

$$\frac{272 + 20\sqrt{10}}{729} = \nu = 0,459873$$

de sorte que $\nu = \lambda\,\mu$, & la vitesse des ailes sera

$$\sqrt{v} = \lambda \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$$

& le moment d'impulsion, qui est le plus grand

$$\frac{\nu ncfh \sin \omega^3 \sqrt{c}}{m}$$

auquel doit être égal le moment d'effet $\frac{p^3 r \sqrt{v}}{f}$, d'où nous tirons

$$\frac{\lambda\, p^3 r \text{ tang } \omega . \sqrt{c}}{f} = \frac{\nu ncfh \sin \omega^3 . \sqrt{c}}{m}$$

ou $p^3 r = \frac{\mu ncffh \sin \omega^2 . \cos \omega}{m}$,

donc $r = \frac{\mu ncffh \sin \omega^2 . \cos \omega}{mp^3}$,

d'où l'on connoit la disposition de toute la machine.

COROLL. I.

XLIX. Donc, pour qu'une telle machine produise le plus grand effet, il faut que pour chaque vitesse du vent on donne à la quantité r une valeur particuliere : laquelle est proportionnelle au quarré de la vitesse du vent.

COROLL 2.

L. La disposition de la machine doit donc être telle, que le rapport entre les vitesses du fardeau & de la rouë principale, ou le rapport entre f & r, puisse être changé : ou bien que le rayon du tambour r puisse être augmenté & diminué dans la raison doublée de la vitesse du vent.

COROLL 3.

LI. Donc, si le tambour a une grandeur fixe, comme nous l'avons supposé dans les propositions précédentes, il n'y a qu'un seul degré du vent, où la machine produise le plus grand effet, ce qui arrive lorsque $c = \frac{mp^3 r}{\mu nffh \text{ sin } \omega^2 \text{ cos } \omega}$. Tous les autres vents produiront un moindre effet, qu'ils ne seroient capables de produire, l'on pouvoit changer la disposition de la machine, ou la quantité r.

COROLL 4.

LII. Or, si l'on donne à r pour chaque vent sa valeur convenable $r = \frac{\mu ncffh \text{ sin } \omega^2 \text{ cos } \omega}{mp^3}$, la machine produira le plus grand effet, dont le moment sera $= \frac{\nu ncfh \text{ sin } \omega^3 \sqrt{c}}{m}$. Cet effet est donc proportionnel au cube de la vitesse du vent ; pendant qu'il en suit à peine la raison du quarré, si la valeur de r demeure fixe.

COROLL 5.

LIII. On voit aussi que ce plus grand effet est proportionnel à la surface des ailes, ou à fh, & outre cela aussi au cube du sinus de l'angle d'incidence du vent ω. D'où il est evident, qu'il est fort avantageux d'approcher ce angle ω autant d'un droit, qu'il est possible.

SCHOLION. I.

LIV. $\sqrt{c}$ entre dans nos formules, entant qu'il exprime la vitesse du vent, & il sera aisé d'introduire à sa place l'espace que le vent parcourt dans une seconde. Que g marque la hauteur, par laquelle un

un corps tombe dans une feconde, & $2\sqrt{gc}$ fera l'efpace, que le vent parcourt dans une feconde : pofant maintenant $2\sqrt{gc}$ à la place de $\sqrt{c}$, l'expreffion $\frac{2\nu ncfh \text{ fin } \omega^3 . \sqrt{gc}}{m}$ donnera l'effet de la machine produit dans une feconde, ou bien la réfiftance multipliée par l'efpace, par lequel elle avance dans une feconde. Et fi la machine eft employée à élever de l'eau, cette même expreffion définit la quantité d'eau élevée par feconde, multipliée par la hauteur, à laquelle l'eau eft élevée. Soit donc a la hauteur à laquelle l'eau doit être élevée, & M la maffe d'eau élevée dans une feconde, qu'il faut exprimer en pieds cubiques, fi les quantités c, f, h, & g, font données en pieds, & on aura $Ma = \frac{2\nu ncfh \text{fin}\, \omega^3 \sqrt{gc}}{m}$, d'où l'on aura la quantité d'eau M, qui fera élevée par feconde à la hauteur donnée a.

$$M = \frac{2\nu ncfh \text{ fin } \omega^3 . \sqrt{c}}{ma.}$$

Pour en donner un exemple, fuppofons felon le cas propofé par Mr. *Lulofs*
$f = 43$ pieds, $h = 5\frac{1}{2}$ pieds, $a = 4$ pieds, & l'angle $\omega = 73°$ enfuite $2\sqrt{gc} = 30$ pieds : donc à caufe de $g = 15\frac{5}{8}$ pieds, il y aura $c = \frac{72}{5}$ pieds, d'où nous obtiendrons,

fin $\omega^3 = \frac{7}{8}$ & $M = \frac{30.\ 72.\ 43.\ 11.\ 7}{4.\ 5.\ \ 2.\ 8} . \frac{\nu n}{m}$ pieds cubiques,

ou $M = \frac{89497}{4} . \frac{\nu n}{m} = 10289 . \frac{n}{m}$ pieds cubiques.

Prenons $m = 700$, & nous aurons $M = 14\frac{7}{10}\, n$. Donc dans une minute cette machine élevera $882\, n$ pieds cubiques d'eau à la hauteur de 4 pieds. Donc, fi cette machine élevoit 1500 pieds cubiques, il faudroit mettre $n = \frac{1500}{882}$: d'où il eft evident que la valeur de n eft encore plus grande, puifque d'un côté j'ai négligé ici le frottement, & d'un autre côté il n'eft pas probable, que la difpofition de la machine

chine ait été conforme au plus grand avantage. J'ai supposé ici la gravité specifique de l'air 700 fois plus petite que celle de l'eau, au lieu que dans mes premiers calculs je l'avois prise 850 fois moindre, & c'est la raison que j'ai trouvé ici le nombre 882 au lieu de 757, que j'ai rapporté cy dessus (§. 8). Cependant je ne voudrois encore rien décider sur la véritable valeur de la lettre n, puisque le cas de l'expérience n'est pas assez d'accord avec celui, auquel j'ai appliqué ici le calcul. Car Mr. *Lulofs* a marqué exprès, que l'inclinaison des ailes au vent n'étoit pas par toute leur longueur la même; mais que l'angle ω étoit moindre près de l'axe, & plus grand vers les extrémités, que $73°$, & qu'il avoit pris un milieu. Or il est encore fort douteux, si un tel milieu est équivalent; je différerai donc la décision, jusqu'à ce que j'aurai examiné le cas, où l'angle ω est variable par la longueur des ailes.

LV. Il est ici fort remarquable que l'effet de ces machines est proportionnel au cube du sinus de l'angle d'inclinaison ω, d'où il s'ensuit que, pour produire le plus grand effet, il faudroit rendre cet angle droit. Cependant il est très certain qu'alors le vent n'exerceroit plus aucune force sur les ailes; & qu'il ne seroit pas capable de vaincre la moindre résistance: aussi trouvons-nous pour ce cas $r = 0$ à cause de $\cos \omega = 0$, de sorte que le moment de la résistance évanouiroit tout à fait, & la vitesse des ailes $V v$ deviendroit infinie. Par cette raison on voit bien que ce cas est impossible, puisque les ailes rencontrent toujours par leur tranchant une résistance de la part de l'air, laquelle croissant dans la raison des quarrés de la vitesse arrêteroit bientôt l'accélération ulteriéure des ailes, quand même la résistance de la machine évanouiroit. Mais, quoiqu'il fut $r = 0$, où la force de la résistance seroit réduite à rien, le moindre frottement de la machine rendroit ce cas inutile, & l'arrêteroit en repos. De là il est évident qu'on ne sauroit négliger, ni le frottement, ni la résistance de l'air, que les ailes souffrent par leur tranchant, dès que l'angle ω approche fort d'un droit, & que la vitesse des ailes devient fort rapide: puisqu'alors ces deux

deux circonſtances fourniſſent les principales déterminations de la machine & de ſon mouvement. Il eſt donc de la derniere importance, qu'en traitant ce problème on ait égard tant au frottement qu'à la réſiſtance de l'air, & ce ſera de là qu'on pourra déterminer, jusqu'à quel point on puiſſe augmenter l'angle ω, afin que le véritable effet devienne le plus grand. Or le ſeul frottement mettra déjà de telles bornes à la viteſſe des ailes, qu'on pourra ſe diſpenſer d'avoir égard à la réſiſtance de l'air, tant puisqu'elle n'eſt pas fort conſidérable, quand le mouvement des ailes n'eſt pas extrémement rapide, que puisque ſon effet peut être réuni à peu près avec celui du frottement. Car, quoique celui-cy ſuive la raiſon ſimple de la viteſſe, & celui-là la doublée, on pourra bien ſe paſſer de la petite différence qui en réſulteroit.

PROBLEME V.

LVI. *Les mêmes choſes étant données que dans le probléme précédent, trouver la diſpoſition de la machine, afin qu'elle produiſe le plus grand effet, en ayant égard au frottement, auquel la machine eſt aſſujettie.*

SOLUTION.

Pour vaincre le frottement ſoit requiſe la force F, qui étant appliquée à l'extrémité d'une aile, contrebalance préciſément le frottement. Cette force étant contraire à la force d'impulſion, ſon moment, qui eſt $F\sqrt{v}$, doit être retranché du moment d'impulſion, de ſorte que, pour mettre la machine en action, on aura ce moment d'impulſion

$$\frac{4ncfh\operatorname{cof}\omega.\sqrt{v}}{m}\left(\tfrac{1}{2}\operatorname{fin}\omega^2-\frac{2\sqrt{v}}{3\sqrt{c}}\operatorname{fin}\omega\operatorname{cof}\omega+\frac{v}{4c}\operatorname{cof}\omega^2\right)-F\sqrt{v}$$

qu'il faut rendre un *maximum*. Poſons comme auparavant pour abréger $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}}=z\operatorname{tang}\omega$, & nous aurons :

$$\frac{ncfhz\operatorname{fin}\omega^3\sqrt{c}}{m}\left(2-\tfrac{8}{3}z+zz\right)-Fz\operatorname{tang}\omega.\sqrt{c}$$

Soit

Soit de plus $\frac{m \text{F tang } \omega}{ncfh \text{ sin } \omega^3} = \Phi$, & il faudra rendre un *maximum*

$$2z - \frac{8}{3} zz + z^3 - \Phi z,$$ d'où nous tirons

$$3zz - \frac{16}{3} z + 2 - \Phi = 0$$ & partant :

$$z = \frac{8 - \sqrt{(10 + 27\Phi)}}{9}$$

C'est donc le nombre Φ, qui renferme l'effet du frottement, ayant supposé $\Phi = \frac{m \text{ F}}{ncfh \text{ sin } \omega^2 \text{ cos } \omega}$, & de là nous aurons pour la vitesse des ailes :

$$\sqrt{v} = \frac{8 - \sqrt{(10 + 27\Phi)}}{9} \text{ tang } \omega . \sqrt{c}$$

Ensuite, puisque $\text{F} = \frac{ncfh \text{ sin } \omega^2 \text{ cos } \omega}{m} \Phi$, le plus grand moment d'impulsion sera :

$$\frac{8-\sqrt{(10+27\Phi)}}{9} . \frac{44-54\Phi+8\sqrt{(10+27\Phi)}}{81} . \frac{ncfh \text{ sin } \omega^3 . \sqrt{c}}{m}.$$

ou $$\frac{272-648\Phi+(20+54\Phi)\sqrt{(10+27\Phi)}}{729} . \frac{ncfh \text{ sin } \omega^3 . \sqrt{c}}{m}$$

auquel doit être égal le moment de l'effet $\frac{p^3 r \sqrt{v}}{f}$, d'où l'on tire

$$\frac{p^3 r}{f} = \frac{44-54\Phi+8\sqrt{(10+27\Phi)}}{81} . \frac{ncfh \text{ sin } \omega^2 \text{ cos } \omega}{m},$$ & partant

$$r = \frac{44-54\Phi+8\sqrt{(10+27\Phi)}}{81} . \frac{ncffh \text{ sin } \omega^2 \text{ cos } \omega}{m p^3}$$

COROLL.

COROLL. 1.

LVII. Donc, après avoir posé $\phi = \frac{mF}{ncfh \sin\omega^2 \cos\omega}$, nous venons de trouver $z = \frac{8 - \sqrt{(10 + 27\phi)}}{9}$, & de là nous avons la viteſſe des ailes à leurs extrémités $\sqrt{v} = z \tang\omega . \sqrt{c}$, & le moment d'impulſion, ou plûtot celui de l'effet,
$= \frac{ncfhz \sin\omega^3 \sqrt{c}}{m} (2 - \frac{4}{3} z + zz - \phi)$, puiſque nous avons déjà retranché le frottement de l'impulſion actuelle. Enfin, pour la diſpoſition la plus avantageuſe, nous aurons
$r = \frac{ncffh \sin\omega^2 \cos\omega}{mp^3} (2 - \frac{4}{3} z + zz - \phi)$, ſi l'on donne à z la valeur trouvée.

COROLL. 2.

LVIII. Sans avoir égard à la diſpoſition la plus avantageuſe, il faut, que la machine étant encore en repos, ou $z = 0$, la force du vent ſoit au moins capable de vaincre le frottement; d'où il faut qu'il ſoit $\phi < 2$. Enſuite, pour qu'elle puiſſe auſſi vaincre la réſiſtance, il faut qu'il ſoit $\frac{ncffh . \sin\omega^2 \cos\omega}{m} (2 - \phi) < p^3 r$. Enfin, par la raiſon alléguée cy-deſſus, z doit être moindre que l'unité, ou $z < 1$.

COROLL. 3.

LIX. Donc, puiſque $\phi = \frac{mF}{ncfh \sin\omega^2 \cos\omega}$, il eſt abſolument néceſſaire qu'il ſoit $\frac{mF}{ncfh \sin\omega^2 \cos\omega} < 2$, & partant $c > \frac{mF}{2nfh \sin\omega^2 \cos\omega}$ d'où l'on connoit quelle force doit avoir le vent, avant qu'il ſoit capable de vaincre le frottement. Or, pour empêcher que la valeur

de ϕ ne devienne trop grande, il eſt évident, que l'angle ω ne ſauroit être ni trop petit, ni trop approchant d'un droit.

COROLL. 4.

LX. Or, ſi $\phi < 2$; on trouve toujours pour z une valeur poſitive moindre que l'unité, par laquelle on déterminera la plus avantageuſe diſpoſition de la Machine, ou la quantité r. Où l'on peut remarquer que la formule trouvée ſe change aiſément dans cette forme.

$$r = \frac{[8-\sqrt{(10+27\phi)}]\,[8+2\sqrt{(10+27\phi)}]}{81} \cdot \frac{ncffh \sin\omega^2 \cos\omega}{mp^3}.$$

Et le moment de l'effet ſera alors

$$\frac{[8-\sqrt{(10+27\phi)}]^2\,[8+2\sqrt{(10+27\phi)}]}{729} \cdot \frac{ncfh \sin\omega^3 \sqrt{c}}{m}.$$

COROLL. 5.

LXI. Ce plus grand moment, dès qu'il commence à devenir réel, ou que $\phi < 2$, augmente avec la viteſſe du vent; & lorsque le vent devenoit infiniment rapide, ce moment, ou l'effet de la machine, ſuivroit encore la raiſon du cube de la viteſſe du vent. Or, ſi la viteſſe du vent diminue, la valeur de ϕ augmente, & rend le coëfficient irrationel plus petit, d'où l'effet décroitra dans une raiſon plus grande que celle des cubes de la viteſſe.

COROLL. 6.

LXII. Or ce coëfficient irrationel $[8 - \sqrt{(10 + 27\phi)}]^2$ $[8 + 2\sqrt{(10 + 27\phi)}]$ évanouit lorsque $\phi = 2$, & pendant que la valeur de ϕ décroit, ou que la viteſſe du vent augmente, il deviendra de plus en plus grand, & approchera de $(8 - \sqrt{10})^2$ $(8 + 2\sqrt{10})$, qui eſt ſa valeur pour le cas $\phi = 0$; ou la viteſſe du vent infinie. Donc, puisque ce coëfficient croit avec la viteſſe du

du

du vent, il eſt clair que le plus grand effet de la machine croit dans une plus grande raiſon, que celle des cubes de la viteſſe du vent.

SCHOLION.

LXIII. Nous avons conſidéré ici l'inclinaiſon des ailes à la direction du vent, ou l'angle ω comme donné; or on voit que le plus grand effet qu'on obtient, ſi l'on donne à la machine la diſpoſition preſcrite, dépend beaucoup de cet angle ω. Car, ſi l'on faiſoit l'angle ω à peu près de $90°$, ce qui ſeroit le cas le plus avantageux s'il n'y avoit point de frottement, le facteur $\frac{ncfh}{m} \text{ſin}\, \omega^3 \sqrt{c}$ deviendroit bien le plus grand, mais le facteur irrationel diminueroit l'effet, à cauſe de la valeur de Φ, qui eſt réciproquement proportionelle à ſin ω^2 coſ ω: & nous avons vû, que ſi $\Phi = 2$ ou même plus grand que 2, la machine ne ſauroit plus être miſe en mouvement. Il faut donc prendre l'angle ω en ſorte qu'il en réſulte une valeur pour Φ, qui ſoit moindre que 2, & pour cet effet il faut exclure, tant les cas où l'angle ω eſt trop petit, que ceux où il aproche trop d'un angle droit, puiſque l'un & l'autre cas augmente la valeur de Φ. En ne regardant que l'angle ω comme variable, la valeur de Φ devient la plus petite ſi l'on prend ſin $\omega = \sqrt{\frac{2}{3}}$ & coſ $\omega = \sqrt{\frac{1}{3}}$, ou bien l'angle $\omega = 54°, 44'$, auquel cas on aura $\Phi = \frac{3mF\sqrt{3}}{2ncfh}$, qui eſt ſa plus petite valeur. Mais, ſoit qu'on prenne l'angle ω plus grand ou plus petit que $54°, 44'$, la valeur de Φ deviendra plus grande, de ſorte qu'il y a toujours deux angles pour ω, qui donnent la même valeur pour Φ, dont l'un eſt plus grand que $54°, 44'$, & l'autre plus petit. Or il eſt évident que de ces deux valeurs il eſt toujours bon de choiſir la plus grande, puiſque alors ſin ω^3, ou le dernier facteur devient plus grand, le premier irrationel demeurant le même: ainſi ces deux angles $\omega = 45°$, & $\omega = 64°, 5', 11''$ donnent la même valeur ſin ω^2 coſ $\omega = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, & partant auſſi la même pour Φ. Cependant

dant, en prenant $\omega = 64^\circ, 5', 11''$ au lieu de $\omega = 45^\circ$, l'effet de la machine sera $2\frac{1}{17}$ fois plus grand. On comprend aussi qu'il est plus avantageux de prendre l'angle ω plus grand que $54^\circ, 44'$; car, quoique la valeur de Φ devienne plus grande, & partant le facteur irrationel $\frac{[8 - \sqrt{(10 + 27\Phi)}]^2 \, [8 + 2\sqrt{(10 + 27\Phi)}]}{729}$ plus petit, l'autre facteur $\frac{ncfh \sin \omega^3 \, \sqrt{c}}{m}$, prend en échange une plus grande valeur, de sorte que le produit de ces deux formules devient plus grand : car, si l'on augmente tant soit peu l'angle ω au delà de $54^\circ, 44'$, le nombre Φ, & partant aussi le facteur irrationel, n'en change point, tandis que l'autre facteur en reçoit une augmentation sensible. Il est donc important de déterminer l'angle ω, sous lequel il faut incliner les ailes à la direction du vent, afin que la machine produise le plus grand effet; ce que nous ferons dans le problème qui suit.

PROBLEME VI.

LXIV. *Quand les ailes sont partout également larges, & également inclinées à la direction du vent, trouver quelle inclinaison il leur faut donner, afin que la machine produise le plus grand effet, en tenant compte du frottement.*

SOLUTION.

Après avoir posé comme ci-dessus $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} = z \tang \omega$, le moment d'impulsion diminué de celui du frottement est

$$\frac{ncfhz \sin \omega^3 . \sqrt{c}}{m} (2 - \tfrac{8}{3} z + zz) - Fz \tang \omega . \sqrt{c}$$

qu'il s'agit de rendre un *maximum*. Or, puisqu'on demande l'angle le plus convenable ω, en supposant qu'on ait déjà donné à z la valeur, que la plus avantageuse disposition de la machine exige, savoir

$z =$

$z = \frac{8 - \sqrt{(10 + 27\Phi)}}{9}$, ayant posé $\Phi = \frac{mF}{ncfh \sin\omega^2 \cos\omega}$, il faut différentier l'expression du moment en supposant tant z que l'angle ω variable. Or le différentiel qui résulte de la variabilité de z évanouit déjà, si l'on donne à z la valeur trouvée ; il ne reste donc qu'à considérer l'angle ω seul comme variable, & posant le différentiel $= 0$ nous aurons cette équation.

$$\frac{3ncfhz \sin\omega^2 \cos\omega \sqrt{c}}{m}(2 - \tfrac{8}{3}z + zz) - \frac{Fz\sqrt{c}}{\cos\omega^2} = 0 \text{ ou}$$

$$\frac{3ncfh \sin\omega^2 \cos\omega}{m}(2 - \tfrac{8}{3}z + zz) - \frac{F}{\cos\omega^2} = 0$$

Posons pour F sa valeur $\frac{ncfh \sin\omega^2 \cos\omega.}{m}\Phi$ pour avoir

$$3(2 - \tfrac{8}{3}z + zz) - \frac{\Phi}{\cos\omega^2} = 0$$

ou

$$\Phi = 3c\!f\omega^2(2 - \tfrac{8}{3}z + zz) = \frac{c\!f\omega^2 [8 - \sqrt{(10 + 27\Phi)}][8 + 2\sqrt{(10 + 27\Phi)}]}{27}$$

Donc nous aurons

$$\frac{27\Phi}{\cos\omega^2} = 44 - 54\Phi + 8\sqrt{(10 + 27\Phi)}$$

Mais, puisque $\Phi = \frac{mF}{ncfh \sin\omega^2 \cos\omega}$, posons pour abréger $\frac{mF}{ncfh} = \frac{4\alpha}{27}$, de sorte que $27\Phi = \frac{4\alpha}{\sin\omega^2 \cos\omega}$, & nous aurons

$$\frac{\alpha}{\sin\omega^2 \cos\omega^3} = 11 - \frac{2\alpha}{\sin\omega^2 \cos\omega} + 2\sqrt{\left(10 + \frac{4\alpha}{\sin\omega^2 \cos\omega}\right)}$$

ou

$$\alpha + 2\alpha \cos\omega^2 - 11 \sin\omega^2 c\!f\omega^3 = 2\sin\omega\, c\!f\omega^2 \sqrt{(10 \sin\omega^2 c\!f\omega^2 + 4\alpha c\!f\omega)}$$

qui

qui étant délivrée des irrationels prendra cette forme

$$\alpha\alpha(1+2\cos\omega^2)^2 - 2\alpha\sin\omega^2\cos\omega^3(11+30\cos\omega^2) + 81\sin\omega^4\cos\omega^6 = 0$$

où il faut se souvenir que $\frac{4\alpha}{\sin\omega^2\cos\omega}$ doit être moindre que 54, & partant $\sin\omega^2\cos\omega > \frac{4\alpha}{54}$, ou $\sin\omega^2\cos\omega > \frac{2\alpha}{27}$. Tout revient donc à résoudre cette équation, & à en déterminer l'angle ω. Comme elle peut avoir plusieurs racines, il est bon de remarquer, que l'angle satisfaisant est toujours plus grand que 54°, 44', comme j'ai fait voir ci-dessus.

COROLL. 1.

LXV. La constante $\alpha = \frac{27 m F}{4 n c f h}$ renferme le frottement F, auquel elle est proportionelle. Et au cas que le frottement évanouit, notre équation nous découvre $\cos\omega = 0$, ou l'angle ω droit, tout comme nous l'avons déjà remarqué.

COROLL. 2.

LXVI. Donc, si le frottement est extrémement petit, nous voyons que l'angle ω doit approcher fort d'un angle droit, de sorte que $\cos\omega$ sera une fraction très petite. Nous pourrons donc supposer $1 + 2\cos\omega^2 = 1$ & $11 + 30\cos\omega^2 = 11$, & notre équation à résoudre sera

$$\alpha\alpha = 22\alpha\sin\omega^2\cos\omega^3 - 81\sin\omega^4\cos\omega^6$$

d'où nous tirons:

$$\alpha = (11 \pm \sqrt{40})\sin\omega^2\cos\omega^3 \text{ ou } \sin\omega^2\cos\omega^3 = \frac{\alpha}{11 \pm \sqrt{40}}.$$

Et, puisque $\sin\omega$ est à peu près $= 1$, on aura $\cos\omega = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{11 \pm \sqrt{40}}}$

où

où il faudra prendre le signe $+$, afin que l'angle ω approche plus d'un droit.

COROLL. 3.

LXVII. On pourra aussi déterminer les cas, où un angle donné ω est le plus propre pour procurer le plus grand effet de la machine. Car, prenant pour ω un angle quelconque plus grand que 54°, 44′, on trouve

$$\alpha = \frac{11 + 30 \operatorname{cos}\omega^2 \pm \sqrt{[(7 + 24 \operatorname{cos}\omega^2)^2 - 9]}}{(1 + 2 \operatorname{cos}\omega^2)^2} . \operatorname{sin}\omega^2 \operatorname{cos}\omega^2$$

& cet angle produira le plus grand effet, lorsque le frottement est $F = \frac{4ncfh\alpha}{27\,m}$. Alors ayant $-z = \frac{8}{9} - \sqrt{\left(\frac{10}{81} + \frac{4\,\alpha}{81 \operatorname{sin}\omega^2 \operatorname{cos}\omega}\right)}$, le plus grand moment d'effet sera,

$$\frac{ncfhz \operatorname{sin}\omega^3 . \sqrt{c}}{m} (2 - \tfrac{8}{3} z + zz) - Fz \operatorname{tang} \omega \sqrt{c}.$$

EXEMPLE.

LXVIII. *Qu'on cherche les cas, où l'inclinaison des ailes à la direction du vent de 70°, 31′, est la plus avantageuse : ou lorsqu'on met* $\operatorname{cos}\omega = \frac{1}{3}$ & $\operatorname{sin}\omega = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Posant donc $\operatorname{cos}\omega = \frac{1}{3}$ & $\operatorname{sin}\omega^2 = \frac{8}{9}$, on trouvera

$\alpha = \frac{43 \pm \sqrt{760}}{121} . \frac{8}{9}$ d'où l'on tire deux valeurs, qui sont $\alpha = 0{,}5184$ & $\alpha = 0{,}1134$, auxquelles répond le frottement $F = 0{,}0768 . \frac{m}{n} cfh$ & $F = 0{,}0168 . \frac{m}{n} cfh$.

SCHOLIE.

LXIX. Or, puisque l'inclinaison des ailes, comme je viens de la déterminer, dépend de la force du vent, & qu'il la faudroit changer toutes les fois que le vent change, la pratique ne sauroit tirer aucun avantage de cette détermination, qui demanderoit d'ailleurs un dévelopement plus soigneux, auquel il seroit superflu de s'arrêter plus longtems. Ce qui nous a jetté dans cet embarras, c'est que nous avons donné aux ailes par toute leur étendue la même inclinaison à la direction du vent : or il n'y a non seulement rien qui nous oblige à cette égalité, mais il est même beaucoup plus avantageux de donner aux ailes une inclinaison variable, en sorte que l'angle ω en s'éloignant de l'axe approche de plus en plus de 90°. Aussi voyons-nous qu'on observe actuellement cette maxime dans la pratique ; & quand Mr. *Lulofs* marque, que l'angle ω étoit de 73°, il avertit expressément, que le vent tomboit plus obliquement sur les ailes près de l'axe, & qu'il les frappoit presque perpendiculairement vers les extrémités. Et pour ramener ce cas à celui que j'avois traité, y ayant supposé l'inclinaison uniforme, il avoit pris un milieu entre la plus grande & la plus petite inclinaison. Donc, puisqu'il a trouvé ce milieu de 73°, si la plus grande a été de 90°, la plus petite seroit de 56°. J'examinerai donc combien cette variabilité est conforme à la théorie, & combien il y a à gagner de ce côté pour augmenter l'effet de ces sortes de machines.

PROBLEME VII.

LXX. *Trouver la plus avantageuse inclinaison, qu'il faut donner aux ailes d'un moulin à vent, afinqu'on en puisse tirer le plus grand effet.*

SOLUTION.

Pour résoudre ce probléme il faut remonter à la premiere formule intégrale, qui exprime le moment d'impulsion. Or, si nous posons la longueur entiere des ailes $OF = f$, leur largeur $MM = y$, qui convient à la distance de l'axe $OP = x$, & l'angle sous lequel l'élément

Fig. 4.

ment de l'aile MMmm y eſt incliné à la direction du vent $= \omega$, il faut conſidérer cet angle comme variable, & déterminer pour chaque diſtance de l'axe OP $= x$ ſa valeur, afin que le moment d'impulſion devienne le plus grand. Mais nous avons trouvé (27) ce moment exprimé en ſorte :

$$\frac{4ncVv}{mf} \int xy\,dx \operatorname{cof}\omega \left(\operatorname{fin}\omega - \frac{xVv}{fVc}\operatorname{cof}\omega\right)^2$$

où c marque la hauteur dûe à la viteſſe du vent, & v celle qui eſt dûe à la viteſſe des ailes à leur extrémité F. De quelque maniere que la largeur des ailes varie, on peut regarder y comme une fonction donnée de x; & notre formule intégrale ne renfermera que deux variables x & ω, entre lesquelles il faut déterminer le rapport, qui rendra un *maximum* la valeur de notre intégrale. Or on ſait que, ſi Z eſt une fonction quelconque de deux variables x & ω, en ſorte que $dZ = M\,dx + N\,d\omega$, la formule intégrale $\int Z\,dx$ obtiendra la plus grande valeur quand on poſe $N = 0$; donc, puiſque dans notre cas on a

$$Z = xy \operatorname{cof}\omega \left(\operatorname{fin}\omega - \frac{xVv}{fVc}\operatorname{cof}\omega\right)^2$$

il s'enſuit par la différentiation

$$N = -xy\operatorname{fin}\omega\left(\operatorname{fin}\omega - \frac{xVv}{fVc}\operatorname{cf}\omega\right)^2 + 2xy\operatorname{cf}\omega\left(\operatorname{fin}\omega - \frac{xVv}{fVc}\operatorname{cf}\omega\right)\left(\operatorname{cf}\omega + \frac{xVv}{fVc}\operatorname{fin}\omega\right)$$

d'où, en diviſant par $xy\left(\operatorname{fin}\omega - \frac{xVv}{fVc}\operatorname{cof}\omega\right)$, nous tirons cette équation :

$$\operatorname{fin}\omega^2 - \frac{xVv}{fVc}\operatorname{fin}\omega\operatorname{cof}\omega = 2\operatorname{cof}\omega^2 + \frac{2xVv}{fVc}\operatorname{fin}\omega\operatorname{cof}\omega$$

$$\text{ou}\quad \operatorname{fin}\omega^2 - 2\operatorname{cof}\omega^2 = \frac{3xVv}{fVc}\operatorname{fin}\omega\operatorname{cof}\omega.$$

Poſons

Posons pour abréger $\frac{3xVv}{fVc} = 2\varrho$ pour avoir

$$\sin\omega^2 - 2\cos\omega^2 = 2\varrho \sin\omega \cos\omega, \text{ où divisant par } \cos\omega^2$$

$$\tan\omega^2 = 2\varrho \tan\omega + 2 \text{ donc}$$

$$\tan\omega = \varrho + V(\varrho\varrho + 2) \text{ ou bien}$$

$$\tan\omega = \frac{3xVv}{2fVc} + V\left(\frac{9xxv}{4ffc} + 2\right)$$

D'où l'on connoit pour chaque diſtance x de l'axe l'inclinaiſon qu'il faut donner aux ailes, afin que le moment d'impulſion devienne le plus grand qu'il eſt poſſible.

COROLL. I.

LXXI. De cette formule il eſt évident que, plus le point P des ailes eſt éloigné de l'axe O, & plus l'angle ω y devient grand, ou plus l'inclinaiſon des ailes à la direction du vent y approche d'un angle droit. Or tout près de l'axe O, ou $x = 0$, on a $\tan\omega = V2$, ou bien l'angle $\omega = 54°, 44'$; & partant plus loin de l'axe O l'angle ω doit être plus grand.

COROLL. 2.

LXXII. A l'extrémité des ailes en F, où $x = f$, l'angle ω ſera le plus grand, & on aura $\tan\omega = \frac{3Vv}{2Vc} + V\left(\frac{9v}{4c} + 2\right)$.

Cet angle dépend donc du rapport des viteſſes Vv & Vc; & plus la viteſſe des ailes eſt grande par rapport à la viteſſe du vent, plus auſſi approchera l'angle ω d'un droit. S'il y avoit $Vv = Vc$, on auroit $\tan\omega = \frac{3}{2} + V\frac{17}{4}$, ou bien l'angle $\omega = 74°, 19'$. Or, ſi l'on met $Vv = 2Vc$, on aura $\tan\omega = 3 + V11$ ou $\omega = 81°, 1'$;

& pour le cas

$Vv = 3Vc$, on aura $\tan\omega = \frac{9 + V89}{2}$ ou $\omega = 83°, 49'$.

CO-

COROLL. 3.

LXXIII. Posons ce raport $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} = \nu$, & il faut qu'il demeure toujours le même, quelque changement qu'il arrive au vent, afin que les ailes puissent servir pour tous les degrés du vent: alors on aura

$$\text{tang } \omega = \frac{3\nu x}{2f} + \sqrt{\left(\frac{9\nu\nu xx}{4ff} + 2\right)}$$

& à l'extrémité des ailes en F, tang $\omega = \frac{3}{2}\nu + \sqrt{(\frac{9}{4}\nu\nu + 2)}$.

COROLL. 4.

LXXIV. Dans cette disposition des ailes il n'est pas à craindre, que le calcul devienne jamais contraire à la vérité. Car, quelque grande que soit la vitesse du vent, il y a toujours sin $\omega > \frac{x\sqrt{v}}{f\sqrt{c}}$ cos ω, & il n'arrive jamais, comme dans les cas précédens, qu'une partie des ailes éprouve le choc du vent par derriere.

COROLL. 5.

LXXV. Posant $\sqrt{v} = \nu\sqrt{c}$, le moment d'impulsion sera

$$\frac{4\nu nc\sqrt{c}}{mf}\int xydx \text{ cos } \omega^3 \left(\text{tang } \omega - \frac{\nu x}{f}\right)^2$$

& puisque la formule intégrale ne renferme plus la vitesse du vent, le moment d'impulsion sera proportionnel au cube de la vitesse du vent.

PROBLEME VIII.

LXXVI. *Si les ailes sont partout de la même largeur, & qu'on dispose leur inclinaison à la direction du vent, comme il a été enseigné dans le problême précédent, déterminer le moment d'impulsion dont les ailes seront frappées par chaque vent.*

SOLUTION.

Ayant établi un certain rapport entre la vitesse du vent $\sqrt{c}$ & la vitesse des ailes à leur extrémité $\sqrt{q}$, en sorte que $\sqrt{v} = v\sqrt{c}$, soit la largeur constante des ailes HH $= h$, & puisque [illegible] $= h$, il s'agit de trouver l'intégrale de cette expression.

$$\frac{4vnhc\sqrt{c}}{mf} \int x\,dx \cos\omega^3 \left(\operatorname{tang}\omega - \frac{vx}{f}\right)^2$$

en posant $\operatorname{tang}\omega = \frac{3vx}{2f} + \sqrt{\left(\frac{9vvxx}{4ff} + 2\right)}$. Or, si l'on mettoit cette valeur à la place de tang ω, le cos ω seroit exprimé par une formule si embarrassée, qu'on auroit bien de la peine à en chercher l'intégrale. Il est donc à propos de garder dans le calcul la variable ω, & de déterminer l'autre x par celle-ci : d'où l'on aura

$$\operatorname{tang}\omega^2 - \frac{3vx}{f}\operatorname{tang}\omega = 2, \quad \& \quad \frac{vx}{f} = \frac{\operatorname{tang}\omega^2 - 2}{3\operatorname{tang}\omega}.$$

De là nous obtiendrons

$$\operatorname{tang}\omega - \frac{vx}{f} = \frac{2\operatorname{tang}\omega^2 + 2}{3\operatorname{tang}\omega} = \frac{2}{3\sin\omega\cos\omega}$$

$$\& \left(\operatorname{tang}\omega - \frac{vx}{f}\right)^2 = \frac{4}{9\sin\omega^2\cos\omega^2}$$

Ensuite ayant

$$x = \frac{f}{3v}(\operatorname{tang}\omega - 2\cos\omega) = \frac{f(\sin\omega^2 - 2\cos\omega^2)}{3v\sin\omega\cos\omega}$$

la différentiation donne

$$dx = \frac{fd\omega}{3v}\left(\frac{1}{\cos\omega^2} + \frac{2}{\sin\omega^2}\right) = \frac{fd\omega(\sin\omega^2 + 2\cos\omega^2)}{3v\sin\omega^2\cos\omega^2}$$

D'où l'on tirera

$$x\,dx\cos\omega^3 = \frac{ffd\omega(\sin\omega^4 - 4\cos\omega^4)}{9vv\sin\omega^3}$$

&

& partant le moment d'impulsion sera

$$\frac{16nfhcVc}{81\,vm}\int\frac{d\omega\,(\sin\omega^4 - 4\cos\omega^4)}{\sin\omega^5\,\cos\omega^2}$$

Posons $\int\frac{d\omega\,(\sin\omega^4 + 4\cos\omega^4)}{\sin\omega^5\,\cos\omega^2} = \Omega$, & nous aurons.

$$d\,\Omega = \frac{d\omega}{\sin\omega\,\cos\omega^2} - \frac{4\cos\omega^2}{\sin\omega^5}\,d\omega, \text{ ou bien}$$

$$d\,\Omega = d\,\omega\left(\frac{\sin\omega}{\cos\omega^2} + \frac{1}{\sin\omega} + \frac{4}{\sin\omega^3} - \frac{4}{\sin\omega^5}\right)$$

où l'on remarque d'abord que $\int\frac{d\omega\sin\omega}{\cos\omega^2} = \frac{1}{\cos\omega}$, & $\int\frac{d\omega}{\sin\omega} = l$ tang $\frac{1}{2}\omega$ en prenant les logarithmes hyperboliques. Ensuite, ayant en général $\int\frac{d\omega}{\sin\omega^\mu} = \frac{\mu-2}{\mu-1}\int\frac{d\omega}{\sin\omega^{\mu-2}} - \frac{\cos\omega}{(\mu-1)\,\sin\omega^{\mu-1}}$

nous aurons :

$$\int\frac{d\omega}{\sin\omega^3} = \tfrac{1}{2}\int\frac{d\omega}{\sin\omega} - \frac{\cos\omega}{2\sin\omega^2} = \tfrac{1}{2}\,l\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega - \frac{\cos\omega}{2\sin\omega^2}$$

$$\int\frac{d\omega}{\sin\omega^5} = \tfrac{3}{4}\int\frac{d\omega}{\sin\omega^3} - \frac{\cos\omega}{4\sin\omega^4} = \tfrac{3}{8}\,l\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega - \frac{3\cos\omega}{8\sin\omega^2} - \frac{\cos\omega}{4\sin\omega^4}$$

Rassemblons toutes ces parties ensemble, & nous trouverons,

$$\Omega = \frac{1}{\cos\omega} + \tfrac{1}{2}\,l\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega - \frac{\cos\omega}{2\sin\omega^2} + \frac{\cos\omega}{\sin\omega^4}$$

$$\text{ou}\quad \Omega = \frac{2\sin\omega^4 + \sin\omega^2\cos\omega^2 + 2\cos\omega^4}{2\sin\omega^4\,\cos\omega} + \tfrac{1}{2}\,l\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega$$

d'où nous tirons le moment d'impulsion :

$$\frac{16nfhcVc}{81\,vm}\left(\frac{2\sin\omega^4 + \sin\omega^2\cos\omega^2 + 2\cos\omega^4}{2\sin\omega^4\,\cos\omega} + \tfrac{1}{2}\,l\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega - \text{Const.}\right)$$

Il

Il faut que cette intégrale évanouisse au cas $x = 0$, ou $\text{tang}\,\omega = \sqrt{2}$, ce qui donne $\sin\omega = \sqrt{\tfrac{2}{3}}$, $\cos\omega = \sqrt{\tfrac{1}{3}}$ & $\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$ d'où l'on tire cette constante $= \tfrac{3}{2}\sqrt{3} + \tfrac{3}{2}\, l\, \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$. Ensuite, pour l'étendre par toute la longueur des ailes, il faut mettre $\text{tang}\,\omega = \tfrac{3}{2}v + \sqrt{(\tfrac{9}{4}vv + 2)}$, d'où l'on aura

$$\text{sec.}\,\omega = \sqrt{[3 + \tfrac{9}{2}vv + 3v\sqrt{(\tfrac{9}{4}vv + 2)}]} = \frac{1}{\cos\omega}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{[3 + \tfrac{9}{2}vv + 3v\sqrt{(\tfrac{9}{4}vv + 2)}]} - 1}{\tfrac{3}{2}v + \sqrt{(\tfrac{9}{4}vv + 2)}}$$

Or, ayant ces valeurs, le moment d'impulsion sera

$$\frac{16nfhc\sqrt{c}}{81\,v\,m}\left((1 + \tfrac{3}{2}\cot\omega^2 + \cot\omega^4)\,\text{sec.}\,\omega + \tfrac{3}{2}\, l\, \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\omega - \tfrac{3}{2}\sqrt{3} - \tfrac{3}{2}\, l\, \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right)$$

où il faut remarquer que $\cot\omega = \tfrac{1}{2}\sqrt{(\tfrac{9}{4}vv + 2)} - \tfrac{3}{4}v$.

COROLL. 1.

LXXVII. Au lieu de la constante v il sera plus commode d'introduire dans le calcul, l'angle même dont les ailes sont inclinées au vent, à leur extrémité. Soit cet angle $= \theta$, & puisque $\text{tang}\,\theta = \tfrac{3}{2}v + \sqrt{(\tfrac{9}{4}vv + 2)}$ on aura $\text{tang}\,\theta^2 - 3v\,\text{tang}\,\theta = 2$, donc $v = \frac{\text{tang}\,\theta^2 - 2}{3\,\text{tang}\,\theta} = \tfrac{1}{3}\text{tang}\,\theta - \tfrac{2}{3}\,\text{cet}\,\theta$; & de là on connoitra la vitesse des ailes à leur extrémité $\sqrt{v} = v\sqrt{c}$.

COROLL. 2.

LXXVIII. Introduisant cet angle θ dans le calcul, le moment d'impulsion sera,

$$\frac{16nfhc\sqrt{c}}{27m(\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta)}\left((1 + \tfrac{3}{2}\cot\theta + \text{oot}\,\theta^4)\,\text{sec.}\,\theta + \tfrac{3}{2}\, l\, \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\theta - \frac{3\sqrt{3}}{2} - \tfrac{3}{2}\, l\, \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right)$$

Or

Où θ étant l'inclinaison extrême, qui répond à la distance $x = f$, on suppose que pour une distance quelconque x l'inclinaison est $= \omega$, en sorte qu'il soit

$$x = \frac{f\,(\text{tang}\,\omega - 2\cot.\omega)}{\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta} \quad \text{ou}$$

$$\text{tang}\,\omega = \frac{x\,(\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta)}{f} + \sqrt{\left(\frac{xx\,(\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta)^2}{ff} + 2\right)}$$

COROLL. 3.

LXXIX. Puisque l'angle θ est toujours plus grand que $54°, 44'$, il sera bon de calculer pour les principaux angles, qui peuvent être pris pour θ, les valeurs suivantes en nombres.

θ	$\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta$	$(2 + \cot\theta^2 + 2\cot\theta^4)\,\text{sec.}\,\theta$	$l\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\theta$
54°, 44′	0,000000	5, 196152	— 0,658479
60	0,577350	5, 111111	— 0,549306
65	1,211892	5, 470671	— 0,450875
70	2,019537	6, 337560	— 0,356378
75	3,196152	8, 044641	— 0,264842
80	5,318628	11, 707722	— 0,175426
81	5,996983	12, 953311	— 0,157730
82	6,834288	14, 518121	— 0,140082
83	7,898777	16, 538455	— 0,122478
84	9,304156	19, 241562	— 0,104912
85	11,255075	23, 036594	— 0,087377

COROLL. 4.

LXXX. Posons $(1 + \frac{1}{2}\cot\theta^2 + \cot\theta^4)\,\text{sec.}\,\theta + \frac{1}{2}\,l\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\theta = \Theta$ & soit $\Delta = \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\,l\,\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$, qui est la valeur de Θ, lorsqu'on

met $\theta = 54°, 44'$; & conservant $\frac{\text{tang}\,\theta - 2\cot\theta}{3} = \nu$, le moment d'impulsion étant $= \frac{16nfhcVc}{8\,\text{r}m} \cdot \frac{\Theta - \Delta}{\nu}$, nous aurons pour les mêmes angles :

θ	Θ	$\Theta - \Delta$	ν	$\frac{\Theta - \Delta}{\nu}$
54°, 44′	1,610357	0,000000	0,000000	0,00000
60°	1,731597	0,121240	0,192450	0,62998
65°	2,059024	0,448667	0,403964	1,11065
70°	2,634213	1,023856	0,673179	1,52090
75°	3,625058	2,014701	1,065384	1,89105
80°	5,590722	3,980365	1,772876	2,24510
81°	6,240060	4,629703	1,998994	2,31600
82°	7,048938	5,438581	2,278096	2,38735
83°	8,085511	6,475154	2,632926	2,45935
84°	9,463413	7,853056	3,101385	2,53212
85°	11,387231	9,776874	3,751692	2,60595

COROLL. 5.

LXXXI. Puisque le moment d'impulsion est proportionnel à la quantité $\frac{\Theta - \Delta}{\nu}$, on voit que ce moment croît en augmentant l'angle θ, & s'il étoit possible de l'augmenter jusqu'à 90°, la valeur de $\frac{\Theta - \Delta}{\nu}$ deviendroit $= 3$, & le moment seroit $\frac{16nfhcVc}{27m}$. Or alors le nombre ν étant infini, la vitesse des ailes deviendroit infinie, ce qui rend ce cas impossible.

COROLL.

COROLL. 6.

LXXXII. Il eſt donc avantageux de prendre l'angle θ auſſi grand qu'il eſt poſſible ; or c'eſt le frottement qui y met des bornes, puiſqu'il augmente auſſi en prenant l'angle θ plus grand, & qu'il deviendroit même infini, ſi l'on faiſoit cet angle droit. Si l'on veut que la viteſſe des ailes à leurs extrémités ſoit le double de la viteſſe du vent, il faut mettre l'angle $\theta = 81°$, & alors l'effet ſera déjà aſſez conſidérable étant au plus grand poſſible comme 2,60595 à 3 ou comme 7 à 8.

SCHOLION. I.

LXXXIII. Or, ayant choiſi pour l'angle θ une valeur quelconque, il faut donner aux ailes la figure preſcrite, en ſorte qu'à chaque diſtance de l'axe l'inclinaiſon de l'élément de l'aile MMmm à la direction du vent, ſoit préciſément celle que le calcul ordonne. Mais alors ces ailes duëment conſtruites ne produiſent le plus grand moment d'impulſion, qu'entant que leur mouvement eſt conforme à l'angle θ, ou que la viteſſe de leurs extrémités eſt à celle du vent, comme le nombre ν, qui répond à l'angle choiſi θ, à l'unité. Si ces ailes tournoient ou plus vite ou plus lentement, le moment d'impulſion ſeroit toujours moindre : & c'eſt de là qu'on déterminera la diſpoſition de la machine, ou la quantité r, afin que les ailes puiſſent tourner avec cette viteſſe preſcrite.

SCHOLION. 2.

LXXXIV. Comparons cet effet, que ces ailes, dont l'inclinaiſon variable eſt la plus avantageuſe, produiſent, avec celui que les mêmes ailes produiroient, ſi leur inclinaiſon à la direction du vent étoit partout la même $= \omega$. Or nous avons trouvé ci-deſſus, que le plus grand moment d'impulſion de ces ailes eſt

$$\frac{0,459873\, nfhcVc}{m} \sin \omega^3$$

& que pour cet effet il faut qu'il ſoit $Vv = 0,537514 \text{ tang } \omega . Vc$

Ayant donc déterminé ci-deſſus pour ces ailes l'effet au cas de $\omega = 73°$

 il

il faloit qu'il fut $Vv = 1, 758\ Vc$. Il convient donc de comparer ce cas avec celui des ailes parfaites, qui demandent un mouvement également rapide : & partant nous aurons à peu près $\theta = 80°$. Or alors le moment d'impulsion produit par ces ailes parfaites est

$$2,24510\ \frac{16 nfhcVc}{81m} = \frac{0,44344 nfhcVc}{m}$$

& en posant $\omega = 73°$, le moment d'impulsion produit par des ailes semblables, mais par tout également inclinées, n'est que

$$\frac{0,40239 nfhcVc}{m}$$

d'où l'on voit que donnant aux ailes leur juste figure pour la même rapidité du mouvement, on en obtient un moment d'impulsion plus grand. Donc, puisque dans l'expérience que Mr. *Lulofs* rapporte, les ailes avoient à peu près la figure parfaite, & partant cette machine auroit dû élever dans une minute, non $882n$, comme j'ai trouvé ci-dessus (54), mais $970n$ pieds cubiques d'eau, tandis qu'elle a élevé actuellement 1500 : d'où il semble qu'on n'auroit pas besoin de donner à n une valeur double de l'unité. Cependant, si nous considérons 1°, que cette machine n'étoit pas dans la derniere perfection : 2°, que son mouvement n'avoit peut-être pas le juste rapport à celui du vent : 3°. que Mr. *Lulofs* a supposé la vitesse du vent trop grande & l'air trop dense, pour approcher le premier calcul de la vérité : 4°, qu'il dit expressément que ces machines élévent bien une égale quantité d'eau à la hauteur de $4\frac{1}{2}$ pieds : & 5°, qu'enfin je n'ai pas tenu compte du frottement : après ces considérations, dis-je, il n'y a point de doute, que posant $n = 1$, la quantité d'eau élevée par minute auroit dû être bien au dessous de 970 pieds cubiques, & partant que la valeur de n doit être supposée considérablement plus grande que l'unité, ou que la force du vent est plus grande que selon l'hypothese commune. Il est donc evident, qu'il ne sera pas trop de poser $n = 2$; mais ce sera aussi assez. Car, quoique les expériences prouvent, que les boulets de canon éprouvent une résistance trois fois plus grande que selon l'hypo-

l'hypothese commune, il faut remarquer que la résistance d'un globe n'est que la moitié de celle du grand cercle; & que la résistance d'une surface plane n'en seroit que doublée. D'où l'on peut conclure qu'on satisfera assez exactement aux expériences, si l'on suppose $n = 2$, & qu'on laisse $m = 800$. Remarquons ensuite que, posant, $\theta = 90°$ & $\omega = 90°$, le moment d'impulsion des ailes également inclinées est $0,45987 \frac{nfhc\sqrt{c}}{m}$ qui pour les ailes parfaites est $\frac{16}{27} \cdot \frac{nfhc\sqrt{c}}{m}$ qui est à celui là comme 9 à 7.

PROBLEME IX.

LXXXV. *Connoissant le frottement de la Machine, choisir entre les figures des ailes trouvées celle qui produise le plus grand effet pour une force donnée du vent.*

SOLUTION.

Que F marque la force, qu'il faut appliquer à l'extrémité d'une aile pour vaincre le frottement: & puisque la vitesse à cet endroit est $= \sqrt{v} = \nu\sqrt{c}$, où c est la hauteur duë à la vitesse du vent qu'on suppose donnée, le moment de l'effet du frottement est $F\nu\sqrt{c}$. Retranchons ce moment de celui d'impulsion trouvé ci-dessus, & nous aurons pour l'impulsion actuelle ce moment

$$\frac{16nfhc\sqrt{c}}{81m} \cdot \frac{\Theta - \Delta}{\nu} - F\nu\sqrt{c}$$

Il s'agit donc de trouver ν afin que cette formule

$$\frac{\Theta - \Delta}{\nu} - \frac{81mF}{16nfhc}\nu$$

devienne la plus grande: pour cet effet il faut qu'il soit

$$d.\frac{\Theta - \Delta}{\nu} = \frac{81mF}{16nfhc}d\nu$$

Or je ne m'arrêterai pas à développer cette équation différentielle, car

après

après avoir donné les valeurs de $\frac{\Theta - \Delta}{y}$ pour les principaux angles θ, on en peut trouver pour chaque angle θ, le frottement F, auquel cet angle convient le mieux. Alors $d. \frac{\Theta - \Delta}{y}$ & dy marqueront les accroiſſemens, que ces quantités prennent, en augmentant d'un degré l'angle θ. Ainſi l'angle $\theta = 80°$ ſera le plus propre dans les cas où

$$0,07090 = \frac{81mF}{16nfhc}\ 0,22611$$

c'eſt à dire lorsque

$$\frac{81mF}{16nfhc} = \tfrac{5}{16} \text{ ou } F = \tfrac{5}{81}\frac{nfhc}{m}$$

De la même maniere le plus convenable angle θ	on trouvera lorsque le frottement eſt
$\theta = 80°$	$F = 0,0617 . \frac{nfhc}{m}$
$\theta = 81$	$F = 0,0505 . \frac{nfhc}{m}$
$\theta = 82$	$F = 0,0400 . \frac{nfhc}{m}$
$\theta = 83$	$F = 0,0307 . \frac{nfhc}{m}$
$\theta = 84$	$F = 0,0224 . \frac{nfhc}{m}$

COROLL. I.

LXXXVI. De cette ſolution il eſt clair, que plus le frottement de la machine eſt petit, & plus ſera grand l'angle θ, qu'on pourra employer. Ainſi, ſi le frottement étoit $F = 0,0617\ \frac{hfhc}{m}$, on pour-

roit

roit employer l'angle $\theta = 80°$, & le moment d'impulsion actuel seroit $= 0,3342 \frac{nfhcVc}{m}$. Mais, si le frottement étoit environ deux fois plus petit, ou $F = 0,0307 \frac{nfhc}{m}$, on pourroit faire usage de l'angle $\theta = 83°$, & le moment d'impulsion actuel seroit $0,4050 \frac{nfhcVc}{m}$.

COROLL. 2.

LXXXVII. De là on voit, combien il y a à gagner en diminuant le frottement de la machine, puisque le moment d'impulsion en devient augmenté assez considérablement. Dans le cas précédent, si l'on pouvoit réduire le frottement à la moitié, on obtiendroit un effet presque d'un tiers plus grand.

COROLL. 3.

LXXXVIII. Je suppose ici que dans la disposition de la machine on ait en vuë un certain dégré du vent, & il est evident que le frottement demeurant le même, plus le vent qu'on a en vuë sera grand, & plus devient grand l'angle θ, mais la machine une fois construite perdra ses avantages pour tous les autres vents, tant plus forts que plus foibles.

SCHOLIE. I.

LXXXIX. Appliquons cette détermination au cas que Mr. *Lulofs* a rapporté, & supposons que la machine dont il parle, ait été rangée sur l'angle $\theta = 80°$, & qu'elle ait procuré les plus grands avantages, lorsque le vent achevoit 30 pieds par seconde. Posant donc $m = 800$, $n = 2$, $fh = 200$ pieds quarrés, & $c = 15$ pieds, le frottement y auroit été $F = 0,4628$ pieds cubiques d'eau, ou il auroit falu employer un poids de 30 ℔ à l'extrémité d'une

d'une aile pour vaincre le seul frottement. D'où le moment d'impulsion diminué du frottement n'auroit été que $0,3342 \frac{nfhcVc}{m}$ lequel, s'il n'y avoit point eu de frottement, auroit été $0,4435 \frac{nfhcV}{m}$ & partant d'un tiers plus grand. Or, si le frottement a été moindre, il faut que la machine ait été ajustée pour un vent plus foible : & si nous supposons qu'on eut en vuë un vent deux fois plus foible ou $c = \frac{15}{4}$ pieds, le frottement n'auroit été que le quart du précédent, ou de $7\frac{1}{2}$ ℔, qui sembleroit mieux d'accord avec l'expérience. De là je conclus que la machine n'a été rien moins que parfaite, du moins pour le cas $c = 15$ pieds, & que si elle étoit parfaite, elle pourroit élever encore plus que 1500 pieds cubiques d'eau par minute : or alors, pour rendre le calcul d'accord avec l'expérience, il faudroit bien mettre $n = 2$, ce qui me confirme dans mon sentiment rapporté ci-dessus, qu'on ne sauroit donner à n une valeur moindre que deux.

SCHOLIE. 2.

XC. Posons le cas qu'on veuille construire un moulin à vent, dont la longueur de chaque aile soit de 40 pieds sur 5 pieds de largeur, afin qu'elle produise le plus grand effet, lorsque la vitesse du vent est de 15 pieds par seconde, ou $c = \frac{15}{4}$ pieds, le frottement étant tant, que pour le vaincre, il faille appliquer au bout d'une des ailes une force de 5 ℔, ou qu'il soit $F = \frac{1}{12}$ pied cubique. Ayant donc $fh = 200$ & $\frac{n}{m} = \frac{1}{400}$, on aura $\frac{nfhc}{m} = \frac{15}{8}$, & partant $F = \frac{1}{12} = \frac{2}{45} \frac{nfhc}{m} = 0,0444 \frac{nfhc}{m}$: il faudroit donc prendre l'angle θ de 82° à peu près, & construire les ailes conséquemment, de sorte que leur inclinaison à la direction du vent fut de 54°, 44′ près l'axe & de 82° aux extrémités. Ensuite, lorsque le vent est de la force que je viens de supposer, la vitesse des ailes doit être telle, que leurs extrémités

mités fassent $2\frac{1}{4}$. 15 pieds $=$ 34 pieds par seconde, ou qu'elles achevent leurs révolutions en 7 secondes; si le vent étoit ou plus fort ou plus foible, le mouvement des ailes devroit être augmenté ou diminué dans la même raison, de sorte que la vitesse des ailes à leur extrémité fût à celle du vent comme $2\frac{1}{4}$ à 1, afin que le moment d'impulsion devint le plus grand, & tel qu'il a été déterminé au §. 80. Mais alors, en retranchant le frottement, on n'auroit plus l'avantage du plus grand: & si le mouvement des ailes ne suivoit plus le rapport marqué, le moment d'impulsion ne seroit plus le plus grand, mais se trouveroit au dessous de la valeur indiquée au §. 80, ces valeurs n'étant justes que lorsque la lettre v obtient la valeur correspondante. Mais il arrive ordinairemenn dans ces machines, qui sont destinées à élever un certain fardeau, ou à vaincre une certaine résistance, qu'on n'est pas le maitre de la vitesse des ailes, vû qu'elle dépend de la disposition de la machine: & on doit se contenter, que pour un certain vent, la vitesse des ailes soit conforme à la régle. Pour tous les autres cas, la détermination du moment d'impulsion demande un calcul particulier, que je vais expliquer dans le problème qui suit.

PROBLEME X.

XCI. *Les ailes étant construites en sorte, que lorsque leur vitesse a le rapport prescrit à celle du vent, elles produisent le plus grand moment d'impulsion; trouver le moment d'impulsion, lorsque le mouvement des ailes est plus ou moins rapide à l'egard du vent.*

SOLUTION.

Soit θ l'angle sous lequel l'extrémité des ailes est inclinée à la direction du vent, & les ailes étant construites selon la regle prescrite ci-dessus, seront propres à procurer le plus grand moment d'impulsion, lorsqu'elles tournent avec une vitesse, qui soit à celle du vent comme v à 1 ou qu'il soit $Vu = v\,Vc$. Or nous avons vû que le rapport de ce nombre v à l'angle θ est exprimé en sorte, $v = \frac{1}{3}$ tang

tang $\theta - \frac{2}{3}\cot\theta$. Ensuite, pour les endroits plus proches de l'axe, l'inclinaison est plus grande, en sorte que posant pour la distance $OP = x$ l'inclinaison $= \omega$ il soit $x = \frac{f(\text{tang}\,\omega - 2\cot\omega)}{3\nu}$, d'où l'on doit tirer la construction des ailes ; & ces ailes produiroient le moment qui a été assigné ci-dessus, s'il étoit $Vv = \nu Vc$. Mais supposons à présent qu'il soit $Vv = \mu Vc$, & pour chercher le moment d'impulsion qui en résulte, il faut recourir à la formule intégrale, laquelle sera :

$$\frac{4\mu nhcVc}{mf}\int x\,dx\,\text{cos}\,\omega^3\left(\text{tang}\,\omega - \frac{\mu x}{f}\right)^2$$

Or, puisque $x = \frac{f(\text{tang}\,\omega - 2\cot\omega)}{3\nu} = \frac{f(\sin\omega^2 - 2\cos\omega^2)}{3\nu\sin\omega\cos\omega}$

nous aurons

$$x\,dx\,\cos\omega^3 = \frac{ff\,d\omega(\sin\omega^4 - 4\cos\omega^4)}{9\nu\nu\sin\omega^3} \quad \&$$

$$\text{tag}\,\omega - \frac{\mu x}{f} = \text{tag}\,\omega - \frac{\mu}{3\nu}(\text{tag}\,\omega - 2\cot\omega) = \frac{(3\nu-\mu)\,\text{tag}\,\omega + 2\mu\cot\omega}{3\nu}$$

$$\text{ou tag}\,\omega - \frac{\mu x}{f} = \frac{(3\nu-\mu)\sin\omega^2 + 2\mu\cos\omega^2}{3\nu\sin\omega\cos\omega} = \frac{2\mu - 3(\nu-\mu)\sin\omega^2}{3\nu\sin\omega\cos\omega} =$$

$$\frac{2}{3\sin\omega\cos\omega} + \frac{(\nu-\mu)(\sin\omega^2 - 2\cos\omega^2)}{3\nu\sin\omega\cos\omega}$$

delà on aura

$$\left(\text{tag}\,\omega - \frac{\mu x}{f}\right)^2 = \frac{4}{9\sin\omega^2\cos\omega^2} + \frac{4(\nu-\mu)(\sin\omega^2 - 2\cos\omega^2)}{9\nu\sin\omega^2\cos\omega^2} + \frac{(\nu-\mu)^2(\sin\omega^2 - 2\cos\omega^2)^2}{9\nu\nu\sin\omega^2\cos\omega^2}$$

& partant le moment cherché sera

$$\frac{16\mu nfhcVc}{81\nu\nu m}\int\frac{d\omega(\sin\omega^4 - \cos\omega^4)}{\sin\omega^5\cos\omega^2}\left(1 + \frac{(\nu-\mu)(\sin\omega^2 - 2\cos\omega^2)}{\nu} + \frac{(\nu-\mu)^2}{4\nu\nu}(\sin\omega^2 - 2\cos\omega^2)^2\right)$$

qui

qui ſe réduit a

$$\frac{16\mu n f h c \sqrt{c}}{81\,\nu^4\, m}\int d\omega\left\{\frac{(3\nu-\mu)^2\,\mathrm{ſn}\,\omega}{\mathrm{coſ}\,\omega^2}+27(\nu-\mu)^2\,\mathrm{ſn}\,\omega-\frac{4(9\nu\nu-30\mu\nu+20\mu\mu)}{\mathrm{ſin}\,\omega}+\frac{16\mu(4\mu-3\nu)}{\mathrm{ſin}\,\omega^3}\,\frac{16\mu\mu}{\mathrm{ſn}\,\omega^5}\right]$$

Or, ayant trouvé l'intégrale de chaque partie ci-deſſus, ſi nous poſons après l'intégration $\omega = \theta$, & que nous y ajoutions une telle conſtante, que l'intégrale évanouiſſe en poſant $\mathrm{ſin}\,\omega = \sqrt{\tfrac{2}{3}}$ & $\mathrm{coſ}\,\omega = \sqrt{\tfrac{1}{3}}$ le moment d'impulſion réſultera :

$$\frac{4\mu n f h c \sqrt{c}}{81\,\nu^4\, m}\left\{\begin{aligned}&\frac{(3\nu-\mu)^2}{\mathrm{coſ}\,\theta}+\frac{2\mu(12\nu-13\mu)}{\mathrm{ſin}\,\theta^2}\,\mathrm{cſ}\theta+\frac{4\mu\mu}{\mathrm{ſn}\,\theta^4}\,\mathrm{cſ}\theta-27(\nu-\mu)^2\,\mathrm{cſ}\theta-6(6\nu\nu-16\mu\nu+9\mu\mu)\,l\,\mathrm{tag}\tfrac{1}{2}\theta\\&\qquad-6\mu(4\nu-3\mu)\sqrt{3}\qquad+6(6\nu\nu-16\mu\nu+9\mu\mu)\,l\,\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\end{aligned}\right]$$

d'où, en poſant $\mu = \nu$, l'on obtient le moment d'impulſion trouvé ci-deſſus. Mais, pour que cette formule ſoit d'accord avec la vérité, il faut qu'il ſoit $\mathrm{tang}\,\omega > \frac{\mu x}{f}$ ou $\mathrm{tang}\,\omega > \frac{\mu(\mathrm{tang}\,\omega - 2\cot\omega)}{3\nu}$

donc $\mu < \frac{3\nu\,\mathrm{tang}\,\omega}{\mathrm{tang}\,\omega - 2\cot\omega}$ par conſéquent $\mu < \frac{3\nu\,\mathrm{tang}\,\theta}{\mathrm{tang}\,\theta - 2\cot\theta}$

Or $\nu = \frac{\mathrm{tang}\,\theta - 2\cot\theta}{3}$, donc $\mu < \mathrm{tang}\,\theta$.

Si l'angle θ approche fort d'un droit, à cauſe de la petiteſſe de l'angle θ, le moment d'impulſion ſera fort à peu près.

$$\frac{4\mu(3\nu-\mu)^2}{81\,\nu^4\,\mathrm{coſ}\,\theta}\cdot\frac{n f h c \sqrt{c}}{m} = \frac{16\nu^3 - 4\lambda\lambda(3\nu-\lambda)}{81\,\nu^3\,\mathrm{coſ}\,\theta}\cdot\frac{n f h c \sqrt{c}}{m}$$

en poſant $\mu = \nu + \lambda$; d'où l'on voit que, ſoit qu'on prenne pour λ un nombre poſitif ou négatif, le moment d'impulſion eſt toujours moindre, que s'il étoit $\lambda = 0$ ou $\mu = \nu$.

COROLL. I.

XCII. Si les ailes tournent deux fois plus vite par rapport au vent, qu'elles devroient tourner pour produire la plus forte impulſion,

 on

on aura $\mu = 2\nu$, & le moment d'impulsion sera $= \frac{8\, n f h c \sqrt{c}}{81\, \nu m \cos\theta}$; qui seroit deux fois plus grand, si les ailes avoient leur juste vitesse.

COROLL. 2.

XCIII. Supposons que la vitesse des ailes ne soit que la moitié de la plus avantageuse, ou que $\mu = \frac{1}{2}\nu$; & alors le moment d'impulsion sera au plus grand comme 25 ad 32 : on perdra donc à peu près le quart sur l'effet.

COROLL 3.

XCIV. Mais il faut bien remarquer que cette formule simple n'a lieu, que lorsque l'angle θ approche fort d'un droit & que le nombre ν surpasse le binaire. Alors il y aura à peu près tang $\theta = 3\nu$ & $\theta = 3\nu = \frac{1}{\cos\theta}$: d'où notre formule pour le moment d'impulsion sera $= \frac{4\mu(3\nu - \mu)^2}{27\nu^3} \cdot \frac{n f h c \sqrt{c}}{m}$.

COROLL 4.

XCV. Soit le poids à élever $= P$, & sa vitesse à celle de l'extrémité des ailes comme ν à f, de sorte que le moment de l'effet soit $= P. \frac{\mu r \sqrt{c}}{f}$. Négligeant donc le frottement, on aura

$$P r = \frac{4(3\nu - \mu)^2}{27\nu^3} \cdot \frac{n f f h c}{m}, \text{ \& partant } (3\nu - \mu)^2 = \frac{27\nu^3 m P r}{4 n f f h c}.$$

Donc $3\nu - \mu = \frac{3\nu\sqrt{3\nu m P r}}{2f\sqrt{nhc}}$ & $\mu = 3\nu\left(1 - \frac{\sqrt{3\nu m P r}}{2f\sqrt{nhc}}\right)$, d'où l'on connoitra la vitesse des ailes pour chaque vitesse du vent $\sqrt{c}$:

$$\sqrt{v} = 3\nu\left(\sqrt{c} - \frac{\sqrt{3\nu m P r}}{2f\sqrt{nh}}\right).$$

COROLL.

COROLL. 5.

XCVI. Donc, pour que le vent ſoit aſſez fort pour mettre la machine en mouvement, il faut que ſa viteſſe Vc ſoit plus grande que $\frac{V 3 \nu m P r}{2 f V n h}$. Et alors le moment d'impulſion ſera :

$$\frac{3 \nu P r V c}{f}\left(1 - \frac{V 3 \nu m P r}{2 f V n h c}\right) = \frac{3 \nu P r}{f}\left(V c - \frac{V 3 \nu m P r}{2 f V n h}\right).$$

Donc, ſi la viteſſe du vent devient double, l'effet ſera plus que deux fois plus grand.

SCHOLIE.

XCVII. Après ces recherches on ne trouvera plus de doutes dans la comparaiſon de la théorie avec les expériences, que Mr. *Lulofs* a faites ſur l'effet des moulins à vent en Hollande. Car d'abord, en mettant $\nu = 2$, l'effet que la théorie montre ſurpaſſera aſſez celui qu'on obſerve, pour avoir dequoi tenir compte, tant du frottement, que de l'imperfection de la Machine. Enſuite, pour ce que Mr. *Lulofs* rapporte, que l'effet n'étoit pas proportionnel au cube de la viteſſe du vent, & qu'il ſuivoit même quelquefois une raiſon inférieure à celle du quarré, tant s'en faut, que cela ſoit contraire à la théorie, qu'il eſt plutôt admirablement d'accord. Car ce ne ſont que les plus grands effets, qui ſont proportionnels aux cubes de la viteſſe du vent ; & pour produire ces plus grands effets, il faut donner aux machines pour chaque viteſſe du vent une diſpoſition particuliere, en ſorte que la viteſſe du fardeau tienne toujours un certain rapport à celle du vent. Mais, puisqu' ordinairement on ne change rien dans la diſpoſition de la machine, quoique le vent varie, nous venons de voir que dans ce cas la raiſon des cubes n'a point lieu, & que l'effet de la machine ne croît que dans une raiſon plus grande que celle des viteſſes du vent ; la raiſon véritable étant comme la viteſſe même diminuée d'une quantité conſtante, qui dépend de la diſpoſition de la machine. Donc, puiſque la théorie, ſur le pied, que je viens

de l'établir satisfait à ces deux principaux phénomenes observés par Mr. *Lulofs*, il n'y a aucun doute, qu'elle ne soit parfaitement d'accord avec toutes les expériences possibles, & que, fondé sur cette théorie, on ne puisse porter la pratique à un plus haut degré de perfection. Pour cet effet j'ai déjà déterminé la figure la plus avantageuse, qu'il faut donner aux ailes, & la disposition de la machine la plus convenable. Mais il semble qu'on y puisse apporter encore de plus grandes perfections en augmentant la surface des ailes ; on leur donne communément la même largeur par toute la longueur, & quand on ne les fait pas plus larges vers les extrémités, la raison en paroit être qu'on doit craindre, que la force du vent n'en rompe leur liaison avec l'axe. Mais, pour prévenir cet accident, ne pourroit-on pas diminuer la longueur pour gagner d'autant plus sur la largeur ? Ou au lieu de quatre ne pourroit-on pas y mettre 6 ou 8 ? Il n'y a aucun doute, qu'on n'ait fait déjà des essais là dessus, & il est difficile de deviner les difficultés, qu'on y a rencontrées. Quoiqu'il en soit, une figure divergente semble être très propre pour les ailes d'un moulin à vent : & quand on auroit peur, qu'une trop grande largeur vers les extrémités nuisit à la fermeté, on pourroit multiplier le nombre des ailes en sorte, qu'elles occupassent presque un espace circulaire, dont leur longueur seroit le rayon. Au moins il vaudra la peine d'examiner les avantages, que la théorie promet d'une telle construction des ailes, sans se mettre en peine sur les difficultés, que la pratique pourroit opposer à leur exécution.

PROBLEME XI.

XCVIII. *Les ailes étant divergentes depuis l'axe vers l'extrémité selon des lignes droites, & ayant à chaque distance de l'axe l'inclinaison à la direction du vent, qui a été déterminée ci-dessus, trouver le moment d'impulsion que ces ailes fourniront, la disposition de la machine étant la plus avantageuse.*

SOLUTION.

Soit la largeur de chaque aile à l'extrémité HH $= h$, qui convient à la distance de l'axe OF $= f$: & à une distance quelconque OP $= x$, la largeur sera MM $= y = \frac{hx}{f}$. Soit $\sqrt{v}$ la vitesse des ailes à leur extrémité, & $\sqrt{c}$ celle du vent; & que l'elément MM soit incliné à la direction du vent sous l'angle $= \omega$. Cela posé, nous avons vû, que pour rendre la force du vent la plus grande, il faut en posant $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} = \nu$, qu'il soit tang $\omega = \frac{3\nu x}{2f} + \sqrt{\left(\frac{9\nu\nu xx}{4ff} + 2\right)}$.

Fig. 4.

Ensuite, lorsque le moulin est garni de 4 telles ailes, à cause de $y = \frac{hx}{f}$, le moment d'impulsion sera:

$$\frac{4\nu nhc\sqrt{c}}{mff} \int xxdx \operatorname{cos}\omega^3 \left(\operatorname{tang}\omega - \frac{\nu x}{f}\right)^2$$

Or, puisque tang $\omega = \frac{3\nu x}{2f} + \sqrt{\left(\frac{9\nu\nu xx}{4ff} + 2\right)}$ nous aurons

$$x = \frac{f}{3\nu}(\operatorname{tang}\omega - 2\cot\omega) = \frac{f(\sin\omega^2 - 2\cos\omega^2)}{3\nu\sin\omega\cos\omega} \quad \&$$

$$dx = \frac{fd\omega(\sin\omega^2 + 2\cos\omega^2)}{3\nu\sin\omega^2\cos\omega^2};$$

D'où nous tirons:

$$\operatorname{tang}\omega - \frac{\nu x}{f} = \frac{2}{3\sin\omega\cos\omega} \quad \&$$

$$xdx\cos\omega^3 = \frac{ffd\omega(\sin\omega^4 - 4\cos\omega^4)}{9\nu\nu\sin\omega^3} \quad \text{donc}$$

$$xxdx\cos\omega^3 = \frac{f^3d\omega(\sin\omega^6 - 2\sin\omega^4\cos\omega^2 - 4\sin\omega^2\cos\omega^4 + 8\cos\omega^6)}{27\nu^3\sin\omega^4\cos\omega}$$

&

& partant le moment d'impulsion cherché sera :

$$\frac{4\nu nhcVc}{mff}\cdot\frac{4f^3}{243\,\nu^3}\int\frac{d\omega(\sin\omega^6-2\sin\omega^4\,\cos\omega^2-4\sin\omega^2\cos\omega^4+\cos\omega^6)}{\sin\omega^6\;\cos\omega^3}$$

ou

$$\frac{16\,nfhcVc}{243\,\nu\nu\,m}\int d\omega\left(\frac{1}{\cos\omega^3}-\frac{2}{\sin\omega^2\;\cos\omega}-\frac{4\cos\omega}{\sin\omega^4}+\frac{8\cos\omega^3}{\sin\omega^6}\right).$$

Pour intégrer cette formule, il faut remarquer les réductions suivantes,

$$\int\frac{d\omega}{\cos\omega}=l\,\mathrm{tang}\,(45^\circ+\tfrac{1}{2}\omega)$$

$$\int\frac{d\omega}{\cos\omega^3}=\frac{\sin\omega}{2\cos\omega^2}+\tfrac{1}{2}\,l\,\mathrm{tang}\,(45^\circ+\tfrac{1}{2}\omega)$$

$$\int\frac{d\omega}{\sin\omega^2\cos\omega}=l\,\mathrm{tang}\,(45^\circ+\tfrac{1}{2}\omega)-\frac{1}{\sin\omega}$$

$$\int\frac{d\omega\,\cos\omega}{\sin\omega^4}=-\frac{1}{3\sin\omega^3}$$

$$\int\frac{d\omega\cos\omega^3}{\sin\omega^6}=-\frac{1}{5\sin\omega^5}+\frac{1}{3\sin\omega^3}$$

& alors l'intégrale se trouvera

$$\frac{16nfhcVc}{243\,\nu\nu\,m}\left\{\begin{array}{l}\frac{\sin\omega}{2\cos\omega^2}+\frac{2}{\sin\omega}+\frac{4}{\sin\omega^3}-\frac{8}{5\sin\omega^5}-\tfrac{3}{2}\,l\,\mathrm{tang}\,(45^\circ+\tfrac{1}{2}\omega)\\ \qquad-\frac{27V3}{5V2}\qquad\qquad+\tfrac{3}{2}\,l\,\frac{V2+V3-1}{V2-V3+1}\end{array}\right\}$$

après y avoir ajouté la juste constante, pour que l'intégrale évanouïsse, quand $x=0$, ou $\mathrm{tang}\,\omega=V2$. Maintenant il ne reste qu'à poser $x=f$ ou $\mathrm{tang}\,\omega=\tfrac{3}{2}\nu+V(\tfrac{9}{4}\nu\nu+2)$ pour avoir l'entier moment d'impulsion. Donc, si θ marque l'angle, que fait la direction

tion du vent avec l'extrémité des ailes, de ſorte que $v = \frac{\text{tang}\ldots}{}$

le moment d'impulſion ſera :

$$\frac{16nfhcVc}{243vvm}\left(\frac{\text{tang}\,\theta^2}{2\sin\theta}+\frac{2}{\sin\theta}+\frac{4}{\sin\theta^3}-\frac{8}{5\sin\theta^5}-\frac{27V3}{5V2}-\tfrac{3}{2}l\,\text{tang}(45^\circ+\ldots\right.$$

COROLL. 1.

XCIX. Si l'angle θ, ſous lequel l'extrémité des ailes eſt i[…] la direction du vent, eſt fort proche de 90°, de ſorte que ta[…] un nombre fort grand, par rapport auquel on puiſſe négliger le[…] termes, on aura à peu près $v = \frac{1}{3}$ tang θ, & ſin $\theta = 1$; d'o[…] ment d'impulſion ſera $= \frac{8\,nfhcVc}{27m}$.

COROLL. 2.

C. Si les ailes avoient par toute leur longueur la même […] h, de ſorte que leur ſurface ſeroit deux fois plus grande, no[…] vû ci-deſſus, que le moment d'impulſion ſeroit $= \frac{16nfhc\ldots}{27m}$ […] par conſéquent deux fois plus grand que dans le cas préſent.

COROLL. 3.

CI. De là on comprend, que le moment d'impulſion dé[…] la ſurface des ailes, & que leur figure n'y change pas conſidéra[…] l'effet. Car nous venons de voir que, ſoit qu'on donne aux a[…] figure rectangulaire ou triangulaire, pourvu que leur ſurfac[…] même, le moment d'impulſion ne varie point.

COROLL. 4.

CII. On ne ſauroit donc produire un plus grand mome[…] pulſion, qu'en étendant les ailes jusqu'à remplir l'eſpace c[…]

dont le rayon eſt $= f$, ce qui arrivera, lorsqu'on prend $4h = 6f$ ou $h = \frac{3}{2}f$ à peu près. Alors le moment d'impulſion ſera $= \frac{4nffc\sqrt{c}}{9m}$.

SCHOLIE.

CIII. Par là on comprend la raiſon de la pratique ordinaire, où l'on donne aux ailes la même largeur par toute leur longueur : puisqu'on y perdroit, ſi l'on diminuoit la largeur vers l'axe. Car, ſuppoſé qu'on donne aux ailes à leur extrémité la plus grande largeur que les circonſtances permettent, il vaut toujours mieux de conſerver la même largeur vers l'axe, que de la diminuer, & cela auſſi bien qu'il eſt poſſible. Cependant, ſi l'on pouvoit multiplier les ailes, en ſorte que leurs extrémités s'atteigniſſent à peu près, ce ſeroit ſans doute la conſtruction la plus avantageuſe, puisqu'on obtiendroit par ce moyen la plus grande ſurface poſſible pour la même longueur des ailes. Car, puisque le moment d'impulſion eſt proportionnel à la ſurface des ailes, le plus ſûr moyen de l'augmenter eſt de rendre cette ſurface auſſi grande qu'il eſt poſſible ; mais il eſt bien à remarquer, que je ſuppoſe ici l'angle θ fort proche d'un droit ; & parce qu'on a alors $\nu = \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{c}} = \frac{1}{3}\text{tang}\,\theta$, la viteſſe des ailes à leur extrémité doit ſurpaſſer celle du vent. Or, ayant fixé une certaine ſurface, qu'on veut donner aux ailes, il importe peu pour le moment d'impulſion, qu'elle figure on voudra choiſir : mais pour la fermeté de la machine il n'en eſt pas de même, & moins on s'écarte de l'axe, moins elle ſouffrira: d'où la diſpoſition des ailes ſeroit la plus avantageuſe, ſi l'on rempliſſoit de la ſurface donnée un eſpace circulaire autour de l'axe. Mais il faut auſſi remarquer qu'alors le mouvement de rotation des ailes, & partant auſſi de l'axe, deviendroit plus rapide. On fera donc bien de joindre toutes ces conſidérations enſemble, & alors il ne ſera plus difficile de porter la conſtruction des moulins à vent au plus haut degré de perfection, dont ils ſont ſuſceptibles.

EXPE'-

EXPÉRIENCES
POUR DÉTERMINER LA RÉFRACTION DE TOUTES SORTES DE LIQUEURS TRANSPARENTES.

PAR M. EULER.

I.

Ce que j'ai eu l'honneur de proposer sur la loi de réfraction à l'egard de la diverse réfrangibilité des rayons, montre suffisamment, combien peu la maniere ordinaire de faire ces expériences est propre pour nous éclaircir sur la veritable quantité de réfraction, que les rayons de diverses couleurs souffrent en passant d'un milieu transparent dans un autre. Car, ayant détruit une proportion, sur laquelle le grand Newton doit avoir fondé la loi de réfraction des rayons de diverses couleurs, en faisant voir qu'elle implique une contradiction ouverte, quoiqu'elle parut d'accord avec les expériences, il faut bien que ces expériences ne soient pas suffisantes pour nous découvrir exactement la veritable quantité de réfraction. J'ai aussi remarqué que la véritable proportion, que j'ai établie à la place de celle-là, en differe si peu, que les expériences ordinaires ne sont pas capables de nous montrer la différence; car il ne s'agit ici qu'environ d'une millième partie dans la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction, dont la véritable proportion différe de l'autre, que j'ai démontrée contradictoire.

II. Cependant, quelque petite que paroisse cette différence, elle a néanmoins une influence trop essentielle, tant dans la théorie de la réfraction, que dans la pratique qui en découle, pour qu'on la puisse négliger. Car, si la proportion Newtonnienne que Mr. *Dollond* m'avoit opposée, étoit la véritable, toute la théorie, sur laquelle j'ai fondé la per-

 fection

fection des verres objectifs, feroit fauffe; & il ne feroit pas abfolument poffible, de quelque maniere qu'on combinât plufieurs matieres transparentes, de diminuer l'effet de la diverfe réfrangibilité des rayons: & l'intervalle entre l'image rouge & violette tiendroit perpétuellement le même rapport à la diftance de foyer. Mais, fuivant la proportion véritable, il eft poffible de conftruire de tels verres objectifs, en employant deux ou plufieurs matieres transparentes, qui réuniffent parfaitement les images formées par les rayons de toutes les couleurs différentes.

III. Pour rendre cela plus fenfible, qu'on envifage un verre objectif ordinaire, dont la diftance de foyer foit environ 28 pieds, & on fait par l'expérience, que l'image formée par les rayons rouges en eft d'un pied plus éloignée, que celle qui eft formée par les rayons violets. Qu'on confidére à préfent un objectif compofé de verre & d'eau, qui ait la même diftance de foyer: & fi la proportion Newtonnienne étoit conforme à la vérité, on auroit toujours le même intervalle d'un pied entre l'image rouge & la violette: or, felon la proportion, que j'ai démontrée la véritable, il eft poffible d'arranger l'eau avec le verre en forte, que l'intervalle entre les images rouge & violette évanouiffe tout à fait: & même fi l'on vouloit, que l'image rouge tombât d'un pied, ou d'autant qu'on voudroit, plus proche de l'objectif, que l'image violette. D'où l'on voit, que la différence entre les deux proportions, quelque petite qu'elle foit en elle-même, eft de la derniere importance dans la théorie de la réfraction, & dans la construction des verres dioptriques, qui y eft fondée.

IV. Un tel verre compofé donc, qui étoit le fujet de mon Mémoire fur la perfection des objectifs, doit décider très fenfiblement fur cette petite différence, qui fe trouve entre les deux proportions rapportées, & que les expériences ordinaires, par lesquelles on eft accoutumé d'examiner les différentes réfractions, ne fauroient jamais découvrir. Car, qu'on prenne un tel objectif, dont j'ai enfeigné la conftruction, qui ait environ 28 pieds de foyer; & fuivant la propor-

portion Newtonienne, le foyer des rayons rouges devroit être éloigné d'un pied de celui des rayons violets, pendant que, suivant ma proportion, ces deux foyers se doivent réunir. Donc, quoique la différence entre ces deux proportions se réduise seulement à moins d'une millieme partie dans la raison de réfraction, l'effet de cette petite différence, qui doit échaper à toutes les expériences ordinaires, devient par le moyen d'un tel objectif si sensible, qu'il monte à un intervalle d'un pied: & il sera aisé de construire d'autres verres composés de telle sorte, que l'effet devienne encore plus considérable.

V. Quand je fis travailler quelques ménisques, selon les mesures que j'avois trouvées par la théorie pour, en remplissant d'eau la cavité entr'eux, obtenir la perfection que j'avois en vuë: il fut aisé d'appercevoir, que la confusion causée ordinairement par la diverse réfrangibilité des rayons, étoit bien diminuée, quoique l'ouvrier n'ait pas trop bien exécuté les mesures prescrites, & que de l'autre côté la confusion causée par la trop grande ouverture du verre fût très considérable. Mais une autre circonstance me frappa: qui me fournit les premieres idées du sujet, que je traite présentement. Car, ayant rempli d'eau deux de ces ménisques, la distance de foyer étoit environ de 8 pieds: ensuite, ayant rempli ces mêmes ménisques d'esprit de vin, la distance de foyer se réduisoit subitement à 5 pieds. Je fus bien surpris d'une si grande différence, pendant que la réfraction de l'esprit de vin différe si peu de celle de l'eau; car les Auteurs marquent la raison du sinus d'incidence à celui de réfraction de l'air dans l'esprit de vin comme 100 à 73, tandis que de l'air dans l'eau cette même raison est comme 4 à 3, ou comme 100 à 75.

VI. Ce seul exemple suffit pour nous convaincre, que deux ménisques peuvent fournir le plus propre instrument, pour découvrir la quantité de réfraction de toutes sortes de liqueurs transparentes, puisque la plus petite différence, qui se puisse trouver dans leur qualité réfractive, se manifeste par une si grande différence dans la distance du foyer. Pour cet effet on n'a pas besoin d'employer précisément les

les ménisques, que j'avois recommendés pour perfectionner les verres objectifs, puisque le dessein est ici tout à fait différent, & on déterminera aisément tels autres ménisques, qui étant remplis de diverses liqueurs produisent des différences encore plus grandes dans la distance du foyer. Tels instrumens seront aussi fort propres à nous découvrir beaucoup plus exactement la diverse réfrangibilité des rayons à l'égard de toutes les liqueurs transparentes; cependant on pourra bien se passer de cette recherche, vû qu'ayant déjà connu la réfraction d'une espece des rayons, on en peut aisément conclure celle des autres especes à l'aide de la proportion, que j'ai demontrée être nécessairement vraye.

VII. Cela non-obstant, je ne voudrois pas abandonner entierement cette derniere recherche, & je crois plûtot, que la théorie en pourroit tirer de grands secours. Car ce que nous savons de la diverse réfrangibilité des rayons, ne regarde proprement que les rayons du Soleil: ceux-cy renfermant toutes les especes des couleurs, on a conclu par les expériences du prisme, que dans le passage de l'air dans le verre le sinus d'incidence est à celui de réfraction pour les rayons rouges comme 77 à 50, & pour les violets comme 78 à 50. Mais cette différence entre les rayons solaires ne constitue pour ainsi dire que l'intervalle d'une octave, de sorte que les rayons les moins réfrangibles du Soleil soient à comparer au plus haut son d'une octave, pendant que les plus réfrangibles répondent au plus bas de la même octave; & peut-être même que les divers rayons solaires ne remplissent pas à cet égard une octave entiere, puisque les rayons extrémes ne représentent pas la même couleur, comme les sons, qui différent entr'eux d'une ou quelques octaves, peuvent être regardés à peu prés comme le même son.

VIII. Il est très probable, & je crois l'avoir suffisamment prouvé ailleurs, que les diverses couleurs ne différent entr'elles que par rapport au nombre de vibrations, dont l'ether est agité de chacune en même tems, & que si r marque le nombre des vibrations que les rayons rouges du Soleil rendent dans une seconde, & v le nombre des vibra-

tions rendues en même tems par les rayons violets du Soleil, la différence des nombres r & v est la cause de la diverse réfrangibilité de ces rayons. Or les différens ordres des couleurs, que nous appercevons dans les bulles de savon, & dans les lames minces transparentes, sur lesquelles j'eus l'honneur l'année passée de lire un Mémoire, qu'on a daigné d'inserer dans le huitieme volume de l'Academie ; ces différens ordres me font conclure, que non seulement les rayons contenus dans les nombres r ou v sont rouges ou violets, mais aussi ceux, dont le nombre de vibrations rendües dans une seconde, est $2r$, $4r$, $8r$ &c. ou $2v$, $4v$, $8v$ &c. & encore $\frac{1}{2}r$, $\frac{1}{4}r$, $\frac{1}{8}r$ &c. ou $\frac{1}{2}v$, $\frac{1}{4}v$, $\frac{1}{8}v$ &c. tout comme dans les sons.

IX. Donc, si les rayons solaires, qui répondent au nombre v souffrent une plus grande réfraction que ceux, auxquels convient le nombre r, puisque le nombre v est différent du nombre r ; par la même raison les rayons des autres corps, auxquels répondent des nombres ou $2r$, $4r$, $8r$ &c. & $2v$, $4v$, $8v$ &c. ou bien $\frac{1}{2}r$, $\frac{1}{4}r$, $\frac{1}{8}r$ &c. & $\frac{1}{2}v$, $\frac{1}{4}v$, $\frac{1}{8}v$ &c. devroient souffrir différentes réfractions. Par conséquent différentes couleurs rouges, entant qu'elles sont semblables à des sons, qui différent entr'eux d'une ou de quelques octaves, devroient produire dans leur réfraction une différence plus grande, que celle qu'on découvre entre les rayons rouges & violets du soleil. Le défaut de telles observations est sans doute un grand argument contre cette conjecture ; mais peut être ne s'est-on pas donné assez de peine pour examiner cette diversité, s'il y en a une : ou peut-être la différence a-t-elle été trop petite, pour être découverte par les expériences, qu'on aura faites dans cette vüe. Cependant cet article me paroit assés important, pour qu'on se donne toutes les peines possibles pour s'éclaircir là dessus : car, soit que ma conjecture soit fondée ou non, la théorie ne manquera pas d'en retirer des éclaircissement très considérables.

X. Je me propose donc de décrire deux sortes d'expériences dont les unes peuvent servir à examiner très exactement la force réfrac-

fractive de toutes les diverses liqueurs transparentes, où il faut bien remarquer, que les conclusions, qu'on tirera des expériences, ne se rapportent qu'à une seule couleur, savoir celle dont l'objet, d'où l'on reçoit les rayons, est teint; car il est clair de soi-même, que diverses couleurs meneroient à des conclusions différentes. Pour cet effet je proposerai tels ménisques, qui rendent les plus petites différences très sensibles. L'autre sorte est destinée pour la recherche de la réfraction de toutes les couleurs simples, qui se puissent trouver dans les corps: & dans cette vûe je chercherai tels ménisques, qui étant remplis d'une certaine liqueur découvrent d'une maniere très sensible les différences dans la réfraction, qui peuvent provenir de la diverse couleur de l'objet; & c'est de là que ma conjecture mentionnée sera aisément, ou confirmée, ou détruite.

XI. Je considére donc en général un verre objectif composé de deux ménisques, entre lesquels la cavité soit remplie d'une liqueur quelconque transparente: & j'ai déjà remarqué qu'ayant deux tels ménisques, dont les bords s'unissent parfaitement ensemble, il est aisé d'y enfermer toutes les liqueurs sans le secours d'aucun autre instrument: car, après avoir rempli la cavité, on n'a qu'à presser bien les ménisques l'un contre l'autre, & ils demeureront assez fermes ensemble, pour qu'on n'ait point à craindre, que la liqueur s'en écoule. De cette maniere on peut aisément changer de liqueurs à volonté, & faire des expériences avec les mêmes ménisques sur toutes sortes de liqueurs.

Fig. 1. Soient donc les rayons de courbure des quatre faces de ces deux ménisques

le rayon de la face MAM $= f$
le rayon de la face NBN $= g$
le rayon de la face NCN $= h$
le rayon de la face MDM $= k$

Or je suppose ces faces sphériques, puisqu'une très petite ouverture peut suffire pour faire les expériences dont il s'agit.

XII.

XII. Soit de plus la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour le passage des rayons

de l'air dans le verre comme m à 1
& de l'air dans la liqueur comme n à 1

Or je parle ici des rayons d'une certaine espece, sur lesquels on fait les expériences, de sorte que, si les rayons sont rouges, les nombres m & n approchent un peu plus de l'unité, que s'ils étoient violets. Ensuite je regarde d'abord l'épaisseur de ce verre objectif AD comme evanouissante par rapport aux rayons de courbure, & à la distance tant de l'objet que de l'image du verre, pour avoir des formules plus simples. Cependant j'enseignerai après, quelles corrections doivent être employées à l'egard de l'epaisseur du verre dans les conclusions, qu'on aura tirées des expériences: & on verra que ces corrections sont pour la plûpart si petites, qu'on les peut bien négliger, attendu que les erreurs qu'on ne sauroit éviter en faisant des expériences, sont ordinairement beaucoup plus grandes.

XIII. Soit donc la droite EF l'axe de cet objectif, sur laquelle sont situés les centres des quatre faces: & qu'un objet Ee soit placé sur cet axe à la distance EA $= a$ du verre. Cela posé, les rayons transmis par le verre formeront l'image après le verre en Ff dans une situation renversée, & j'ai fait voir que la distance DF après le verre sera déterminée par cette équation:

$$\frac{1}{DF} = (m - 1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m - n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) - \frac{1}{a}$$

Pour la grandeur de l'image Ff par rapport à l'objet Ee, on sait qu'elle est déterminée par la droite ef, tirée depuis le bout de l'objet e par le milieu du verre, puisque nous regardons l'epaisseur du verre AD comme infiniment petite. On auroit donc Ee : Ff = AE : DF, ou bien F$f = \frac{DF}{AE}$. Ee, mais dans les Expériences que je vai décrire, la grandeur de l'image n'entrera pas en considération. On voit donc

donc par la formule donnée, comment la diſtance DF eſt déterminée par les deux nombres m, n, & par les quatre rayons f, g, h, k, avec la diſtance a.

XIV. Mais, ſi l'on veut tenir compte de l'epaiſſeur du verre, laquelle a trois parties AB, BC & CD, & qu'on poſe

$$AB = r,\ BC = s \ \&\ CD = t$$

l'équation qui détermine la diſtance DF ſera plus compliquée, & s'exprimera le plus commodément par la fraction continuée ſuivante :

$$\frac{1}{DF} = \frac{m-1}{k} + \cfrac{1}{-\frac{t}{m} + \cfrac{1}{-\frac{(m-n)}{h} + \cfrac{1}{-\frac{s}{n} + \cfrac{1}{-\frac{(m-n)}{g} + \cfrac{1}{-\frac{r}{m} + \cfrac{1}{\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}}}}}}}$$

D'où, par le calcul des fractions continuées, on tirera en chaque cas aiſément la valeur de la diſtance cherchée DF, & il feroit fort ſuperflu de developer cette formule, qui deviendroit extrémement embarraſſée

XV. Cependant, ſi nous nommons la diſtance $DF = c$, & que nous poſions pour abréger

$$P = \frac{\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}}{1 - \frac{r}{m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}\right)} \ \&\ Q = \frac{\frac{m-1}{k} - \frac{1}{c}}{1 - \frac{t}{m}\left(\frac{m-1}{k} - \frac{1}{c}\right)}$$

on parviendra à cette équation

$$P + Q = (m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) + \frac{s}{n}\left(\frac{m-n}{g} - P\right)\left(\frac{m-n}{h} - Q\right)$$

Main-

Maintenant, si les épaisseurs r, s, t sont extrémement petites, puisqu'on aura alors assés exactement

$$P = \frac{m-1}{f} - \frac{1}{a} + \frac{r}{m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}\right)^2 \ \& \ Q = \frac{m-1}{k} - \frac{1}{c} + \frac{t}{m}\left(\frac{m-1}{k} - \frac{1}{c}\right)^2$$

l'équation trouvée se changera en cette forme:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = (m-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) + \frac{r}{m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}\right)^2$$
$$+ \frac{t}{m}\left(\frac{m-1}{k} - \frac{1}{c}\right)^2$$
$$- \frac{s}{n}\left(\frac{m-n}{g} - \frac{(m-1)}{f} + \frac{1}{a}\right)\left(\frac{m-n}{h} - \frac{(m-1)}{k} + \frac{1}{c}\right)$$

d'où notre premiere équation se déduit, si l'on fait évanouïr les épaisseurs r, s & t.

XVI. Donc, puisque au cas que $r = s = t = 0$, on a

$$\frac{1}{c} = (m-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) - \frac{1}{a}$$

si nous considérons les épaisseurs r, s & t comme extrémement petites, nous aurons plus exactement

$$\frac{1}{c} = (m-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) - \frac{1}{a}$$
$$+ \frac{r}{m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}\right)^2$$
$$+ \frac{s}{m}\left(\frac{m-n}{g} - \frac{(m-1)}{f} + \frac{1}{a}\right)^2$$
$$+ \frac{t}{m}\left((m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) - \frac{(m-1)}{f} + \frac{1}{a}\right)^2$$

 d'où

d'où l'on voit combien chacune des épaiſſeurs r, s & t, contribue à changer la valeur de la diſtance DF $= c$. On voit évidement que la valeur de $\frac{1}{c}$ en eſt augmentée, & partant celle de la diſtance même DF $= c$ diminuée.

XVII. Ayant donc déterminé par la théorie à quelle diſtance DF $= c$ derriere le verre l'image doit paroitre, ſi l'on conſulte l'expérience, & qu'on obſerve cette même diſtance DF, il faut qu'elle ſe trouve d'accord avec la théorie. Connoiſſant donc cette diſtance DF $= c$ par l'expérience, on aura une équation, d'où l'on pourra tirer la valeur du nombre n, ou bien le rapport $n : 1$, qui exprime la raiſon de réfraction pour la liqueur, dont la cavité entre les méniſques eſt remplie. Pour cet effet il faut qu'on ſache les rayons des quatre courbures f, g, h, & k, lesquels peuvent bien être ſuppoſés connus par les baſſins, où les deux méniſques auront été travaillés; cependant on en pourra auſſi découvrir les valeurs par quelques expériences, qu'on fera avec des liqueurs dont la réfraction eſt déjà connue. Or outre cela il faut qu'on ſache exactement le nombre m, qui contient la réfraction du verre.

XVIII. Or, pour obſerver la diſtance DF $= c$, à laquelle l'image de l'objet ſe preſente derriere le verre, on peut ſe ſervir d'une chambre obſcure, en fixant le verre dans le trou par lequel les rayons y entrent: car alors recevant l'image ſur une ſurface blanche, en l'approchant ou éloignant du verre, jusqu'à ce que la repréſentation paroiſſe la plus diſtincte, on n'aura qu'à meſurer ſa diſtance depuis le verre pour avoir la diſtance cherchée DF $= c$. Or au défaut d'une chambre obſcure on pourra auſſi ſe ſervir du tuyau d'une lunette ordinaire, en y fixant le verre compoſé au lieu de l'objectif, & prenant un oculaire, qu'on jugera le plus convenable; on n'aura qu'à diriger la lunette vers l'objet propoſé, & chercher quelle longueur il faut donner à la lunette, pour qu'on voye l'objet le plus diſtinctement.

Alors

Alors, connoissant l'oculaire & la constitution de l'oeil, on en conclura aisément la distance DF.

Méthode d'observer la réfraction de toutes sortes de liqueurs transparentes.

XIX. Je supposerai d'abord qu'on sache exactement les rayons des quatre faces des ménisques, f, g, h, k, de même que la réfraction du verre, ou la raison $m : 1$; & l'objet se trouvant dans l'axe du verre composé à la distance $AE = a$, qu'on observe, à quelle distance derriere le verre l'image sera présentée, laquelle soit posée $DF = c$, de sorte que les valeurs des lettres m, a, c, f, g, h, k, soient connues. De là, en négligeant les épaisseurs r, s, t, on aura d'abord

$$(m - n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) = (m - 1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{c}$$

d'où l'on tire

$$n = m - \frac{gh}{g+h}\left((m - 1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right).$$

Mais, si l'on veut tenir compte des épaisseurs, en les regardant comme très petites on aura :

$$n = m - \frac{gh}{g+h}\left((m - 1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - \frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right)$$
$$- \frac{ghr}{m(g+h)}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}\right)^2 - \frac{ght}{m(g+h)}\left(\frac{m-1}{k} - \frac{1}{c}\right)^2$$
$$- \frac{ghs}{n(g+h)^3}\left((m-1)\left(\frac{h}{k} - \frac{g}{f}\right) + \frac{g}{a} - \frac{h}{c}\right)^2$$

XX. Mais l'avantange de cette méthode sur les ordinaires consiste en ce qu'on peut employer un tel verre composé, qu'il en résulte

une très grande différence dans la distance, tandis que la nature de la liqueur, ou le nombre n, change très peu. Pour chercher tels verres avantageux, supposons que le nombre n croisse de son différentiel dn, pendant que la distance c change en $c + dc$, & la différentiation nous fournira entre ces différentiels dn & dc le rapport suivant

$$-dn\left(\frac{1}{g}+\frac{1}{h}\right)=\frac{-dn(g+h)}{gh}=\frac{dc}{cc}$$

d'où nous tirons $dc = \frac{-ccdn(g+h)}{gh}$

Il faut donc que le coëfficient de dn ou $\frac{cc(g+h)}{gh}$ devienne très grand, ou son réciproque $\frac{gh}{cc(g+h)}$ très petit: & partant en substituant pour c ou $\frac{1}{c}$ sa valeur, cette quantité

$$\frac{gh}{g+h}\left((m-1)\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{k}\right)-(m-n)\left(\frac{1}{g}+\frac{1}{h}\right)-\frac{1}{a}\right)^2$$

doit devenir très petite.

XXI. Afin que la quantité $\frac{cc(g+h)}{gh}$ devienne fort grande, on rendra d'un coté la fraction $\frac{g+h}{gh}$, & de l'autre la distance c, aussi grande que les circonstances le permettent. Or il est évident que plus on fait petits les deux rayons g & h des faces concaves, & plus la fraction $\frac{g+h}{gh}$ deviendra grande; mais il faut bien prendre garde de ne pas les rendre trop petits: puisqu'on seroit obligé de donner au verre une trop petite ouverture. C'est pourquoi il sera toujours bon de faire les deux rayons g & h égaux entr'eux, & de leur donner une

une telle grandeur, qui ne soit jamais trop petite par rapport à la distance de l'image DF $= c$: car, plus cette distance devient grande, & plus le verre doit admettre d'ouverture. Le cas le plus commode sera donc de rendre les deux ménisques égaux & semblables entr'eux, & partant si nous faisons $k = f$ & $h = g$, notre équation pour la distance DF $= c$ se réduit à cette forme

$$\frac{1}{c} = \frac{2(m-1)}{f} - \frac{2(m-n)}{g} - \frac{1}{a}$$

d'où nous aurons :

$$n = m - \tfrac{1}{2} g \left(\frac{2(m-1)}{f} - \frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right)$$

XXII. Puisque $\frac{1}{c}$ est plus grand que $\frac{2(m-1)}{f}$, pourvû que $n < m$, ce qui arrive toujours, vû qu'on ne connoit point de liqueur, dont la réfraction soit plus grande que celle du verre, la distance c est toujours plus grande que $\frac{f}{2(m-1)}$, ou que f à peu près, à cause de $m = \frac{3}{2}$ environ. Il faut donc prendre le rayon des deux convexités $f = k$, ni trop grand, ni trop petit: car si on les prenoit trop petits, la différence entre les distances c qui répondent à diverses liqueurs, pourroit devenir trop petite, pour qu'on en pût conclure avec asses de précision la différence de leur réfraction. Je ne voudrois donc pas prendre ces deux rayons f & k au dessous d'un pied. Mais une beaucoup plus grande valeur seroit également nuisible, puisqu'en remplissant le verre d'une telle liqueur pour laquelle $m-n$ auroit une valeur considérable, la distance c pourroit devenir si grande, que la chambre obscure ne seroit pas assez spacieuse pour la recevoir, ou qu'il y faudroit employer une trop longue lunette. Car, plus la différence $m-n$ sera grande, & plus la distance DF $= c$ excedera la quantité $\frac{2(m-1)}{f}$.

XXIII. Ayant déjà remarqué qu'il n'y a point de liqueurs, qui fouffrent une plus grande réfraction, que le verre, je crois pouvoir ajouter qu'il n'y en a point, où la valeur de n foit plus petite que $1\frac{1}{4}$. Toutes les liqueurs donc, qu'on pourra examiner, feront par rapport à leur réfraction comprifes entre les deux limites fuivantes du nombre n,

$$n = 1,54 \quad \& \quad n = 1,25$$

Or, fi la liqueur, dont on remplit le verre étoit telle, que la raifon du finus d'incidence au finus de réfraction des rayons qui y entrent de l'air fut

$$n : 1 = m : 1 = 1,54 : 1 \text{ ou } m - n = 0$$

la diftance D F $= c$ deviendroit la plus courte; que je voudrois donc mettre $=$ 1 pied. Mais, fi la liqueur étoit fi rare, que pour l'entrée des rayons de l'air, il y eut $n = 1,25$, la diftance D F $= c$ deviendroit la plus grande, que je voudrois pofer infinie, au cas que la diftance de l'objet A E $= a$ eft extrémement grande, ou quafi infinie.

XXIV. Ces deux conditions nous fourniront les juftes valeurs, qu'il faudra donner, tant au rayon de convexité f, qu'à celui de concavité g de chaque ménisque. Car pour les rayons moyens il y a $m = 1,54$ fi la nature de la liqueur donne $n = m$, ou $n = 1,54$, & que nous regardions la diftance de l'objet A Z $= a$ comme infinie, il faut que la diftance de l'image D F $= c$ provienne d'un pied, d'où nous tirons

$$1 = \frac{f}{2.0,54} = \frac{100f}{108}, \text{ ou } f = \tfrac{27}{25} \text{ pieds},$$

donc les deux faces convexes doivent avoir pour leurs rayons de courbure

$$f = k = \tfrac{27}{25} \text{ pieds, ou } f = k = 1 \text{ pied \& 1 pouce à peu près.}$$

Or

Or, si la liqueur donnoit $n = 1,25$, & qu'on regardât la distance $a = \infty$, à cause de $c = \infty$ on auroit,

$$\frac{2.0,54}{f} - \frac{2.0,29}{g} = 0$$

& partant $g = \frac{29}{54} f = \frac{29}{50}$ pieds $= 7$ pouces.
De sorte que pour chacun de nos ménisques nous ayons :

le rayon de convexité $f = k = 1,08$ pieds $= 12,96$ pouces
le rayon de concavité $g = h = 0,58$ pieds $= 6,96$ pouces

XXV. Cependant une trop grande précision seroit ici fort mal placée, & on pourra retirer à peu près les mêmes avantages d'une infinité de verres composés, pourvû que les ménisques ne différent pas trop de ceux que je viens d'indiquer. Pour cette raison on pourra employer deux ménisques égaux & semblables, dont

le rayon des faces convexes soit $f = k = 12$ pouces
& le rayon des faces concaves $g = h = 7$ pouces.

Alors, remplissant la cavité entre ces deux ménisques d'une liqueur quelconque, dont la raison de réfraction soit $= n : 1$ pour les rayons qui y entrent de l'air, qu'on mesure la distance de l'image après le verre DF $= c$, de même que celle de l'objet avant AE $= a$, chacune exprimée en pouces, & on aura

$$n = m - \tfrac{7}{12}(m-1) + \tfrac{7}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$$

ou $n = \frac{5}{12} m + \frac{7}{12} + \frac{7}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$

Et si les rayons sont d'une nature moyenne, qu'il soit $m = 1,54$, on aura en négligeant l'epaisseur :

$$n = 1,225 + \tfrac{7}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$$

XXVI. Voyons à quel point de précision ce verre composé sera capable de nous indiquer la réfraction d'une liqueur proposée. Que l'ob-

l'objet ſe trouve à une diſtance de 100 pieds, ou de 1200 pouces, puiſqu'il faut ſe ſervir de cette meſure, de ſorte que $a = 1200$, & que l'expérience nous donne la diſtance de l'image $c = 80$ pouces, de là nous conclurons donc :

$$n = 1,225 + \tfrac{7}{2}\left(\frac{1}{1200} + \frac{1}{80}\right) = 1,27166$$

Mais, ſi au lieu de $c = 80$ pouces on s'étoit trompé de 6 pouces & qu'il y eut $c = 74$ pouces, on auroit

$$n = 1,225 + \tfrac{7}{2}\left(\tfrac{1}{1200} + \tfrac{1}{74}\right) = 1,27520$$

d'où l'on voit qu'une différence de 6 pouces dans le lieu de l'image, n'en produit dans la valeur du nombre n qu'une différence de 0,00354, ou l'erreur qui a influé ſur le nombre n ſeroit environ $\tfrac{1}{300}$.

Si la liqueur étoit encore plus rare, & que la diſtance de l'image fût plus grande, ſavoir $c = 120$ pouces, la diſtance de l'objet étant $a = 1200$ pouces, on en conclurroit ſa réfraction

$$n = 1,225 + \tfrac{7}{2}\left(\tfrac{1}{1200} + \tfrac{1}{120}\right) = 1,25708$$

& une erreur de 6 pouces dans la diſtance c n'en produiroit une que de $\tfrac{1}{1000}$ dans la valeur du nombre n.

XXVII. Ce verre compoſé dont je viens de donner la deſcription, ſeroit donc très propre à déterminer la réfraction des liqueurs, dont le nombre n ſe trouveroit au deſſous de 1, 30, ou qui cauſeroient une moindre réfraction que l'eau. Mais, ſi l'on vouloit par ce même verre examiner la réfraction des liqueurs approchantes de la nature de l'eau, la diſtance c deviendroit trop courte, pour en pouvoir conclure la réfraction avec autant de ſureté. Car, pour que la valeur de n provienne de 1, 33, la diſtance de l'image c tomberoit au deſſous de 3 pieds, & une erreur commiſe dans cette diſtance influeroit plus conſidérablement ſur la quantité de réfraction. Pour l'examen de telles liqueurs il conviendroit donc d'employer d'autres méniſques, tels, que ſi la réfraction de la liqueur étoit environ $n = 1,28$, ou même $n = 1, 30$ la diſtance c deviendroit infinie en ſuppoſant $a = \infty$; pour cet effet il faudroit qu'il fut $\frac{f}{g}$

$$\frac{f}{g} = \frac{m-1}{m-n} = \text{[illegible]}, \text{ ou } \frac{f}{g} = \text{[illegible]} = \text{[illegible]}$$

on pourroit donc prendre $f = 13$ pouces, & $g = 6$ pouces.

XXVIII. Cependant on pourra bien se servir avec le même succès des ménisques précédens $f = k = 12$ pouces & $g = h = 7$ pouces en approchant davantage l'objet du verre ; car alors la distance de l'image deviendra plus grande, d'où la détermination du nombre n acquerra une plus grande précision. Pour chaque liqueur dont on aura rempli le verre, on approchera de plus en plus l'objet, jusqu'à ce que la distance de l'image devienne si grande qu'on jugera la plus convenable. Ainsi, supposant qu'ayant placé l'objet à la distance de 40 pouces, on ait observé la distance de l'image $c = 120$ pouces, la réfraction de la liqueur sera exprimée par cette valeur du nombre n.

$$n = 1,225 + \tfrac{7}{2}\left(\tfrac{1}{40} + \tfrac{1}{120}\right) = 1,3416$$

où une erreur de 6 pouces commise dans l'observation de la distance c n'en produit qu'une de $\frac{1}{680}$ dans la valeur du nombre n. Et ce degré de précision sera toujours le même tant qu'on fera en sorte, que la distance de l'image tombe à la distance de 120 pouces derriere le verre. A' une telle moindre distance de l'objet on le pourra plus commodément éclairer autant qu'il faut pour rendre assés claire l'image.

XIX. Mais, puisque j'ai négligé jusqu'ici l'épaisseur du verre, voyons à combien la correction qui en résulte, pourra monter. Comme les deux ménisques sont supposés égaux & semblables, on aura non seulement $f = k$ & $g = h$, mais aussi $t = r$, d'où nous aurons pour la juste valeur de n

$$n = m - \tfrac{1}{2} g\left(\frac{2(m-1)}{f} - \frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right) - \frac{gs}{8n}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right)^2$$
$$- \frac{gr}{2m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{a}\right)^2 - \frac{gr}{2m}\left(\frac{m-1}{f} - \frac{1}{c}\right)^2$$

 &

& partant pour les cas $f = 12$ pouces, & $g = 7$ pouces, la véritable valeur de n sera

$$n = 1,225 + \tfrac{7}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right) - \frac{7r}{2m}\left(\frac{m-1}{12} - \frac{1}{a}\right)^2 - \frac{7r}{2m}\left(\frac{m-1}{12} - \frac{1}{c}\right)^2$$

$$- \frac{7s}{8n}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right)^2$$

Faisons-en l'application au dernier exemple $a = 40$, & $c = 120$; & puisque la valeur trouvée auparavant $n = 1,3416$ est assés approchante, les corrections seront à cause de $m = 1,54$

$$n = 1,3416 - 0,004r - 0,00018s$$

Donc, quoiqu'on pose $r = \frac{1}{10}$ pouce & $s = \frac{1}{5}$ pouce, cette correction ne vaudra que $0,0004 + 0,000036 = 0,000436$ à soutraire, & on aura $n = 1,3412$, d'où l'on voit qu'on peut bien négliger cette correction, pourvû que le verre ne soit pas très épais.

XXX. Cependant il sera bon d'avoir quelques paires de tels ménisques, travaillés sur différentes proportions entre f & g, afin qu'on puisse employer pour chaque liqueur proposée tels qu'on jugera les plus convenables. Supposons qu'on ait trois paires de tels ménisques, que j'indiquerai par les lettres A, B, C, & qu'il soit :

pour A $\begin{cases} f = 12 \text{ pouces} \\ g = 7 \text{ pouces} \end{cases}$; pour B $\begin{cases} f = 12 \text{ pouces} \\ g = 6 \text{ pouces} \end{cases}$; pour C $\begin{cases} f = 12 \text{ pouces} \\ g = 5 \text{ pouces} \end{cases}$

& que les bords de tous s'accordent ensemble, en sorte qu'on puisse aussi combiner deux de différentes paires. On en pourra donc faire 6 combinaisons, & chacune fournira les déterminations suivantes du nombre n, en supposant $m = 1,54$

A & A . . . . $n = 1,225 + \frac{7}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$

B & B . . . . $n = 1,270 + 3\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$

C & C . . . . $n = 1,315 + \frac{5}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$

A & B . . . . $n = 1,2492 + \frac{42}{13}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$

A & C . . . . $n = 1,2775 + \frac{35}{12}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$

B & C . . . . $n = 1,2945 + \frac{30}{11}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$.

XXXI. Mais, si l'on veut examiner la réfraction des milieux extrèmement rares, comme de l'air, ou comprimé, ou rarefié, ou même d'un vuide parfait, enfermé entre les deux ménisques, de sorte qu'il faudroit déterminer la réfraction des rayons, qui passent de l'air ordinaire dans un air, ou comprimé, ou rarefié, ou dans le vuide, alors les ménisques exposés ne seront plus propres. Alors il faudra employer de tels ménisques, dont le rayon de convexité est un peu plus petit, que le rayon de la concavité: les deux ménisques suivans, égaux & semblables entr'eux, paroissent assés propres pour ce dessein:

Rayon de convexité $f = k = 12$ pouces

Rayon de convexité $g = h = 13$ pouces.

Ces ménisques renfermant le milieu proposé, si d'un objet éloigné à la distance $AE = a$, on observe la distance de l'image $DF = c$, la valeur suivante du nombre n donnera la réfraction cherchée

$$n = m - \frac{13}{12}(m-1) + \frac{13}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right) = 0,955 + \frac{13}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)$$

& si l'on ne veut pas négliger les épaisseurs $AB = CD = r$ & $BC = s$

$$n = 0,955 + \frac{13}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right) - 4,22r\left(0,045 - \frac{1}{a}\right)^2 - 4,22r\left(0,22r - \frac{1}{c}\right)^2$$

$$- 1,62s\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right)^2$$

XXXII. Supposons que ce verre composé, & rempli d'un certain air, ait donné la distance $c = 120$ pouces, l'objet étant éloigné à l'infini, & on conclura pour la réfraction de ce milieu

$$n = 0,955 + \frac{13}{240} = 1,009166$$

de sorte que ce milieu soit un air un peu comprimé. Or, si l'on trouvoit la distance c deux fois plus grande, ou $c = 240$ pouce, il en résulteroit

$$n = 0,955 + \frac{13}{480} = 0,982083$$

ce qui marqueroit un air extrémement raréfié : ou bien ce cas ne fera pas même possible, puisqu'on sait que pour le passage de l'air dans le vuide même la valeur de n est plus grande que $1 - \frac{1}{3000}$, ou que $0,999666$. Or on trouveroit $n = 1 - \frac{1}{3000}$, si la distance de l'image c étoit $= 146$ pouces; mais si le verre contenoit de l'air naturel, on trouveroit $c = 144\frac{1}{2}$ pouces, & partant la différence dans la distance c ne monteroit pas à deux pouces. Mais on peut aisément augmenter cette différence en approchant davantage le rayon f du rayon g.

Méthode d'observer la réfraction des rayons de différentes couleurs.

XXXIII. Si l'on met devant le verre objectif à la même distance $AE = a$ successivement des corps teints de diverses couleurs, leurs images seront représentées derriere le verre à diverses distances, selon la diverse réfrangibilité des rayons, à moins que le verre objectif ne soit parfait, ou tel qu'il rassemble tous les rayons également. Ces objec-

jectifs donc, dont j'ai autrefois enseigné la construction, sont les moins propres à ce présent dessein, parce que, de quelque couleur que l'objet soit teint, ils représentent l'image toujours à la même distance : il faut plutôt employer des objectifs d'une nature diamètralement opposée, qui produisent une grande différence dans le lieu des images, quoique la différence dans la réfraction ne soit que très petite. Les objectifs ordinaires représentent bien les images des objets de diverses couleurs à des distances inégales, & c'est en quoi consiste leur principal défaut : mais, à moins que leur distance de foyer ne soit excessive, la différence n'est pas assés sensible, pour qu'on en puisse conclure, moyennant des expériences, assés exactement la différence qui se trouve dans la réfraction.

XXXIV. Il s'agit donc de trouver tels objectifs, qui par rapport à la diffusion, qui vient de la diverse réfrangibilité des rayons soient encore plus défectueux, que les verres simples & ordinaires. Pour cet effet considérons comme ci-dessus en général un verre composé de deux ménisques, dont la cavité soit remplie d'une liqueur transparentes, & que les rayons des deux faces convexes soient f & k. & des deux faces concaves g & h. Soit de plus pour une certaine espece de rayons, la raison de réfraction dans le passage de l'air dans le verre comme m à 1, & de l'air dans la liqueur comme n à 1. Cela posé, si l'objet se trouve devant le verre à la distance $AE = a$, l'image sera représentée derriere le verre à la distance $DF = c$, en sorte qu'il soit :

$$\frac{1}{c} = (m-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m-n)\left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) - \frac{1}{a}$$

en négligeant l'epaisseur du verre.

XXXV. Qu'on mette à présent à la place de l'objet un corps teint d'une autre couleur, dont les rayons souffrent une réfraction différente de celle que je viens de supposer, en passant de l'air tant dans le verre que dans la liqueur. Et j'ai démontré que ces nouvellees raisons

fons de réfraction, au lieu de $m : 1$ & $n : 1$ fe peuvent toujours exprimer en forte

$$m^{1+\alpha} : 1, \& n^{1+\alpha} : 1, \text{ ou } m + \alpha m l m : 1, \& n + \alpha n l n : 1$$

puisque α eft toujours une fraction très petite. Or cette fraction α nous fera connoitre la différence entre la réfraction de ces derniers rayons & les précédens. Soit c' la diftance à laquelle on appercevra à préfent l'image derriere l'objectif, & nous aurons l'équation fuivante:

$$\frac{1}{c'} - \frac{1}{c} = \alpha m l m \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k} - \frac{1}{g} - \frac{1}{h}\right) + \alpha n l n \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right) = \frac{c - c'}{c c'}$$

Donc, pour que la moindre différence dans la réfraction devienne fort fenfible dans la diftance de l'image, il faut que cette quantité

$$m l m \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{k}\right) - (m l m - n l n) \left(\frac{1}{g} + \frac{1}{h}\right)$$

obtienne une valeur affés confidérable, & que la diftance c elle-même provienne auffi fort grande.

XXXVI. Pofons les deux ménisques égaux & femblables entr'eux, de forte que $k = f$ & $h = g$, & que la diftance de l'objet foit quafi infinie; dans ce cas on aura ces deux équations:

$$\frac{1}{c} = \frac{2(m-1)}{f} - \frac{2(m-n)}{g} \;\&\; \frac{c-c'}{c c'} = \frac{2 \alpha m l m}{f} - \frac{2 \alpha (m l m - n l n)}{g}$$

dont la premiere donne

$$\frac{2}{f} = \frac{g + 2(m-n)c}{(m-1)cg} \text{ ou } f = \frac{2(m-1)cg}{g + 2(m-n)c}$$

& fubftituant cette valeur dans l'autre équation, on en tirera

$$c' = \frac{(m-1)cg}{(m-1)g + \alpha m g l m - 2\alpha c\,[m(n-1) l m - n(m-1) l n]}$$

Or

Or, puisqu'on peut regarder la fraction α comme très petite, il y aura fort à peu près :

$$c' = c - \frac{\alpha m l m}{m-1} c + \frac{2\alpha c c}{g}\left(\frac{m(n-1) l m}{m-1} - n l n\right)$$

D'où l'on connoit la différence entre les distances c, c', qui répond à la différence des réfractions renfermée dans la fraction α.

XXXVII. Je remarque ici d'abord deux cas principaux, l'un où $n = m$, & l'autre où $n = 1$. Dans celui-là, ayant la liqueur également réfractive que le verre, notre objectif revient à un ordinaire, dont les deux faces sont convexes, le rayon de l'une & de l'autre étant $f = k = 2(m-1)c$. Dans l'autre cas où $n = 1$, l'espace entre les deux verres ne contient que de l'air, & nous aurons deux verres simples joints immédiatement ensemble, de sorte que $f = \frac{2(m-1)cg}{g+2(m-1)c}$.

Or pour l'un & l'autre cas l'expression $\frac{m(n-1) l m}{m-1} - n l n$ évanouït, & partant, lorsque les rayons de l'objet changent de nature, de sorte que les raisons de réfraction $m:1$ & $n:1$ deviennent $m^{1+\alpha}:1$ & $n^{1+\alpha}:1$, la distance de l'image derriere le verre c' différera en sorte de la distance précédente c, qu'il y aura

$$c' = c - \frac{\alpha m l m}{m-1} c$$

Par conséquent la différence $\frac{\alpha m l m}{m-1} c$ dépend uniquement de la distance c, & ne sauroit être, ni augmentée, ni diminuée, tant que la distance c demeure la même.

XXXVIII. Dans tous les autres cas de la liqueur renfermée entre les deux verres, la quantité $\frac{m(n-1) l m}{m-1} - n l n$ n'évanouït

point, & alors on pourra prendre le rayon des concavités g tel, que la différence entre les diſtances c & c' devienne beaucoup plus grande. Cependant il faut que la valeur de n n'approche point trop, ni de l'unité, ni de m, dont la valeur peut être priſe $= 1, 54$, pour ne pas tomber dans l'inconvenient des deux cas marqués: or il eſt clair, qu'il doit y avoir une valeur de n entre les deux limites 1 & m, qui rendra ladite quantité la plus grande, qu'il ſoit poſſible: & une telle liqueur, ſi l'on en pouvoit trouver une, ſeroit la plus convenable pour cette eſpece d'expériences. Pour trouver ce *maximum*, différentions ladite quantité en poſant n variable, & en égalant le différentiel égal à zero, nous obtiendrons

$$\frac{mlm}{m-1} = ln + 1 \quad \text{\& partant } ln = \frac{mlm}{m-1} - 1$$

d'où l'on tirera aiſément la valeur de n.

XXXIX. Or il faut bien remarquer que les logarithmes, que ces formules renferment, ſont des logarithmes hyperboliques, qu'on trouve des logarithmes tabulaires en multipliant ceux-ci par 2, 302585093, ou en les diviſant par 0, 4342944819. Donc, ſi nous voulons prendre pour lm & ln leurs logarithmes tabulaires, nous les devons multiplier par 2, 302585, ou diviſer par 0, 43429448, & de là nous aurons:

$$ln = \frac{mlm}{m-1} - 0,43429448.$$

Poſons donc $m = 1, 54$, qui eſt la valeur moyenne qui convient à la réfraction du verre, & de là on tirera

$$\frac{mlm}{m-1} = 0,5347833 \quad \text{\& } ln = 0,1004888$$

par conſéquent le nombre $n = 1, 260343$.

Donc, ſi l'on pouvoit trouver une telle liqueur tranſparente, dans laquelle les rayons moyens, qui y entrent de l'air, ſe rompiſſent en ſorte, que le ſinus d'incidence ſeroit au ſinus de réfraction comme 1, 26 à 1, cet-

cette liqueur feroit fans contredit la plus propre pour cette efpece d'expériences.

XL. Mais nous ne connoiffons point de liqueur, qui ait une moindre réfraction que l'eau pure, pour laquelle on peut fuppofer $n = 1\frac{1}{3}$; & partant nous ne faurions mieux arriver à notre but qu'en rempliffant la cavité entre nos deux verres d'eau pure. Pofons donc $m = 1,54$ & $n = 1\frac{1}{3}$: & prenant les logarithmes hyperboliques nous aurons :

$$mlm = 0,664945 \qquad nln = 0,383576$$

& partant $\frac{m(n-1)lm}{m-1} - nln = 0,925884$ & $\frac{mlm}{m-1} = 1,231379$

Donc la diftance de l'image c', qui répond à la réfraction changée, fe trouvera

$$c' = c - 1,231379 . ac + 0,053768 \frac{acc}{g}$$

d'où l'on voit que par un tel verre compofé on peut rendre la différence entre les diftances c & c' beaucoup plus grande que fi l'on fe fervoit de verres fimples ordinaires. Le plus fûr moyen fera de prendre le rayon g fort petit par rapport à la diftance c, & même négatif: mais, ayant donné à g une certaine valeur, celle de f féra

$$f = \frac{3,24cg}{3g+1,24c} = \frac{324cg}{300g+124c}$$

XLI. Jusqu'ici j'ai fuppofé la diftance de l'objet a infinie, mais fi elle eft finie, & la même pour les objets de différentes couleurs, nos formules fe changeront dans les fuivantes

$$f = \frac{2(m-1)acg}{g(a+c) + 2(m-n)ac} \quad \&$$

$$c' = c - \frac{\alpha\, mlm}{m-l} . c\left(1+\frac{c}{a}\right) + \frac{2\alpha cc}{g}\left(\frac{m(n-1)lm}{m-1} - nln\right)$$

 &

& si nous posons pour le verre $m = 1,54$, & pour la liqueur $n = \frac{4}{3}$, nous aurons :

$$f = \frac{324\, acg}{300\,(a+c)g + 124\, ac} \quad \&$$

$$c' = c - 1{,}231379\, ac\left(1 + \frac{c}{a}\right) + 0{,}053768.\ \frac{acc}{g}.$$

d'où l'on voit qu'en approchant l'objet du verre, la différence entre les images deviendra encore plus sensible, supposé qu'on donne aux rayons $g = h$ des valeurs négatives.

XLII. Si l'on se servoit de verres simples, la différence entre les distances c & c' seroit $= 1{,}231379\, ac\left(1 + \frac{c}{a}\right)$, mais, par le moyen des verres composés, on peut faire que cette différence devienne autant de fois plus grande, qu'on voudra. Suppofons qu'elle doive devenir λ fois plus grande, de sorte qu'il y eut

$$c' = c - 1{,}231379\, \lambda\, ac\left(1 + \frac{c}{a}\right)$$

& nous aurons :

$$-1{,}231379\,(\lambda - 1)\left(1 + \frac{c}{a}\right) = 0{,}053768.\ \frac{c}{g}$$

donc $g = -\dfrac{0{,}053768\, ac}{1{,}231379\,(\lambda - 1)(a + c)} = -\dfrac{ac}{23\,(\lambda - 1)(a + c)}$

& substituant cette valeur dans celle de f,

$$f = -\frac{324\, ac}{-300(a+c) + 2852(\lambda-1)(a+c)} = -\frac{ac}{a+c}.\ \frac{324}{2852(\lambda-1) - 300}$$

Ces valeurs se réduisent donc aux formules suivantes :

$$f = -\frac{81}{713\,(\lambda - 1) - 75}\cdot\frac{ac}{a + c}$$

g

$$g = -\frac{1}{23(\lambda - 1)} \cdot \frac{ac}{a+c}$$

& partant tous les deux rayons f & g deviennent négatifs, ayant entr'eux ce rapport

$$f : g = 1863(\lambda-1) : 713(\lambda-1) - 75 = 81 : 31 - \frac{75}{23(\lambda-1)}.$$

XLIII. Les deux verres simples seront donc aussi des ménisques, mais qu'il faut joindre en sorte, que leurs concavités soient tournées en dehors, & les convexités en dedans. Le verre composé est répréſenté dans la 2 figure, où MAMBM & NDNCN sont les deux ménisques luniformes, égaux & semblables entr'eux, entre lesquels l'espace MBMNCN doit être rempli d'eau : & puisque ces deux ménisques ne peuvent être joints par leurs bords, leur jonction se doit faire par le moyen d'une boite, ou d'un bout de tuyau MNMN, auquel on puisse tellement enfermer les deux ménisques, que l'eau entr'eux ne sauroit écouler. Les rayons des faces concaves sont ici plus grands que ceux des faces convexes, & posant la distance de l'objet $AE = a$, si l'on veut que l'image formée par les rayons moyens tombe à la distance $DF = c$, & que pour les autres couleurs le changement de la distance c devienne λ fois plus grand, que si l'on se servoit de verres ordinaires, il faut travailler les faces en sorte : Fig. 2.

le rayon des faces concaves MAM, NDN $= \frac{81}{713(\lambda-1)-75} \cdot \frac{ac}{a+c}$

le rayon des faces convexes MBM, NCN $= \frac{1}{23(\lambda-1)} \cdot \frac{ac}{a+c}$

D'où l'on voit que, plus ce changement doit être grand, & plus les rayons des faces deviendront petits.

XLIV. Puisqu'on doit pouvoir changer l'objet à volonté, on ne sauroit supposer sa distance a infinie ; posons la donc de 100 pieds, ou de 1200 pouces, & qu'on veuille que l'image formée des rayons so-

laires moyens tombe à la distance de 100 pouces, pour avoir $\frac{ac}{a+c} = \frac{1200}{13} = 92\frac{1}{3}$ pouces. Si l'on pose $\alpha = \frac{1}{67}$, laquelle valeur répond à peu près aux rayons solaires extrèmes, le changement qui en résulte dans la distance de l'image, ou la différence $c - c'$ montera à

$$1,231379 \cdot \frac{1}{67} \cdot \frac{13}{12} \cdot \lambda c = 2\lambda \text{ pouces; à cause de } c = 100.$$

Donc, si l'on se servoit de verres ordinaires, où $\lambda = 1$, ce changement dans la distance ne seroit que de 2 pouces. Voyons donc quels doivent être les rayons de nos ménisques, pour que ce changement devienne 2, 3, 4, 5, & 6 fois, & même 12 fois plus grand

Rayon des faces	si $\lambda = 2$	si $\lambda = 3$	si $\lambda = 4$	si $\lambda = 5$	si $\lambda = 6$	si $\lambda = 12$
concaves	11, 72	5, 53	3, 62	2, 69	2, 14	0, 96
convexes	4, 01	2, 00	1, 34	1, 00	0, 80	0, 36½

XLV. On voit de là qu'on ne sauroit augmenter trop ce changement, puisque les faces deviendroient trop courbes, & ne permettroient plus une ouverture suffisante. Il semble qu'il ne feroit pas à propos de donner à λ une plus grande valeur que 3; & on pourra se contenter d'une différence trois fois plus grande, que donnent les verres ordinaires; laquelle sera assés sensible pour nous découvrir la différence dans la réfraction des rayons de diverses couleurs. Ayant donc construit un tel verre, composé de deux ménisques égaux, dont les rayons soient

des faces concaves —— $f = 5\frac{53}{100}$ pouces

des faces convexes —— $g = 2$ pouces,

qu'on expose successivement à une distance donnée $= a$ des objets teints de diverses couleurs unies, & qu'on observe exactement les distances après les verres, où les images se représentent le plus distincte-

tement. Alors on s'appercevra d'une différence affés fenfible dans le lieu des images, felon les diverfes couleurs de l'objet. Car, plus les rayons d'un objet feront réfrangibles, & plus l'image fera approchée du verre.

XLVI. On pourra auffi déterminer la différence, qui fe trouve parmi la réfraction des rayons de différentes couleurs, par le moyen de l'équation

$$\frac{c-c'}{cc'} = \frac{2\alpha m l m}{f} - \frac{2\alpha(mlm-nln)}{g}$$

Car, fi pour une certaine couleur, dont la réfraction dans le verre foit pofée comme $m : 1$, on obferve la diftance de l'image $= c$ pouces, & pour une autre couleur la diftance de l'image $= c'$ pouces, on en trouvera

$$\alpha = \frac{c-c'}{0,0409\,cc'} = 24\tfrac{1}{2}\,\frac{c-c'}{cc}$$

& la réfraction de ces rayons en entrant dans le verre fuivra ce rapport $m^{1+\alpha} : 1$ entre le finus d'incidence & celui de réfraction. Suppofons qu'on ait trouvé la diftance $c = 100$ pouces, & l'autre $c' = 95$ pouces, & on en conclura $\alpha = 24\tfrac{1}{2}.\ \frac{5}{9500} = \frac{1}{77\frac{1}{2}}$, de forte que la raifon de réfraction de ces derniers rayons fera comme $m^{1+\frac{2}{151}}$ à 1, celle des premiers étant comme m à 1.

XLVII. Puisqu'il eft difficile d'exécuter ces ménisques fi exactement felon les proportions prefcrites, & que peut-être ces proportions mêmes ne font pas exactes au dernier point, il pourroit bien arriver que le multiplicateur $24\tfrac{1}{2}$ differât confidérablement de la vérité. Or, pour remèdier à ce défaut, on n'aura qu'à regarder ce multiplicateur comme indéterminé, en pofant :

$$\alpha = \mu.\ \frac{c-c'}{cc'}$$

&

&'à le déterminer par les observations de deux couleurs, dont la différence de réfraction est déjà connue. Pour cet effet on pourroit choisir les deux couleurs extrémes de l'arc en ciel, ou du spectre representé par un prisme sur une surface blanchie. Que c soit la distance de l'image rouge, & c' celle de l'image violette, qui sera plus petite; & on sait que la valeur de α est $= \frac{1}{33\frac{1}{4}} = \frac{4}{133}$. De là on trouvera donc par l'expérience la juste valeur du multiplicateur μ, qui sera $\mu = \frac{4}{133} . \frac{cc'}{c-c'}$.

XLVIII. Or, ayant une fois déterminé cette juste valeur de μ, on pourra employer le même verre composé pour examiner la réfraction de toutes les couleurs simples, tant des rayons solaires, que des corps opaques. On commencera par une couleur dont la réfraction dans le verre est connue, qui soit comme m à 1, & on marquera la distance de l'image après le verre qui soit $= c$; ensuite on placera à la même distance devant le verre un objet teint d'une autre couleur quelconque, & ayant aussi marqué la distance de l'image, qui soit $= c'$, qu'on cherche la valeur du nombre α par la formule

$$\alpha = \mu . \frac{c-c'}{cc'}$$

mettant pour μ la valeur trouvée par les premieres expériences, & on connoitra la réfraction de ces derniers rayons en entrant dans le verre, qui sera comme $m^{1+\alpha}$ à 1. Dans ces observations on n'a pas besoin de mesurer la distance de l'objet $= a$, pourvû qu'elle soit conservée la même dans les expériences qu'on veut comparer ensemble.

XLIX. Ces objectifs présentent donc, comme les ordinaires, les images formées par des rayons plus réfrangibles à des moindres distances

ces

ces du verre, mais avec cet avantage, que la différence dans le lieu des images devient beaucoup plus ſenſible. Cependant on pourroit auſſi former de tels objectifs, qui répréſentaſſent dans un ordre renverſé les images des rayons plus réfrangibles à une plus grande diſtance. Car on n'a qu'à poſer le nombre λ négatif, & ſi l'on veut que le changement dans le lieu des images ſoit λ fois plus grand, qu'en ſe ſervant des verres ordinaires, il faut donner aux rayons f & g des faces des méniſques les valeurs ſuivantes :

$$f = \frac{81}{713(\lambda + 1) + 75} \cdot \frac{ac}{a + c} \;\&\; g = \frac{1}{23(\lambda + 1)} \cdot \frac{ac}{a + c}$$

& ces deux méniſques doivent être joints en ſorte, que leurs faces convexes ſoient tournées en dehors ; mais, pour obtenir un effet auſſi ſenſible qu'avec les précédens, ces rayons deviennent plus petits, & partant leur ouverture trop petite en empêcheroit l'uſage.

L. Dans le deſſein donc, que je me ſuis propoſé ici, les objectifs compoſés de deux méniſques renverſés méritent la préférence, & il ſemble que leur uſage ſe pourra bien exécuter dans une chambre obſcure : où une petite ouverture du verre peut être ſuffiſante pour repréſenter les objets expoſés aſſez clairement, ſurtout lorſqu'ils ſont éclairés par le Soleil. Quand la chambre obſcure eſt aſſez ſpacieuſe, qu'on y puiſſe recevoir les images à une plus grande diſtance qu'à 100 pouces, on pourra donner aux rayons f & g des méniſques de plus grandes valeurs, pourvu qu'on obſerve bien la juſte proportion entr'eux, de ſorte qu'il ſoit $f : g = 553$ à 200. Or, pour que la différence dans le lieu des images devienne plus que deux fois plus ſenſible, qu'en ſe ſervant des verres ordinaires, il faut que $\frac{f}{g}$ ſoit plus petit que 2, 92, mais pourtant plus grand que 2, 61. Mais, plus la valeur de $\frac{f}{g}$ approche de la derniere limite 2, 61, plus les rayons f & g doivent être pris petits, afinque les images ne tombent pas trop loin.

LI. Ayant bien réüssi dans la construction d'un tel verre composé, & préparé une chambre obscure assez profonde pour contenir les images, cet instrument sera fort propre à décider cette importante question ; si les rayons des corps opaques colorés souffrent la même réfraction que les rayons du Soleil de même couleur ? ou s'il se trouve parmi les couleurs une telle ressemblance, comme dans les sons : de sorte qu'il y en ait, par exemple, plusieurs rouges, qui différent entr'elles par octaves ? car alors ces différentes couleurs rouges devroient souffrir de différentes réfractions. On pourroit pour cet effet faire teindre de toutes sortes de couleurs des feuilles de papier, & mettre sur chacune quelque écriture noire, pour être en état de reconnoitre dans la chambre obscure le vray lieu des images, qui sera là, où ces écritures se présentent le plus distinctement. Il faudroit donc successivement exposer toutes ces feuilles colorées devant la chambre obscure, & à une distance fixée, sur l'axe du verre ; & il sera aisé d'observer pour chacune exactement le lieu de l'image, où elle paroitra le plus distinctement présentée sur une surface blanche. La différence qu'on remarquera entre les distances des images du verre, nous découvrira d'abord la différence qui se trouve dans la réfraction de toutes les couleurs différentes, en suivant la régle que j'ai exposée cy-dessus.



SUR

SUR L'ACTION DES SCIES,

PAR M. EULER.

I.

Je ne m'arrêterai pas ici aux ſcies, qui ſont manoeuvrées par des hommes, lesquels en les appliquant plus ou moins fortement au bois, en peuvent modérer l'effet à leur volonté: cette action étant presqu'entierement arbitraire, n'eſt gueres ſuſceptible d'une détermination geométrique. Ce ſeront donc les ſcies miſes en mouvement par quelque machine, qui fourniront le ſujet de mes recherches dans ce Mémoire: & partant je ſuppoſe d'abord que la ſcie ABCD ſe meut conſtamment ſur la même ligne verticale EF, en montant & deſcendant alternativement, par le moyen d'un chaſſis, auquel elle eſt attachée: l'arbre, qui doit être ſcié, tiendra donc une ſituation horizontale, & ſera rapproché à chaque coup de la ſcie, à meſure qu'elle y pénétre, comme cela ſe pratique ordinairement. Le mouvement de la ſcie ſera donc alternatif, & chaque coup ſera composé d'une deſcente & d'une montée: or ce n'eſt que dans la deſcente que la ſcie agit ſur le bois en y pénétrant avec ſes dents, de ſorte qu'elle monte toujours librement, ſans faire des efforts ſur le bois; & pendant ce tems l'arbre ſe rapproche de nouveau de la ſcie, pour en recevoir de nouvelles impreſſions dans le coup ſuivant. Il en eſt de même lorsque pluſieurs ſcies agiſſent à la fois ſur l'arbre, & il ſuffira de ramener l'action d'une ſeule au calcul mécanique.

Fig. 1.

II. Pour connoitre la maniere d'agir d'une ſcie, commençons par la conſidération d'une ſeule dent, dont l'action conſiſte en traçant ſur le bois une rénure jusqu'à une certaine profondeur, & en y ar-

 rachant

rachant les fibres du bois. La résistance que cette action d'une dent rencontre, dépend donc 1°. de la dureté du bois, 2°. de la largeur de la dent, & 3°. de la profondeur à laquelle elle pénétre dans le bois. Pour ce troisième article on voit que la profondeur ne sauroit être, ni trop grande, ni trop petite; car, si elle étoit trop petite, la dent ne couperoit rien du bois, & si elle étoit trop grande, la dent romproit plutôt que de passer par le bois: & partant cette profondeur doit être réglée tant sur la dureté du bois, que sur la force des dents. Cependant, lorsque la dent est capable d'agir sur le bois, la résistance croît évidemment dans une proportion plus grande que celle de la profondeur, à laquelle la dent pénétre dans le bois, & la résistance sera plus que double, lorsque la dent sera enfoncée à une profondeur double: ainsi posant la profondeur, à laquelle la dent pénétre dans le bois, $= \alpha$, & la résistance qu'elle rencontre $= \varrho$, la force ϱ croîtra dans une plus grande raison que α, & sera peut être proportionnelle au quarré de α.

III. Afin que toutes les dents de la scie agissent également sur le bois, il faut que chacune pénétre à la même profondeur: d'où l'on voit que les dents ne sauroient être disposées sur une ligne droite parallele à AC: puisqu'alors ce ne seroit que la premiere dent B, qui agiroit sur le bois, & toutes les suivantes ne feroient que passer librement par la trace de la premiere. Il faut donc que les dents soient disposées sur une ligne BD inclinée à AC, en sorte que la distance d'enhaut CD soit plus grande que celle d'enbas AB, puisque alors chaque dent avancera plus dans le bois, pendant que la scie descend. Donc, pour que toutes les dents travaillent également sur le bois, ou que chacune y pénétre à la même profondeur $= \alpha$, si la distance AB de la premiere dent B à la droite verticale AC, est posée $= k$, la distance de la seconde doit être $= k + \alpha$, celle de la troisième $= k + 2\alpha$, de la quatrième $= k + 3\alpha$, & ainsi de suite. Ainsi, si le nombre de toutes les dents sur la scie BD est $= n$, la distance de la plus haute D, ou derriere CD, doit être $= k + (n-1)\alpha$.

IV.

IV. Posant donc la longueur de la scie AC $= f$, le nombre des dents $= n$, & la profondeur à laquelle pénétre chacune $= \alpha$, la largeur de la scie en bas étant AB $= k$, la largeur d'enhaut sera CD $= k + (n-1)\alpha$. Donc la ligne BD sera convergente avec la verticale AC, & étant prolongée en bas, jusqu'à la concurrence, y feroit un angle dont la tangente seroit $= \frac{(n-1)\alpha}{f}$. Cet angle qui marque l'obliquité de la scie, étant de la derniere importance dans l'action de la scie, je le nommerai $= \zeta$, de sorte que nous ayons tang $\zeta = \frac{(n-1)\alpha}{f}$. Donc, sachant la longueur de la scie AC $= f$, & le nombre des dents $= n$, la profondeur à laquelle pénétre chaque dent dans le bois sera $\alpha = \frac{f \text{ tang } \zeta}{n-1}$, & à chaque coup de scie, supposé que toutes les dents passent par le bois, il en sera scié à la profondeur $n\alpha = \frac{nf \text{ tang } \zeta}{n-1}$: & puisque le nombre des dents est ordinairement assez grand pour qu'on puisse mettre l'unité pour la fraction $\frac{n}{n-1}$, cette profondeur sera assez exactement $= f$ tang ζ; laquelle sera donc l'effet de chaque coup de la scie.

V. Puisque chaque dent, en agissant sur le bois, y rencontre une résistance $= \varrho$, si le nombre des dents qui travaillent à la fois sur le bois est $= \nu$, la résistance sera $= \nu\varrho$. Or, supposant que la partie de la scie PQ $= z$ agisse sur le bois, puisque la longueur entiere f contient n dents, la partie z en contiendra $\frac{nz}{f}$, & partant la résistance sera $= \frac{nz\varrho}{f}$: avec laquelle la scie pénétrera dans le bois à la profondeur $\nu\alpha = \frac{nz\alpha}{f} = z$ tang ζ, à cause de $n\alpha = f$ tang ζ. Donc,

si nous posons la résistance de la scie entiere $= R$, qu'elle éprouveroit, si toutes les dents étoient à la fois en action. S'il n'y en a qu'une partie $PQ = z$, qui est en action, la résistance sera $= \frac{z}{f} R$.

Or, puisque $R = n\varrho = \frac{f\varrho \text{ tang } \zeta}{\alpha}$, cette résistance sera $= \frac{z\varrho \text{ tag } \zeta}{\alpha}$.

Je poserai de plus la profondeur f tang ζ, à laquelle la scie pénétre à chaque coup $= c$, pour abréger le calcul, de sorte que f tang $\zeta = c$, ou tang $\zeta = \frac{c}{f}$. Donc, lorsque une partie de la scie $PQ = z$ est appliquée au bois, la pénétration aura la profondeur $= \frac{cz}{f}$, & la résistance $= \frac{\varrho}{\alpha} \cdot \frac{cz}{f} = \frac{c\varrho}{\alpha} \cdot \frac{z}{f}$, ou $\frac{c\varrho}{\alpha}$ marque une force, qui dépend de la constitution de la scie, & peut être regardée comme connue.

VI. Après ces réflexions générales sur l'action d'une scie, je m'en vai considérer la manœuvre suivante. La scie étant chargée d'un poids suffisant, descend par sa pesanteur naturelle, sans qu'aucune autre force la pousse en bas; c'est donc tant par l'impulsion que par la gravité, qu'elle agit sur le bois, & pour que la premiere action commence d'abord avec un certain degré de vitesse, on fait en sorte, que la scie tombe au commencement librement par une certaine hauteur, avant que ses dents atteignent le bois: ce n'est donc qu'après cette premiere chûte que l'action de la scie sur le bois commence. Or alors il faut distinguer trois tems; le premier depuis l'entrée de la dent B dans le bois jusqu'à sa sortie, supposé que la longueur de la scie surpasse l'épaisseur de l'arbre. Le second tems dure depuis la sortie de la dent B, jusqu'à ce que la derniere dent D entre dans le bois: & pendant ce tems l'arbre est scié par toute son épaisseur. Le troisième tems enfin commence lorsque la derniere dent D entre dans le bois, & finit

il lors-

lorsqu'elle en fort. Dans ces trois tems donc, toute la scie passe par l'arbre, & y fait une incision à la profondeur $c = f \tang \zeta$.

VII. Connoissant maintenant l'effet d'une descente entiere de la scie sur le bois, voyons combien de tems la scie mettra à achever une telle descente. Pour cet effet on n'aura qu'à calculer la durée de chacun des trois tems marqués. Or, comme ces trois tems sont précédés de la chûte libre de la scie, qui se fait, comme nous supposons, avant qu'elle attaque le bois, soit a la hauteur de cette chûte, & on sait que le tems de cette chûte sera exprimé par $2\sqrt{a}$. Ou bien, prenant g pour la hauteur, par laquelle un corps pesant tombe dans une seconde, cette chûte durera $\sqrt{\frac{a}{g}}$ secondes, & après cette chûte la scie frappera le bois avec une vitesse due à la hauteur a: ou bien la premiere dent B agira avec cette vitesse sur le bois. Voilà donc déjà une partie du tems de la descente, qui est celle de la chûte libre, & qui dure $\sqrt{\frac{a}{g}}$ secondes.

VIII. Pour trouver maintenant la durée du premier tems de l'action de la scie; soit l'épaisseur de l'arbre $MN = GH = b$: & qu'après un tems t la premiere dent B se soit enfoncée depuis G jusqu'à B par l'espace $GB = z$: & soit la vitesse de la scie en cet instant due à la hauteur $= v$. Soit de plus le poids entier de la scie $= P$, qui marque en même tems son inertie: & la résistance que la scie rencontre dans cet état, sera $= \frac{z\varrho \tang \zeta}{a} = \frac{c\varrho}{a} \cdot \frac{z}{f}$. Posons le coefficient constant $\frac{\varrho}{a} \tang \zeta = N$, pour avoir la résistance $= Nz$; & les principes de Mécanique nous fourniront l'équation suivante: Fig. 2.

$$P\,dv = (P - Nz)\,dz \quad \text{ou} \quad dv = dz\left(1 - \frac{Nz}{P}\right).$$

dont

dont l'intégrale, à cause de $v = a$, lorsque $z = 0$, sera

$$v = a + z - \frac{Nzz}{2P}.$$

Donc, au bout du premier tems, lorsque la dent B sera parvenue jusqu'à H où $z = b$, la vitesse de la scie sera duë à la hauteur $= a + b - \frac{Nbb}{2P}$.

IX. Soit encore pour abréger $\frac{P}{N} = e$, ou bien $e = \frac{aP}{\rho \tang \zeta}$: & nous aurons $v = a + z - \frac{zz}{2e} = \frac{2ae + 2ez - zz}{2e}$: de là nous trouverons l'élément du tems $dt = \frac{dz\sqrt{2e}}{\sqrt{(2ae + 2ez - zz)}}$, dont l'intégration dépend du cercle. Or, puisque $t = 0$, lorsque $z = 0$, on trouvera

$$t = \sqrt{2e}\left(\text{A sin.} \frac{z - e}{\sqrt{(2ae + ee)}} + \text{A sin} \frac{e}{\sqrt{(2ae + ee)}}\right)$$

ou bien

$$t = \left(\text{A sin.} \frac{e}{\sqrt{(2ae + ee)}} - \text{A sin.} \frac{e - z}{\sqrt{(2ae + ee)}}\right)\sqrt{2e}.$$

Donc la durée de ce premier tems de l'action de la scie, posant $z = b$, sera

$$= \left(\text{A sin.} \frac{e}{\sqrt{(2ae + ee)}} - \text{A sin} \frac{e - b}{\sqrt{(2ae + ee)}}\right)\sqrt{\frac{e}{2g}} \text{ secondes.}$$

ou bien

$$= \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{2g}}. \text{ A sin} \frac{e\sqrt{(2ae + 2be - bb)} - (e - b)\sqrt{2ae}}{2ae + ee} \text{ secondes.}$$

X.

X. Au bout de ce premier tems, la premiere dent sera parvenüe jusqu'en H avec une vitesse duë à la hauteur $= a - b - \frac{bb}{2e}$. Qu'elle soit donc descendue outre par l'espace HB $= z$ dans le tems $= t$; & que la vitesse de la scie soit dans cet instant duë à la hauteur $= v$. Puisque toute l'épaisseur de l'arbre est attaquée par la scie, la résistance sera $= Nb$, & nous aurons cette équation :

$$dv = dz\left(1 - \frac{Nb}{P}\right) = dz\left(1 - \frac{b}{e}\right) \text{ à cause de } \frac{P}{N} = e;$$

d'où nous tirons par l'intégration :

$$v = a + b - \frac{bb}{2e} + \left(1 - \frac{b}{e}\right)z.$$

Or, à cause de la longueur de la scie BD $= f$, nous aurons DH $= f - z$, & DG $= f - b - z$, quantité, qui évanouit au bout du second tems : ce qui arrivera lorsque $z = f - b$. Donc au bout de ce tems la vitesse de la scie sera duë à la hauteur

$$= a + \frac{bb}{2e} + f\left(1 - \frac{b}{e}\right).$$

XI. Pour la durée de ce second tems, nous n'avons qu'à intégrer cette formule :

$$dt = \frac{dz}{\sqrt{v}} = \frac{dz\sqrt{2e}}{\sqrt{(2ae + 2be - bb + 2(e-b)z)}}$$

dont l'intégrale sera

$$t = \frac{\sqrt{2e}}{e-b}\left(\sqrt{(2ae - 2be - bb + 2(e-b)z)} - \sqrt{(2ae + 2be - bb)}\right)$$

Posant donc $z = f - b$, la durée de ce second tems sera :

$$\frac{\sqrt{2e}}{2(e-b)\sqrt{g}}\left(\sqrt{(2ae + bb + 2(e-b)f)} - \sqrt{(2ae + 2be - bb)}\right) \text{ secondes.}$$

S'il

S'il étoit $e = b$, on auroit $t = \frac{z V 2}{V(2a+b)}$, & la durée du second tems feroit de $\frac{f-b}{V 2g(2a+b)}$ fecondes.

XII. Le troifième tems a donc commencé, lorsque la derniere dent A entre dans le bois en G avec une viteffe duë à la hauteur $a + \frac{bb}{2e} + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)$. Suppofons que depuis ce moment la dent D foit defcendue par l'efpace GD $= z$ pendant le tems t, & que fa viteffe foit alors duë à la hauteur $= v$. Puisque la fcie n'eft alors appliquée qu'à l'efpace DH $= b - z$, la réfiftance fera $= N(b-z) = \frac{P(b-z)}{e}$ & partant nous aurons cette formule différentielle

$$dv = dz\left(1 - \frac{(b-z)}{e}\right) = \frac{dz(e-b+z)}{e}$$

dont l'intégrale fera :

$$v = a + \frac{bb}{2e} + f\left(1 - \frac{b}{e}\right) + \left(1 - \frac{b}{e}\right)z + \frac{zz}{2e}$$

Et comme le troifième tems finit lorsque $z = b$, la viteffe de la fcie au bout de ce tems fera duë à la hauteur $= a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)$.

XIII. Pour la durée on aura

$$dt = \frac{dz}{Vv} = \frac{dz V 2e}{V(2ae + bb + 2f(e-b) + 2(e-b)z + zz)}$$

dont l'intégrale dépendant des logarithmes fera

$$t = V 2e. \, l \frac{z + e - b + V(2ae + bb + 2f(e-b) + 2(e-b)z + zz)}{e - b + V(2ae + bb + 2f(e-b))}$$

Et

Et partant la durée du troisième & dernier tems sera

de $\frac{Ve}{V2g}$ $l \frac{e + V(2ae + 2be + 2f(e-b))}{e-b + V(2ae + bb + 2f(e-b))}$ secondes.

Voilà donc la durée de chacun de nos trois tems exprimée en secondes, d'où l'on tirera aisément le tems entier, que chaque descente de la scie dure : pendant lequel l'arbre est scié à la profondeur $c = f$ tang ζ.

XIV. La somme de tous ces tems, ou le tems d'une descente entiere de la scie, sera donc exprimée en minutes secondes par la formule suivante :

$$V\frac{a}{g} + V\frac{e}{2g}.\left(\text{A fin} \frac{e}{V(2ae+ee)} - \text{A fin.} \frac{e-b}{V(2ae+ee)}\right)$$

$$+ V\frac{e}{2g}. \quad \frac{V(2ae+bb+2f(e-b)) - V(2ae+2be-bb)}{e-b}$$

$$+ V\frac{e}{2g}. \quad l\frac{e+V(2ae+2be+2f(e-b))}{e-b+V(2ae+bb+2f(e-b))}$$

Or pour la quantité $e = \frac{\alpha P}{\varrho \,\text{tang}\, \zeta}$; à cause de tang $\zeta = \frac{c}{f}$, nous aurons $e = \frac{\alpha f P}{\varrho c}$; mais cette quantité se connoitra plus commodément par la résistance que la scie rencontre, étant engagée par toute sa longueur f dans le bois : supposons que cette résistance soit $=$ R, & ayant $R = Nf = \frac{Pf}{e}$, nous en tirerons $e = \frac{P}{R} f$: donc il y aura $R = \frac{c}{\alpha} \varrho$, où ϱ marque la résistance d'une dent qui a pénétré dans le bois à la profondeur $= \alpha$.

XV. Mais il ne faut pas oublier ici une circonstance bien essentielle, qui est que toutes ces formules ayent des valeurs réelles, ce qui ne manquera pas d'arriver, pourvu que la vitesse de la scie à chaque instant soit réelle, ou bien la hauteur due à la vitesse toujours positive. D'abord donc il faut qu'il soit $a + b > \frac{bb}{2e}$, & en second lieu $a + \frac{bb}{2e} + f\left(1 - \frac{b}{e}\right) > 0$, & en troisième lieu $a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right) > 0$: où il est clair, que toutes ces conditions ont lieu, lorsque $b < e$; mais, lorsque $b > e$, il ne suffit pas que ces trois égalités subsistent, il faut outre cela que la valeur générale de v pour le troisième tems qui est $v = a + \frac{bb}{2e} - f\left(\frac{b}{e} - 1\right) - z\left(\frac{b}{e} - 1\right) + \frac{zz}{2e}$, demeure positive, quelque valeur moyenne entre 0 est b qu'on donne à z, puisque des valeurs moyennes rendent v plus petit, que ou $z = 0$ ou $z = b$; or la plus petite valeur résulte en posant $z = b - e$, & alors il devient $v = a + b - \frac{1}{2}e - f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$. Il faut donc qu'il soit $a + b > \frac{1}{2}e + f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$: & cette condition étant remplie, les deux dernieres le seront aussi.

XVI. On aura donc deux cas à considérer, l'un ou $b < e$, & l'autre ou $b > e$; dans le premier cas la vitesse de la scie est toujours réelle, quand même la hauteur de la chûte libre évanouiroit. Or, pour que le second cas devienne possible, il faut que ces deux conditions ayent lieu.

I. $a + b > \frac{bb}{2e}$ & II. $a + b > \frac{1}{2}e + f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$

La premiere condition a toujours lieu, pourvû que b ne soit pas plus grand que $2e$, quelque petite que soit la hauteur a: mais lorsque

b

$b > 2e$, il faut qu'il soit $a > \frac{b(b-2e)}{2e}$. Pour l'autre condition, soit $b = e + k$, & on aura :

$a + \frac{1}{2}e + k > \frac{fk}{e}$; or f étant par hypothese plus grand que b, si nous posons $f = e + k + i$, il faut qu'il soit $a + \frac{1}{2}e > \frac{k(k+i)}{e}$. A moins que ces deux conditions n'ayent lieu, la scie ne passera pas entierement par le bois, mais sera arrêtée quelque part dans sa descente ; ce qui peut arriver, ou lorsque l'arbre est trop épais, ou lorsque la scie est trop longue.

XVII. Considérons le cas où $b = e$, qui aura lieu lorsque le poids de la scie P est rendu tel, que $P = \frac{b}{f}R$: & alors le tems de toute la descente de la scie sera exprimé en sorte en secondes :

$$\sqrt{\frac{a}{g}} + \sqrt{\frac{b}{2g}}.\,A\sin\sqrt{\frac{b}{2a+b}} + \frac{f-b}{\sqrt{2g(2a+b)}} + \sqrt{\frac{b}{2g}}.\,l\frac{\sqrt{b}+\sqrt{(2a+2b)}}{\sqrt{(2a+b)}}$$

& cette expression sera toujours réelle, quelques valeurs que puissent avoir les quantités a, b, & f. Et si la hauteur de la premiere chûte s'évanouissoit, le tems de la descente de la scie deviendroit

$$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{b}{2g}} + \frac{f-b}{\sqrt{2gb}} + \sqrt{\frac{b}{2g}}.\,l(1+\sqrt{2}) \text{ secondes.}$$

Puisque R marque la résistance que la scie rencontreroit, si elle étoit engagée par toute sa longueur, l'expression $\frac{b}{f}$ R marquera la résistance que la scie rencontre actuellement pendant le second tems, où elle travaille sur toute l'épaisseur du bois, qui est $= b$: c'est donc la plus grande résistance que la scie rencontre en sciant l'arbre, & ce cas porte que le poids de la scie soit précisément égal à cette plus grande résistance.

XVIII. En général donc, puisque $P = \frac{e}{f} R$, le poids de la scie P est supposé égal à la résistance de la scie, si une partie de la longueur $= e$ étoit engagée dans le bois. Donc, si e est plus grand que b, le poids de la scie est plus grand, que la plus grande résistance de la scie, en sciant l'arbre de l'épaisseur $= b$. Dans ce cas donc la scie est toujours capable de vaincre la résistance, & elle descendra même d'un mouvement accéléré, quand même la hauteur de la chûte a évanouiroit. Mais, lorsque e est moindre que b, la résistance en sciant le bois surpassera le poids de la scie : & partant le mouvement sera retardé pendant le second tems, où l'arbre est scié par toute son épaisseur : & comme nous avons vu, ce cas ne sauroit réüssir, à moins que ces deux conditions n'ayent lieu :

$$a + b > \frac{bb}{2e} \text{ \& } a + b > \tfrac{1}{2} e + f\left(\frac{b}{e} - 1\right) \text{ ou } f < \frac{e(a + b - \frac{1}{2}e)}{b - e}$$

XIX. Puisque dans ce cas $e < b$, à moins qu'il ne soit $e < \frac{1}{2} b$, on pourra se passer de la chûte initielle, ou poser la hauteur $a = 0$ pourvû que la scie ne soit pas trop longue ; ou bien il faut que la longueur de la scie soit moindre que $\frac{b - \frac{1}{2}e}{b - e} e$. Donc, puisque $e > \frac{1}{2} b$, ou $b < 2e$, nous aurons pour les différentes valeurs de e les limites suivans de la longueur de la scie f,

$$e = \tfrac{1}{2}b;\ \tfrac{2}{3}b;\ \tfrac{3}{4}b;\ \tfrac{4}{5}b;\ \tfrac{5}{6}b;\ \tfrac{6}{7}b;\ \tfrac{7}{8}b;\ \tfrac{8}{9}b;\ \ldots\ b$$

$$f < \tfrac{3}{4}b;\ \tfrac{4}{3}b;\ \tfrac{15}{8}b;\ \tfrac{12}{5}b;\ \tfrac{35}{12}b;\ \tfrac{24}{7}b;\ \tfrac{63}{16}b;\ \tfrac{40}{9}b;\ \ldots\ \infty\ b$$

Donc, puisque la longueur de la scie f surpasse nécessairement l'épaisseur de l'arbre b par hypothese, le cas $e = \frac{1}{2} b$, & $a = 0$ ne sauroit avoir lieu, & il faut qu'il soit $e > \frac{b}{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$, ou à peu près $e > \frac{17}{29} b$: car si $e = \frac{b}{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$ on trouvera $f < b$: & si $e = b[n + 1 - \sqrt{(nn + 1)}]$

on

on obtient $f < nb$. Donc, si l'on veut qu'il fût $f = nb$, il faut qu'il soit $e > b\,[n + 1 - \sqrt{(nn + 1)}]$ & partant pour qu'il soit $f = 2b$, il doit être $e > (3 - \sqrt{5})b$ ou $e > \frac{13}{17}b$; & lorsque cette condition n'a pas lieu, il faut absolument, que l'opération de la scie commence par une chûte libre de la hauteur $a > \frac{1}{2}e + \frac{2bb}{e} - 3b$, posant $f = 2b$. Ainsi, s'il étoit $e = \frac{2}{3}b$, il devroit être $a > \frac{1}{3}b$.

XX. Après ces recherches sur l'action de la scie, & le tems qu'elle employe à achever une descente, considérons la hauteur entiere, par laquelle la scie est descendue, qui est $= a + b + f$: c'est donc sur cette hauteur, qu'il faut régler le chassis, dans lequel la scie est enchassée : & pendant cette descente l'arbre est scié à la profondeur $= c = f \tang \zeta$, de laquelle dépend la résistance $R = \frac{c\varrho}{\alpha}$, où ϱ marque la résistance d'une seule dent de la scie, supposé qu'elle pénétre à la profondeur $= \alpha$. D'où l'on voit que, plus la quantité c sera grande, & plus aussi sera grande la résistance R ; dont il faut savoir le rapport au poids de la scie P, selon les circonstances que je viens de remarquer. Or après cette descente il faut remonter la scie par la même hauteur $a + b + f$, à quoi il faut employer des forces étrangeres, où il faut avoir égard à la quantité de ces forces, & au tems qu'elles y employent, qui étant ajouté à celui de la descente de la scie, doit être comparé avec l'effet que la scie produit sur le bois pendant sa descente.

XXI. Or, avant que de remonter la scie, il faut avoir égard à la vitesse, qu'elle aura acquise en sortant du bois, & nous avons vu que cette vitesse est duë à la hauteur $a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)$ ou $a + b - f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$: car ce mouvement doit être amorti avant qu'on puisse remonter la scie. Pour cet effet la scie doit rencontrer en sortant du bois un obstacle mol & élastique, sur lequel

tom-

tombant elle perde son mouvement, & qu'elle en soit relevée à quelque hauteur pour faciliter ensuite l'opération, par laquelle elle doit être remontée à sa premiere hauteur. Or on voit que cette vitesse est toujours assez considérable, lorsque $b < e$, puisqu'elle est alors plus grande que $\sqrt{(a+b)}$; mais, lorsque $b > e$, à cause de $a + b > \frac{1}{2} e + f\left(\frac{b}{e} - 1\right)$, elle est plus grande que $\sqrt{\frac{1}{2}e}$: de sorte que ce dernier cas aura l'avantage sur le premier, que le mouvement descendant de la scie sera plutôt anéanti.

Fig. 5. XXII. Supposons donc que la scie ayant passé par le bois tombe d'abord en E sur un corps élastique ou sur un levier à ressort: au premier instant donc elle ne rencontrera aucune résistance, mais à mesure qu'elle déprime ce corps, la résistance croît en même raison. Que Q exprime la résistance, que la scie rencontreroit, si elle s'étoit enfoncée dans ce corps jusqu'à la profondeur EK $= k$, & à toute autre dépression EV $= z$, la résistance sera $= \frac{Qz}{k}$. Soit donc v la hauteur due à la vitesse, que la scie aura en V, & puisqu'elle tombe par son poids $=$ P, on aura

$$dv = dz\left(1 - \frac{Qz}{Pk}\right), \text{ donc } v = a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right) + z - \frac{Qzz}{2Pk}:$$

de sorte qu'elle perdra son mouvement s'étant enfoncée à la profondeur

$$EO = \frac{Pk}{Q} + \sqrt{\left(\frac{PPkk}{QQ} + \frac{2Pk}{Q}\left(a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)\right)\right)}$$

XXIII. Or le tems de cet enfoncement sera $=$

$$\frac{\sqrt{2Pk}}{\sqrt{Q}} \int \frac{dz}{\sqrt{\left(\frac{2Pk}{Q}\left(a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)\right) + \frac{2Pk}{Q}z - zz\right)}}$$

donc

donc ce tems entier en secondes se trouvera par l'intégration

$$\frac{\sqrt{Pk}}{\sqrt{2Qg}}\left(\frac{\pi}{2} + \text{A sin} \sqrt{\frac{1}{\left(1 + \frac{2Q}{Pk}\left(a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)\right)\right)}}\right)$$

D'où l'on voit que ce tems sera d'autant plus long, plus la quantité Q, ou la force élastique du levier, sera petite. Il conviendra donc de donnes à ce levier un aussi grand ressort qu'il sera possible, de maniere pourtant que le choc n'en devienne pas trop rude: & il n'y aura point de danger de faire en sorte que $\frac{2Q}{k}\left(a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)\right)$ devienne incomparablement plus grand que P; & dans ce cas le tems trouvé sera de $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{Pk}{2Qg}}$ secondes: & partant, puisque g est ordinairement plus grand que $a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)$, ce tems pourra être fort au dessous d'une seconde; de sorte que nous le pourrons négliger entierement dans le calcul.

XXIV. Le mouvement de la scie sera donc tout à fait anéanti, lorsqu'elle sera descenduë outre l'espace $a + b + f$ par l'espace EO, qui sera fort à peu près $= \sqrt{\frac{2Pk}{Q}\left(a + b + f\left(1 - \frac{b}{c}\right)\right)}$, si $\frac{2Q}{Pk}\left(a + b + f\left(1 - \frac{b}{e}\right)\right)$ est, comme nous supposons, un nombre très grand. Or alors cet espace EO sera si petit, que nous le pourrons négliger sans faute dans l'action destinée pour remonter la scie. Car, quoique la scie doive être remontée par la hauteur $= a + b + f + \text{EO}$, le même ressort du levier aidera cette opération, de sorte que si nous regardons aux forces étrangeres, qui y sont nécessaires, ce sera à peu près la même chose, que si la scie ne devoit être élevée que par la hauteur $= a + b + f$.

XXV.

XXV. Suppoſons donc qu'on veuille employer pour remonter la ſcie, la force de m hommes, dont chacun travaille avec une viteſſe dont il parcoure un eſpace $= s$ par ſeconde : & que la force de chacun vaille un poids $=$ S. Donc la force de tous les m hommes étant $= m$ S, pour qu'elle ſoit en équilibre avec le poids de la ſcie P, la machine, à laquelle les hommes travaillent, doit être tellement appliquée à la ſcie, que la ſcie ſoit élevée à la hauteur $= \frac{mSs}{P}$ par ſeconde. Par conſéquent, pour lever la ſcie à la hauteur $= a + b + f$, il faut que les m hommes travaillent pendant le tems de $\frac{P(a+b+f)}{mSs}$ ſecondes. Or pendant ce tems il faut non ſeulement remonter la ſcie, mais il faut auſſi vaincre le frottement, qui pourra ſe trouver dans le mouvement de la ſcie ; & ſurtout il faut auſſi avancer l'arbre horizontalement par l'eſpace $= e$, afin que la ſcie y ait priſe dans la deſcente ſuivante. Il faudroit donc que chaque homme apportât un peu plus de force, que nous n'avons ſuppoſé, pour produire ce plus grand effet.

XXVI. On voit bien qu'il ſeroit inutile, ſi nous voulions tenir compte plus exactement de la force, qui eſt requiſe pour avancer l'arbre, pendant chaque montée de la ſcie, puiſque d'un côté cette force dépend du poids de l'arbre & de la manœuvre dont on ſe ſert pour ce deſſein : & d'un autre côté la force des hommes, qui doit produire cet effet, n'eſt pas tellement déterminée, qu'elle ne ſouffre une latitude aſſez conſidérable, tant par rapport à l'effort S même qu'à la viteſſe s dont ils agiſſent. A' cauſe de ce défaut de détermination le plus ſeur moyen ſera donc de donner aux quantités S & s des valeurs un peu plus petites, que les hommes n'en exercent ordinairement; afin que la partie négligée ſoit ſuffiſante, tant pour vaincre le frottement, que pour avancer l'arbre autant qu'il faut à chaque coup de la ſcie.

XXVII. Le tems de chaque coup de la ſcie ſera donc composé du tems de la deſcente de la ſcie, & de celui de la montée ; & partant

po-

posant ce tems $= T$ secondes, nous aurons en combinant ce qui vient d'être trouvé :

$$T = \sqrt{\frac{a}{g}} + \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot \left(\text{A} \sin \frac{e}{\sqrt{(2ae+ee)}} - \text{A} \sin \frac{e-b}{\sqrt{(2ae+ee)}} \right)$$

$$+ \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot \frac{\sqrt{[2ae+bb+2f(e-b)]} - \sqrt{(2ae+2be-bb)}}{e-b}$$

$$+ \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot l \frac{e + \sqrt{[2ae+2be+2f(e-b)]}}{e-b+\sqrt{[2ae+bb+2f(e-b)]}}$$

$$+ \frac{P(a+b+f)}{mSs} \text{ secondes.}$$

Donc, puisque dans chaque T l'arbre est scié à la profondeur $= e = f$ tang ζ : pendant un tems donné Θ, l'arbre sera scié à la profondeur $= \frac{\Theta}{T} f$ tang ζ : & ce sera aussi l'effet de la force de m hommes, qu'ils sont capables de produire pendant le tems donné Θ.

XXVIII. De là on voit que cet effet peut être très différent selon les diverses déterminations des quantités a, e, f, & P, pendant que l'épaisseur de l'arbre b, l'obliquité de la scie ζ, & la force des hommes, demeurent les mêmes : de sorte qu'il sera possible de donner en chaque cas aux lettres a, e, f & P, de telles valeurs que l'effet $\frac{\Theta}{T} f$ tang ζ produit dans un tems donné Θ soit le plus grand. Or il faut remarquer que les quantités e & P dépendent tellement l'une de l'autre, que le poids entier de la scie P est supposé égal à la résistance, que la scie éprouveroit, si une partie de la longueur $= e$ étoit engagée dans le bois : & ensuite la résistance dépend tant de la dureté du bois, que de l'angle ζ, & il n'y a pas d'autre moyen que l'expérience, d'où l'on puisse déterminer cette quantité.

XXIX. On pourra d'abord demander quelle sera la chûte libre, ou la hauteur a la plus avantageuse, les autres quantités demeurant les mêmes, pour que l'effet de la scie $\frac{\Theta}{T} f \operatorname{tang} \zeta$ devienne le plus grand: on n'aura pour cet effet, qu'à différentier la formule T, en ne supposant que la quantité a variable, & poser le différentiel $= 0$. Or cette opération donnera:

$$\frac{dT}{da} \sqrt{\frac{2g}{e}} = \frac{\sqrt{2ae}}{2ae+ee} - \frac{\sqrt{(2ae+2be-bb)}}{(2a+e)(e-b)} + \frac{e\sqrt{[2ae+bb+2f(e-b)]}}{(e-b)[2ae+2be-ee+2f(e-b)]}$$
$$- \frac{ee}{[2ae+be-ee+2f(e-b)]\sqrt{[2ae+2be+2f(e-b)]}} + \frac{P}{mSs}\sqrt{\frac{2g}{e}}.$$

Mais le cas où $e = b$, qui a quelque chose de singulier, donne:

$$\frac{dT}{da} \sqrt{\frac{2g}{b}} = \frac{\sqrt{2ab}}{2ab+bb} - \frac{b+f}{(2a+b)\sqrt{(2ab+bb)}} - \frac{b}{(2a+b)\sqrt{(2ab+2bb)}} + \frac{P}{mSs}\sqrt{\frac{2g}{b}}.$$

Or on voit bien, que si l'on vouloit de là déterminer la quantité a, on seroit obligé de s'engager en des calculs extrèmement embrouillés.

XXX. Cependant il est évident, que ce différentiel évanouiroit, si l'on mettoit la hauteur a infinie: mais dans ce cas, quoique le tems de la descente deviendroit infiniment petit, celui de la montée $\frac{P(a+b+f)}{mSs}$ seroit sans doute infini; & partant ce cas donneroit plutôt un *maximum*, qu'un *minimum*. D'où je conclus que, pour produire le plus grand effet, il faut rendre la hauteur a aussi petite qu'il est possible: car, puisque le tems de la montée surpasse ordinairement le tems de la descente, une plus grande hauteur a augmenteroit beaucoup plus le tems de la montée, qu'elle ne diminueroit celui de la descente. Or, supposant la hauteur a évanouissante, ou extrèmement petite, le tems d'un coup de la scie sera:

T =

$$T = \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - A\sin\frac{e-b}{e}\right) + \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot \frac{\sqrt{[bb+2f(e-b)]} - \sqrt{(2be-bb)}}{e-b}$$

$$+ \sqrt{\frac{e}{2g}} \cdot l\frac{e+\sqrt{[2be+2f(e-b)]}}{e-b+\sqrt{[bb+2f(e-b)]}} + \frac{P(b+f)}{mSs}$$

Et si outre cela $e = b$, ce tems sera exprimé en sorte :

$$T = \sqrt{\frac{b}{2g}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{f-b}{b} + l(1+\sqrt{2})\right) + \frac{P(b+f)}{mSs} \text{ secondes.}$$

XXXI. Pour mieux connoitre la nature de cette formule, faisons en l'application à quelques cas. Soit donc

I. $a = 0$; $b = 1$; $e = 1$; $f = 3$ en pieds, en sorte que $g = 15,625$ & nous aurons par la derniere formule le tems d'un coup de scie

$$T = \frac{\frac{1}{2}\pi + 2 + l(1+\sqrt{c})}{\sqrt{31,25}} + \frac{4P}{mSs} = 0,79643 + \frac{4P}{mSs} \text{ secondes.}$$

Où il faut remarquer, que $l(1+\sqrt{2})$ signifie le logarithme hyperbolique de $1+\sqrt{2}$, qui est $= 0,881373$. Ainsi dans ce cas le tems d'une descente de la scie sera environ de $\frac{4}{5}$ secondes ; & le tems d'une montée de $\frac{4P}{mSs}$ secondes. Et partant, si Θ marque le tems d'une heure, ou de 3600 secondes, & que ζ soit l'obliquité de la scie, l'arbre sera scié pendant une heure à la profondeur de

$$\frac{3600 \cdot 3 \tang \zeta}{0,79643 + \frac{4P}{mSs}} \text{ pieds.}$$

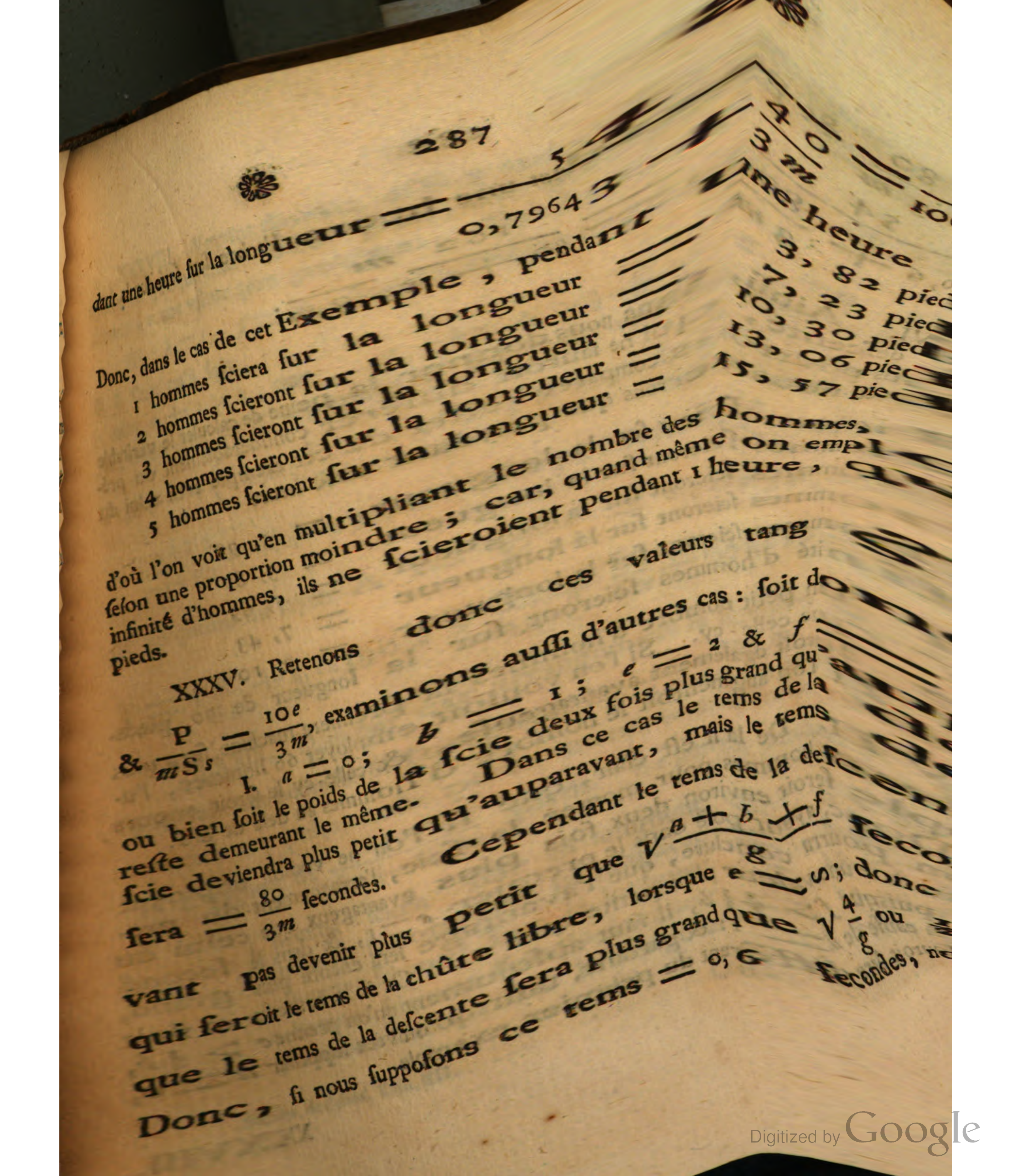
XXXII. Or, pour connoitre à peu près le poids P, ou la résistance, que la scie rencontre étant engagée par la longueur d'un pied dans le bois, consultons une expérience, par laqu'elle on a trouvé que trois hommes sont capables de scier une piece de bois de chêne verd d'un pied d'epaisseur, sur la longueur de 10 pieds. De là posant

$m =$

$m = 3$, $s = 2$ pieds, & $S = 30$ lb, on aura $\dfrac{10800 \text{ tang } \zeta}{0,79643 + \frac{1}{45} P} = 10$, donc $1080 \text{ tang } \zeta = 0,79643 + \frac{1}{45} P$.
Or pour l'ordinaire une ſcie de la longueur de 3 pieds pénétre chaque coup dans le bois d' $\frac{1}{8}$ pouce, ou d' $\frac{1}{72}$ pieds, de ſorte que $\text{tang } \zeta = \frac{1}{72 \cdot 3} = \frac{1}{216}$, & $1080 \text{ tang } \zeta = 5$; d'où nous tirons $\frac{1}{45} P = 4,20357$, & partant la réſiſtance $P = 189$ lb. Or, puiſque trois hommes en agiſſant de la maniere ordinaire ſont capables de vaincre la réſiſtance, il y a apparence, que le poids P ne ſauroit ſurpaſſer 90 lb, & dans ce cas on trouvera l'obliquité de la ſcie $\text{tang } \zeta = \frac{1}{386}$.

XXXIII. Il ſemble donc que pour les ſcies à main on pourroit ſuppoſer l'obliquité $\text{tang } \zeta = \frac{1}{386}$, ou bien $\text{tang } \zeta = \frac{1}{400}$: or pour les ſcies manoeuvrées par une machine, on pourra bien mettre $\text{tang } \zeta = \frac{1}{200}$, & dans ce cas pour une épaiſſeur d'un pied de bois de chêne verd la réſiſtance P ſera à peu près de 200 lb. Ainſi, ſi $e = 1$, on auroit $P = 200$ lb, & ſi e eſt plus grand ou plus petit, la réſiſtance P ſuivra la même raiſon. Et partant poſant conſtamment $\text{tang } \zeta = \frac{1}{200}$, la ſcie péntérera dans le bois de chêne verd, ſur lequel a été faite l'expérience alléguée, pendant une heure à la profondeur de $\frac{18 f}{T}$: En exprimant toujours e en pieds, la valeur de la formule $\frac{P}{m S s}$ ſera $\frac{10}{9} e$, lorſque trois hommes ſont employés à l'ouvrage, & pour le nombre d'hommes $= m$, cette valeur ſera $= \frac{10 e}{3 m}$.

XXXIV. Donc dans le cas de l'exemple précédent où $n = 0$; $b = e = 1$, & $f = 3$, le bois étant de chêne verd, le tems d'un coup de ſcie ſera $= 0,79643 + \frac{40}{3 m}$: & ces m hommes ſcieront l'arbre pendant



dant une heure ſur la longueur $= \frac{5}{0,79643}$ ...

Donc, dans le cas de cet Exemple, pendant une heure

1 hommes ſciera ſur la longueur = 3, 82 pie...
2 hommes ſcieront ſur la longueur = 7, 23 pie...
3 hommes ſcieront ſur la longueur = 10, 30 pie...
4 hommes ſcieront ſur la longueur = 13, 06 pie...
5 hommes ſcieront ſur la longueur = 15, 57 pie...

d'où l'on voit qu'en multipliant le nombre des hommes, ſelon une proportion moindre ; car, quand même on empl... infinité d'hommes, ils ne ſcieroient pendant 1 heure, qu... pieds.

XXXV. Retenons donc ces valeurs tang... & $\frac{P}{mSs} = \frac{10e}{3m}$, examinons auſſi d'autres cas : ſoit d... $b = 1$; $e = 2$ & f ...

I. $a = 0$; ou bien ſoit le poids de la ſcie deux fois plus grand qu'a... reſte demeurant le même. Dans ce cas le tems de la ſcie deviendra plus petit qu'auparavant, mais le tems ... ſera $= \frac{80}{3m}$ ſecondes. Cependant le tems de la deſcen... vant pas devenir plus petit que $\sqrt{\frac{a+b+f}{g}}$ ſeco... qui feroit le tems de la chûte libre, lorſque $e = \infty$; donc que le tems de la deſcente ſera plus grand que $\sqrt{\frac{4}{g}}$ ou ... Donc, ſi nous ſuppoſons ce tems $= 0, 6$ ſecondes, ne...

$T = 0,6 + \frac{80}{3m}$ & pendant une heure l'arbre ſera ſcié ſur la lon-gueur $= \frac{54}{0,6 + \frac{80}{3m}} = \frac{162\,m}{80 + 1,8\,m}$.

XXXVI. Ainſi, ſans nous donner la peine de calculer le véritable tems de la deſcente, qui ne ſauroit différer conſidérablement du précedent, nous pourrons comparer l'effet de cet exemple avec celui du précédent, & nous verrons que pendant une heure

1.	homme ſciera ſur la longueur	=	1, 98
2.	hommes ſcieront ſur la longueur	=	3, 87
3.	hommes ſcieront ſur la longueur	=	5, 69
4.	hommes ſcieront ſur la longueur	=	7, 43
5.	hommes ſcieront ſur la longueur	=	9, 10

Or une infinité d'hommes ſcieront ſur la longueur de 90 pieds.

Donc, pour un petit nombre d'hommes la premiere machine ſera plus avantageuſe que celle-cy. Si l'on vouloit employer 66 hommes, l'une & l'autre ſeroit également avantageuſe, & celle-cy le ſeroit encore davantage, ſi l'on augmentoit le nombre d'hommes au delà de 66.

XXXVII. De là il eſt clair, que ſi l'on ne vouloit employer qu'un ou deux hommes pour monter la ſcie, l'arrangement du premier exemple ſeroit environ deux fois plus avantageux que celui du ſecond. Donc, ayant poſé dans le premier $e = 1$, & dans le ſecond $e = 2$, on pourra conclure, que l'avantage ſera encore plus grand, en donnant à e une valeur plus petite que 1. Or ſi la hauteur a doit évanouir puiſque $f > \frac{3}{4}\frac{4}{5}\,b$, il faut abſolument qu'on prenne $e > \frac{4}{5}\,b$, ou $e > \frac{4}{5}$ à cauſe de $b = 1$: & partant, tant qu'on veut ſuppoſer $a = 0$, le cas ne ſauroit être différent du premier exemple.

XXXVIII.

XXXVIII. Voyons donc s'il y aura à gagner quelque chose en admettant quelque chûte libre par une hauteur $= a$, pour pouvoir donner à e une valeur plus petite. Soit donc

III. $b = 1$, $f = 3$, comme auparavant : or $e = \frac{1}{8}$;
& il faut qu'il soit

tant $a + 1 > 1$ que $a + 4 > \frac{1}{4} + 6$ ou $a > 2\frac{1}{4}$.
Soit donc $a = 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ pieds : & nous aurons par la formule de 27.

$$T = \sqrt{\frac{5}{2g}} + \left(2 A \sin \frac{1}{\sqrt{11}} - \sqrt{2} + \sqrt{10} + l \frac{1 + \sqrt{2}}{-1 + \sqrt{2}}\right) \sqrt{\frac{1}{4g}} + \frac{65}{6m} \text{ sec.}$$

or $l \frac{1 + \sqrt{2}}{-1 + \sqrt{2}} = 2l(1 + \sqrt{2}) = 1{,}762746$ & $A \sin \frac{1}{\sqrt{11}} = 17°, 32', 54'' = 63174''$

ou en parties du rayon $A \sin \frac{1}{\sqrt{11}} = 0{,}306276$, donc

$$T = \sqrt{\frac{5}{2g}} + 4{,}123362 \sqrt{\frac{1}{4g}} + \frac{65}{6m} = 0{,}92156 + \frac{65}{6m} \text{ sec.}$$

XXXIX. Donc par cet arrangement m hommes scieront l'arbre pendant une heure sur la longueur $= \frac{324\,m}{65 + 5{,}52936\,m}$ pieds : ou en donnant quelque chose pour amortir le mouvement de la scie, sur la longueur de $\frac{324\,m}{65 + 6\,m}$ pieds. Et partant pendant une heure

1 homme sciera sur la longueur	=	4,56 pieds
2 hommes scieront sur la longueur	=	8,41 pieds
3 hommes scieront sur la longueur	=	11,71 pieds
4 hommes scieront sur la longueur	=	14,56 pieds
5 hommes scieront sur la longueur	=	17,05 pieds.

 Cet

Cet arrangement de la machine est donc plus avantageux que le premier, tandis que le nombre des hommes est médiocre, ou plus petit que 11. Car si le nombre des hommes surpassoit 12, le premier arrangement produiroit un plus grand effet.

XL. De là on voit aussi, qu'il est toujours plus avantageux d'employer un aussi petit nombre d'hommes qu'il est possible; car nous voyons par tous ces arrangemens, qu'en augmentant le nombre des hommes l'effet croit dans une moindre raison, & qu'un nombre double d'hommes ne produit pas un effet double. Donc, puisqu'il est à propos d'employer aussi peu d'hommes qu'il est possible, ce dernier arrangement l'emportera sans doute sur les deux précédens : or il ne paroit pas convenable de diminuer la valeur de e encore davantage, puisque d'un côté la chûte libre a deviendroit trop grande, ce qui embarrasseroit ; & que d'un autre côté il seroit à craindre, que la scie pourroit être arrêtée en chemin.

XLI. Il sera encore important d'examiner s'il ne seroit pas plus avantageux de se servir d'une scie plus courte. Posons donc

$$\text{IV.} \quad a = 0; \quad b = 1, \quad e = 1 \quad \& \quad f = 2$$

& à cause de $\frac{P}{mSs} = \frac{10e}{3m} = \frac{10}{3m}$ nous trouverons.

$$T = \left(\frac{\pi}{2} + 1 + l(1 + \sqrt{2})\right) \sqrt{\frac{1}{2g}} + \frac{10}{m} \text{ secondes} = 0,61754 + \frac{10}{m}$$

Donc pendant une heure m hommes scieront l'arbre sur la longueur de $\frac{54m}{15+m}$ pieds. Donc pendant une heure

1 homme sciera sur la longueur = 3, 37 pieds
2 hommes scieront sur la longueur = 6, 35 pieds
3 hommes scieront sur la longueur = 9, 00 pieds
4 hommes scieront sur la longueur = 11, 37 pieds
5 hommes scieront sur la longueur = 13, 50 pieds.

XLII.

XLII. On voit donc que la ſcie de trois pieds a produit un plus grand effet que celle de deux pieds ; d'où l'on peut conclure, qu'il ſera avantageux de faire la ſcie auſſi longue que les circonſtances le permettent. L'avantage en ſera auſſi d'autant plus conſidérable par cette raiſon, puiſqu'à chaque coup il ſe fait néceſſairement quelque petit repos, d'où l'ouvrage ſera d'autant plus arrêté, plus on ſera obligé de faire de coups. En effet on trouve qu'en poſant $f = 4$ pieds, en laiſſant $a = 0$, $b = 1$, $c = 1$, un homme ſera capable de ſcier l'arbre pendant une heure ſur la longueur de 4 pieds ; or une longueur plus grande de la ſcie ne produira point un effet beaucoup plus conſidérable. De là il ſemble que pour l'ordinaire le plus avantageux arrangement ſera de poſer toujours $c = b$, $a = 0$, de donner à la ſcie une grande longueur, & d'employer auſſi peu d'hommes, qu'il ſera poſſible.



DÉMONSTRATION

DE LA RÉGLE DE DESCARTES, POUR CONNOITRE LE NOMBRE DES RACINES AFFIRMATIVES ET NÉGATIVES QUI PEUVENT SE TROUVER DANS LES ÉQUATIONS.

PAR MR. DE SEGNER.

Traduit du Latin.

La Régle dont il s'agit, est exprimée par *Descartes*, au troisième Livre de sa Géométrie, en ces termes : „ Il peut y avoir autant „ de racines vrayes dans une équation, qu'il s'y trouve de varia- „ tions des signes + & —; & autant de fausses, qu'on y trou- „ ve de fois les deux signes +, ou les deux signes —, qui se sui- „ vent l'un l'autre. „

Je ne ferai point l'histoire de cette Régle ; & je n'entrerai pas dans la recherche des moyens, par lesquels les Analystes se sont efforcés de prouver sa vérité, ou l'ont effectivement prouvée. J'ai simplement dessein d'en donner la démonstration, à laquelle j'ai été conduit, il n'y a pas longtems, en méditant sur les Elémens de l'Algébre. Au reste il est connu, qu'on appelle racines vrayes celles que nous nommons affirmatives, & fausses celles que nous désignons d'une maniere plus convenables par le nom de négatives. Mais venons au fait.

Si une équation bien ordonnée ne manque d'aucun terme, ou au cas qu'il en manque, si l'on conçoit écrit à sa place $\mp o$, il est manifeste de soi-même, qu'il y aura autant de racines dans l'équation, qu'on pourra y faire de combinaisons de signes, en composant chacun d'eux

d'eux avec celui qui le suit immédiatement. Ainsi, dans l'équation $+x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 12x - 13 = 0$, il y a cinq racines, & ces successions d'autant de signes : $+ +$, $+ -$, $- -$, $- +$, $+ -$. Car cette équation a six termes.

Mais, en quelque ordre que se trouvent les signes d'une équation, si on la multiplie par une simple, qui contient une racine négative, de cette maniere,

$$
\begin{array}{llll}
+x^5 + 3x^4 & -5x^3 - 4x^2 & +12x & -13 = 0 \\
+x + 2 & & & = 0 \\
\hline
+x^6 + 3x^5 & -5x^4 - 4x^3 & +12x^2 & -13x \ldots\ldots \mathrm{A} \\
\quad +2x^5 & +6x^4 - 10x^3 & -8x^2 & +24x - 26 \ldots \mathrm{B} \\
\hline
+x^6 + 5x^5 & +x^4 - 14x^3 & +4x^2 & +11x - 26 = 0
\end{array}
$$

il se produit en multipliant deux series de signes, l'une en A, l'autre en B, tout à fait semblables, mais dont la seconde est plus avancée d'un lieu vers la droite ; par où il arrive que chaque signe de la serie B est le même que celui de la serie A, qui le précéde d'un lieu.

Mais, si l'on multiplie une équation quelconque par une équation simple, qui contient une racine affirmative,

$$
\begin{array}{llll}
+x^5 + 3x^4 & +5x^3 - 4x^2 & -12x + 13 & = 0 \\
+x - 2 & & & = 0 \\
\hline
+x^6 + 3x^5 & +5x^4 - 4x^3 & -12x^2 + 13x & \ldots\ldots\ldots \mathrm{A} \\
\quad -2x^5 & -6x^4 - 10x^3 & +8x^2 + 24x & -26 \ldots \mathrm{B} \\
\hline
+x^6 + x^5 & -x^4 - 14x^3 & -4x^2 + 37x & -26 = 0
\end{array}
$$

les signes de la seconde serie B, qui est produite par la multiplication, sont opposés aux signes de la premiere serie A, de façon que, si l'on

 prend

prend un ſigne quelconque de la ſerie B, il ſe trouvera contraire au ſigne de la ſerie A, qui le précéde d'un lieu.

A présent on tire les ſignes de l'équation produite des ſignes de ces ſéries, & des grandeurs des termes qui ſont affectés par ces ſignes. Mais il paroit qu'en plaçant ces ſignes, il faut toujours commencer par le ſigne du premier terme de la ſerie A, & continuer à placer les ſignes de cette ſerie, jusqu'à qu'on y parvienne à un terme, au deſſous duquel s'en trouve un, qui ayant le ſigne contraire ſoit plus grand dans la ſerie B: après quoi, abandonnant la ſerie A, on doit tirer enſuite les ſignes de la ſerie B par ordre, jusqu'à ce qu'on revienne de nouveau à un terme, au deſſus duquel s'en trouve un plus grand avec le ſigne contraire dans le ſerie A. Enſuite, en prenant le ſigne de ce terme ſupérieur au lieu de celui de l'inférieur, il faudra de nouveau tirer les ſignes ſuivans de la ſerie ſupérieure, jusqu'à ce qu'on ſoit encore obligé de paſſer à l'inférieure, & ainſi de ſuite alternativement, mais de maniere qu'on s'arrête finalement dans la ſerie B; dont le dernier terme n'en ayant aucun au deſſus de lui dans la ſerie A, ſon ſigne ne peut pas être changé dans le produit. D'où il s'enſuit qu'en plaçant les ſignes d'un ſemblable produit, on doit paſſer au moins une fois de A dans la ſerie B; & que, quel que ſoit le nombre de ces paſſages qu'exige l'équation à multiplier, les retours de B en A l'emportent toujours d'une unité ſur les paſſages de A en B. Dans les équations rapportées ci-deſſus, les lieux où ces paſſages doivent ſe faire, ont été marqués par de petites lignes transverſales.

Au reſte, comme le paſſage d'une ſerie à l'autre ne doit jamais ſe faire, à moins que les termes des ſeries A & B, dont l'un eſt écrit ſous l'autre, n'ayent des ſignes contraires, quand une équation eſt multipliée par une équation ſimple d'une racine négative, il y aura ces deux ordres de ſignes, dans lesquels ſeuls les paſſages doivent ſe faire:

$$a + - c \qquad a + - c$$
$$d + + b \qquad d - + b$$

On

On suppose qu'il s'agit de passer, ou du signe a au signe b, ou de d à c. Le signe a sera donc le même avec le signe b, parce que les signes du multiplicateur sont supposés être $+ +$; mais comme le signe c est contraire au signe b, il sera aussi contraire au signe a. Mais d peut, ou s'accorder avec le signe b, on lui être contraire. Si dans ces ordres pour chaque $+$ on écrit $-$, & $+$ pour chaque $-$, en changeant les signes, l'ordre ne sera pas pourtant changé.

Au contraire, si l'équation est multipliée par une équation simple d'une racine affirmative, dont les signes sont par conséquent $+ -$, l'ordre des signes dans les lieux des series A & B, où il faut nécessairement que le passage se fasse, sera l'un ou l'autre de ceux-ci

$$\begin{matrix} a & + & + & c \\ d & - & - & b \end{matrix} \qquad \begin{matrix} a & + & + & c \\ d & + & - & b \end{matrix}$$

ou bien des mêmes ordres des signes contraires, lesquels se font de ceux-ci en écrivant $-$ au lieu de $+$, ou $+$ au lieu de $-$. Le signe b par la nature de multiplication étant contraire au signe a, & c étant aussi contraire au signe b, parce qu'on suppose qu'il faut faire un passage, c sera le même que le signe a. Mais d, ou sera le même que le signe b, ou lui sera contraire.

Il s'ensuit de là, que par le moyen de ces multiplications, il doit arriver des changemens dans les successions des signes, de façon que, si dans une équation à multiplier on compte les successions des signes semblables $+ +$ ou $- -$, on trouve un autre nombre de ces successions dans l'équation produite; ou certainement, le nombre des successions des signes contraires $+ -$, ou $- +$, dans l'équation produite, deviendra différent du nombre des successions semblables dans l'équation multipliée.

Rien n'est plus propre qu'un exemple pour mettre au fait de la maniere dont cela doit s'exécuter; mais il faut que cet exemple soit

soit universel. Soit premièrement une équation quelconque à multiplier par une équation simple, dont les signes soyent + +, & qu'on produise par cette multiplication des series de signes, telles que celles que nous avons nommées au commencement A, B.

A . . . + ^{a}+ $|^{\alpha}$ — ^{b}— ^{c}— $|^{\beta}$ + — $|^{\gamma}$ + — — + $|^{\delta}$ — ^{d}+ $|^{\varepsilon}$ +

B . . . . . + $|_{a}$ + — b— $|_{c}$ — + $|$ — + — $|$ + — $|_{d}$ — +

Toutes les successions des signes semblables + + ou — — étant donc marquées par les lettres a, b, c, d, les mêmes dans l'une & dans l'autre serie, il est clair qu'on obtient indifféremment leur nombre, en comptant ces lettres, soit qu'elles se rencontrent dans la serie A, ou dans la serie B, pourvu seulement qu'on n'en prenne aucune deux fois. A' present, si en posant les signes de l'équation produite, il faut passer en α de A en B, il faudra en β retourner de B en A; puis de nouveau en γ descendre de A en B, & ainsi de suite, en plaçant alternativement les signes des successions semblables dans l'équation produite, laquelle tire ses signes depuis le commencement jusqu'en α de la serie A, de α en β de la serie B, de β en γ, de nouveau de A, & toujours de même, tant qu'à la fin en ε on les prenne de B. En les recueillant de cette maniere, la premiere succession est a; la seconde arrive nécessairement auprès de α en descendant de A en B; la troisième est b de la serie B; la quatrième seroit c de la même serie; mais celle-ci se détruit quelquefois en montant à la serie A, d'où vient que jusqu'ici il n'y a que trois successions; mais la quatrième arrive auprès de γ en descendant, la cinquième auprès de δ en montant, la sixième est en d, & la septième a lieu auprès de ε en descendant. Cet exemple fournit donc le nombre des successions semblables, augmenté de trois de ces successions.

En général il paroit qu'à chaque descente de A en B le nombre de ces successions augmente nécessairement d'une; & qu'à chaque montée

montée, ou bien qu'une telle ſucceſſion eſt ajoutée aux autres, comme il arrive ici en δ, ou qu'il y en a une de ſouſtraite, comme en β, où la ſucceſſion c eſt détruite. D'où, comme les paſſages de A en B ſont néceſſairement ſupérieurs en nombre d'une unité, que les retours de B en A; il s'enſuit auſſi en général, que toutes les fois qu'en poſant les ſignes du produit il faut paſſer d'une ſerie à l'autre, le nombre des ſucceſſions + + ou — —, qui ſe rapportent à des ſucceſſions ſemblables de l'équation multipliée, ſoit de la ſerie A ou de la ſerie B, ne ſçauroit être moindre que d'une unité, ni plus grand que le nombre entier de tous les paſſages. C'eſt ainſi que dans notre exemple, les ſucceſſions, telles que nous les poſons ici, ont été augmentées au nombre de trois, lorsqu'il y a eu cinq paſſages.

En ſecond lieu, qu'il s'agiſſe de multiplier une équation par une équation ſimple, dont les ſignes ſont + —, & que dans la multiplication les ordres des ſignes du produit, qui doivent être expliqués ſuivant ce que nous avons dit, ſoyent les ſuivans

$$
\begin{array}{llllllllllllllllllll}
 & & a & \alpha & & b & c & \beta & & & \gamma & & & \delta & & d & e & \\
A\ \ldots & + & — & | & — & + & — & | & — & — & | & — & — & | & — & + & | & + & \\
B\ \ldots\ldots & & — & | & + & + & — & | & + & + & | & + & + & | & + & +d & | & — & — \\
 & & & a & & & & c & & & & & & & & & & &
\end{array}
$$

S'il faut donc raſſembler le nombre des ſucceſſions des ſignes oppoſés, + —, ou — +, qui ſe trouveront dans l'équation produite par la multiplication, que l'on ſuppoſe compoſée d'une partie de la ſerie A depuis le commencement jusqu'à α, d'une partie de la ſerie B depuis α jusqu'à β, & ainſi de ſuite en alternant, cela ſe fera conformément à ce que nous avons dit de la maniere ſuivante. La premiere ſucceſſion eſt a de la ſerie ſupérieure; l'autre arrive auprès de α en paſſant de A en B; la troiſième eſt b; la quatrième ſeroit c de la ſerie B, mais elle eſt détruite par le paſſage de B en A, d'où s'enſuit que la quatrième qui a lieu auprès de γ en deſcendant, devient la cinquième en montant auprès de δ; la ſixième eſt d de la ſerie A, & la ſeptième ſe fait en deſcendant auprès de e.

Les

Les choſes ſe paſſent donc ici parfaitement de même que nous l'avons vû dans la multiplication précédente. Comme, toutes les fois qu'il y a une deſcente, le nombre des ſucceſſions $+$ $-$, ou $-$ $+$, qui ſe trouvent dans l'équation multipliée, tant dans la ſerie A que dans la ſerie B, eſt néceſſairement augmenté d'une; & que par la montée une ſemblable ſucceſſion, ou ſe rapproche des autres, ou eſt moindre d'une unité; de ſorte que le nombre des montées eſt inférieur d'une unité à celui des deſcentes; il s'enſuit auſſi que le nombre univerſel de ces ſucceſſions, qui ſe rapportent à une équation quelconque, ſi elle eſt multipliée par une équation ſimple d'une racine affirmative, ne peut être moindre que d'une unité, ni plus grand que le nombre entier des paſſages.

Puis donc que par la multiplication quelconque d'une équation, au moyen de laquelle une nouvelle racine réelle négative y eſt introduite, une ſucceſſion tout au moins des ſignes ſemblables $+$ $+$ ou $-$ $-$, eſt ajoutée au nombre de celles qui ſe trouvoient dans l'équation multipliée, le nombre de ces ſucceſſions dans une équation quelconque, ne ſera pas moindre que le nombre de ſes racines réelles négatives. De la même maniere on conclurra, que le nombre des ſucceſſions des ſignes contraires $+$ $-$, ou $-$ $+$, ne ſera pas non plus moindre que le nombre des racines réelles affirmatives d'une équation quelconque.

C'eſt pourquoi, ſi dans une équation tous les ſignes ſont les mêmes, $+$ ou $-$, aucune racine réelle de l'équation ne ſera affirmative; s'il y en avoit ſeulement une ſeule, on y trouveroit pour le moins une ſucceſſion de ſignes oppoſés. Si donc une ſemblable équation, outre les racines réelles négatives, contient d'autres racines, ſoit toutes, ou quelques unes, celles-ci ſeront impoſſibles.

De même auſſi, ſi dans une équation chaque ſigne eſt oppoſé à l'un & à l'autre des ſignes voiſins, il n'y aura point dans cette équation de racine réelle négative. Car, s'il y en avoit ſeulement une, on y verroit au moins une ſucceſſion de ſignes ſemblables. Par conſéquent,

séquent, si une semblable équation, outre les racines réelles affirmatives, en a d'autres, soit toutes, ou quelques unes, celles-ci seront impossibles.

En général, dans toute équation, dont toutes les racines sont réelles, le nombre des successions des signes contraires + — ou — +, sera égal au nombre de ses racines affirmatives, & le nombre des successions des signes semblables + +, ou — —, sera pareillement égal au nombre des racines négatives de la même équation. Soit en effet *n* le nombre des racines négatives, & N le nombre des successions + +, ou — —, de la même équation; que *m* soit le nombre de ses racines affirmatives, & M le nombre des successions + —, ou — +; on aura $n + m = N + M$. Or N n'est pas moindre que *n*. Si donc on pose $N > n$, on aura au contraire $M < m$; ce qui ne peut pas davantage avoir lieu. Donc $N = n$, & $M = m$.

S'il est donc constant que le nombre des racines réelles négatives de l'équation n'est pas égal au nombre N, & que pareillement le nombre des racines réelles affirmatives de la même équation n'est pas égal au nombre M; il faudra aussi en conclurre, qu'elle contient des racines impossibles.

En réunissant tout ce qui vient d'être proposé, il en résulte que la Régle de *Descartes*, dans le sens où il l'a proposée, est parfaitement vraye. Car on peut avoir dans une équation autant de racines affirmatives, qu'on y trouve de variations des signes + & —; & autant de négatives, qu'on y rencontre de fois les deux signes +, ou les deux signes —, qui se suivent réciproquement. Mais, si le nombre des ces racines peut être tel, il ne s'ensuit pas qu'il le soit nécessairement; & on ne sçauroit, sans tomber dans une grande erreur, affirmer, que dans chaque équation il y a autant de racines véritables, qu'il y a de changemens de signes, & autant de fausses, qu'il y a de successions des mêmes signes.

Pp 2 EXPO-

EXPOSITION DE QUELQUES PARADOXES DANS LE CALCUL INTÉGRAL

PAR M. EULER.

Premier Paradoxe.

I.

Je me propose ici de déveloper un paradoxe dans le calcul intégral, qui paroitra bien étrange : c'est qu'on parvient quelquefois à des équations différentielles, dont il paroit fort difficile de trouver les intégrales par les régles du calcul intégral, & qu'il est pourtant aisé de trouver, non par le moyen de l'intégration, mais plutôt en différentiant encore l'équation proposée ; de sorte qu'une différentiation réiterée nous conduise dans ces cas à l'intégrale cherchée. C'est sans doute un accident fort surprenant, que la différentiation nous puisse mener au même but, auquel on est accoutumé de parvenir par l'intégration qui est une opération entierement opposée.

II. Pour mieux faire sentir l'importance de ce paradoxe, on n'a qu'à se souvenir, que le calcul intégral renferme la méthode naturelle de trouver les intégrales des quantités différentielles quelconques : & de là il semble qu'une équation différentielle étant proposée, il n'y a d'autre moyen pour arriver à son intégrale, que d'en entreprendre l'intégration. Et si l'on vouloit, au lieu d'intégrer cette équation, la différentier encore une fois, on devroit croire qu'on s'éloigneroit encore davantage du but proposé ; attendu qu'on auroit alors une équation différentielle du second degré, qu'il faudroit même deux fois intégrer, avant qu'on parvint au but proposé.

III.

III. Il doit donc être très surprenant, qu'une différentiation réiterée ne nous éloigne non seulement davantage de l'intégrale, que nous nous proposons de chercher, mais qu'elle nous puisse même fournir cette intégrale. Ce seroit sans doute un grand avantage, si cet accident étoit général, & qu'il eut lieu toujours, puisqu'alors la recherche des intégrales, qui est souvent même impossible, n'auroit plus la moindre difficulté : mais il ne se trouve qu'en quelques cas très particuliers dont je rapporterai quelques exemples : les autres cas demandent toujours la méthode ordinaire d'intégration. Voilà donc quelques problèmes qui serviront à éclaircir ce paradoxe.

PROBLEME I.

Le point A *étant donné, trouver la courbe* EM *telle, que la perpendiculaire* AV *tirée du point* A *sur une tangente quelconque de la courbe* MV, *soit partout de la même grandeur.* Fig. 1.

IV. Prenant pour axe une droite quelconque AP, tirée du point donné A, qu'on y tire d'un point quelconque de la courbe cherchée M la perpendiculaire MP, & une autre infiniment proche mp : & qu'on nomme $AP = x$, $PM = y$, & la longueur donnée de la ligne $AV = a$. Soit de plus l'élément de la courbe $Mm = ds$, & ayant tiré $M\pi$ parallele à l'axe AP, on aura $Pp = M\pi = dx$ & $\pi m = dy$; donc $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$. Qu'on baisse du point P aussi sur la tangente MV la perpendiculaire PS, & sur celle-cy du point A la perpendiculaire AR, qui sera parallele à la tangente MV. Maintenant, puisque les triangles PMS & APR sont semblables au triangle $Mm\pi$, on en tirera : $PS = \frac{M\pi \cdot PM}{Mm} = \frac{y\,dx}{ds}$

& $PR = \frac{m\pi \cdot AP}{Mm} = \frac{x\,dy}{ds}$: d'où, à cause de $AV = PS - PR$, nous aurons cette équation, $a = \frac{y\,dx - x\,dy}{ds}$ ou $y\,dx - x\,dy = a\,ds$

 $= a$

$= a\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$, qui exprimera la nature de la courbe cherchée.

V. Voila donc une équation différentielle pour la courbe que nous cherchons : & si nous la voulons traiter selon la méthode ordinaire, il faut d'abord débarrasser les différentiels du signe radical : prenant donc les quarrés, nous aurons :

$$yydx^2 - 2xydxdy + xxdy^2 = aadx^2 + aady^2$$

& partant :

$$dy^2 = -\frac{2xydxdy - aadx^2 + yydx^2}{aa - xx}$$

dont l'extraction de racine fournit

$$dy = -\frac{xydx + adx\sqrt{(xx + yy - aa)}}{aa - xx}$$

ou $aady - xxdy + xydx = adx\sqrt{(xx + yy - aa)}$ dont il faut maintenant chercher l'intégrale pour connoitre la courbe en question.

VI. Pour intégrer cette équation, posons $y = u\sqrt{(aa - xx)}$, pour avoir $\sqrt{(xx + yy - aa)} = \sqrt{(aa - xx)(uu - 1)}$, & $dy = du\sqrt{(aa - xx)} - \frac{uxdx}{\sqrt{(aa - xx)}}$, donc $aady - xxdy = du(aa - xx)^{\frac{3}{2}} - uxdx\sqrt{(aa - xx)}$. Ces valeurs étant substituées donnent :

$$du(aa - xx)^{\frac{3}{2}} = adx\sqrt{(aa - xx)(uu - 1)}$$

ou bien $\frac{du}{\sqrt{(uu - 1)}} = \frac{adx}{aa - xx}$, équation où les variables x & u se trouvent separées.

VII.

VII. Puisque cette équation est séparée, je remarque d'abord, que les conditions, qu'elle renferme, sont remplies, si l'on met $\sqrt{(uu - 1)} = 0$, ou $uu = 1$; car dans ce cas tant le membre $adx \sqrt{(aa - xx)(uu - 1)}$ devient évanouissant, que l'autre membre $du (aa - xx)^{\frac{3}{2}}$ à cause de $du = 0$. Et partant nous avons déjà une valeur intégrale $uu = 1$, ou $u = \pm 1$, d'où nous tirons $y = \pm \sqrt{(aa - xx)}$, ou $yy + xx = aa$; ce qui est l'équation pour un cercle, décrit du centre A avec le rayon $= a$. Or il est clair que ce cercle satisfait au problème, puisque la perpendiculaire A V devient égale au rayon du cercle, & tombe sur le point d'attouchement M; comme il est connu par les proprietés du cercle.

VIII. Mais ce cas n'épuise pas encore l'équation différentielle $\frac{du}{\sqrt{(uu - 1)}} = \frac{adx}{aa - xx}$; cherchons donc son intégrale qui sera par les logarithmes

$$l\,[u + \sqrt{(uu - 1)}] = \tfrac{1}{2}\, l\, \frac{nn\,(a + x)}{a - x}$$

de sorte que nous ayons:

$$u + \sqrt{(uu - 1)} = n \sqrt{\frac{a + x}{a - x}}.$$

De là nous trouverons,

$$-1 = nn.\, \frac{a + x}{a - x} - 2nu \sqrt{\frac{a + x}{a - x}}$$

& partant $u = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{a + x}{a - x}} + \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{a - x}{a + x}}$.

Par conséquent $y = u\sqrt{(aa - xx)} = \frac{n}{2}(a + x) + \frac{1}{2n}(a - x)$.

équation pour une ligne droite tirée en sorte, que la perpendiculaire qu'on tire sur elle du point donné A soit $= a$.

IX.

XI. Voilà donc la solution du problème proposé; qu'on trouveroit par la methode ordinaire, où il faut premièrement séparer les variables, & ensuite intégrer l'équation différentielle séparée. Or il est clair, que cette opération est non seulement assez embarrassante, mais elle deviendroit même impossible, si au lieu de la formule irrationelle $\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$, on en avoit une plus compliquée. Comme si l'on étoit parvenu à cette équation

$$y\,dx - x\,dy = a\sqrt[3]{(dx^3 + dy^3)}$$

en prenant des cubes, on auroit bien de la peine à extraire ensuite la racine pour trouver le rapport entre les différentiels dx & dy. Et si la racine, étoit plus haute, cette extraction deviendroit même impossible.

X. Or maintenant je dis, que cette même équation, qui renferme la solution du problème

$$y\,dx - x\,dy = a\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$$

se peut réduire à une équation finie, & même algébrique, entre x & y, sans y employer la voye ordinaire d'intégration: mais, en quoi consiste la force du paradoxe, par une différentiation ultérieure de cette équation. Ou ce sera cette même différentiation, qui nous conduira à l'équation intégrale, qui nous fera connoitre la nature de la courbe cherchée. Ce que je viens d'avancer, mettra dans tout son jour la force du paradoxe, que je me suis proposé de démêler ici.

XI. Afin que les différentiels ne nous causent aucun embarras, en passant à une différentiation ultérieure, supposons $dy = p\,dx$, & nous aurons $\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx\sqrt{(1 + pp)}$. Par cette substitution notre équation, étant divisée par dx, prendra cette forme,

$$y - px = a\sqrt{(1 + pp)} \quad \text{ou} \quad y = px + a\sqrt{(1 + pp)}$$

où il faut bien remarquer, que quoiqu'on n'y apperçoive plus de différentiels, cette équation ne laisse pas d'être différentielle, à cause de la

la lettre p, dont la valeur est $\frac{dy}{dx}$; de sorte que, si l'on la re
on reviendroit à la premiere équation différentielle.

XII. A présent, au lieu d'intégrer cette équation différ
je la différentie encore une fois pour avoir,

$$dy = p\,dx + x\,dp + \frac{ap\,dp}{\sqrt{(1+pp)}}.$$

Or, ayant supposé $dy = p\,dx$, cette valeur mise à la place d
donne d'abord :

$$0 = x\,dp + \frac{ap\,dp}{\sqrt{(1+pp)}},$$

d'où en divisant par dp nous tirons d'abord :

$$x = -\frac{ap}{\sqrt{(1+pp)}}$$

& puisqu'il y a $y = px + a\sqrt{(1+pp)}$, en y subs
valeur de $x = -\frac{ap}{\sqrt{(1+pp)}}$, nous aurons :

$$y = -\frac{app}{\sqrt{(1+pp)}} + a\sqrt{(1+pp)} \text{ ou } y = \frac{}{\sqrt{}}$$

XIII. Voilà donc des valeurs, & mêmes algébri
deux coordonnées x & y, lesquelles ne renferment
riable p : & comme à présent il n'est plus question de
sée de $p = \frac{dy}{dx}$, le problème est resolu par cette di
térée. Car on n'a qu'à éliminer la variable p, de ces

$$x = -\frac{ap}{\sqrt{(1+pp)}} \quad \& \quad y = \frac{a}{\sqrt{(1+}}$$

ce qui se fera aisément, en ajoutant ensemble les quarrés xx & yy, d'où l'on aura d'abord

$$xx + yy = \frac{aapp + aa}{1 + pp} = aa$$

qui est l'équation pour le cercle, qui satisfait au problème proposé.

XIV. Il est bien vray, qu'outre le cercle il y a encore une infinité de lignes droites, qui satisfont également à la question, & que cette méthode ne semble pas fournir. Mais elle les contient néanmoins, & encore plus visiblement, que l'autre méthode ordinaire. On n'a qu'à regarder l'équation $0 = xdp + \frac{apdp}{\sqrt{(1+pp)}}$, à laquelle la différentiation nous a conduit, & qui, puisqu'elle est divisible par dp, renferme aussi la solution $dp = 0$. Or de là nous tirons immédiatement $p =$ Const $= n$, & partant $y = nx + a\sqrt{(1+nn)}$; où toutes les lignes droites, qui remplissent les conditions du problème, sont comprises.

XV. Ayant déjà remarqué que cette équation:

$$ydx - xdy = a\sqrt[3]{(dx^3 + dy^3)}$$

ne sauroit à peine être résoluë par la méthode ordinaire, celle-ci nous fournira d'abord par la différentiation son intégrale. Car, posant $dy = pdx$, nous aurons $\sqrt[3]{(dx^3 + dy^3)} = dx\sqrt[3]{(1+p^3)}$, & partant

$$y - px = a\sqrt[3]{(1+p^3)} \text{ ou } y = px + a\sqrt[3]{(1+p^3)}$$

qui étant différentiée donne

$$dy = pdx = pdx + xdp + \frac{appdp}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}}$$

d'où nous tirons $0 = xdp + \frac{appdp}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}}$, ou

$$x = \frac{-app}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}} \quad \& \ y = \frac{a}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}}$$

XVI.

XVI. Si l'on veut ici éliminer p, on n'a qu'à ajouter les cubes pour avoir $y^3 + x^3 = \frac{a^3(1-p^6)}{(1+p^3)^2} = \frac{a^3(1-p^3)}{1+p^3} = -a^3 + \frac{2a^3}{1+p^3}$ de sorte que $\frac{1}{1+p^3} = \frac{a^3+x^3+y^3}{2a^3}$, & partant

$$y = \frac{a}{\sqrt[3]{(1+p^3)^2}} = (a^3+x^3+y^3)^{\frac{2}{3}} : a\sqrt[3]{4}$$

Donc $$4a^3y^3 = (a^3+x^3+y^3)^2$$

ou $$0 = a^6 + 2a^3x^3 - 2a^3y^3 + x^6 + 2x^3y^3 + y^6$$

pour une ligne du sixième ordre. Mais outre celle-ci satisfait encore $dp = 0$, ou $p = n$, à cause de la division faite par dp; & ce cas donne une infinité de lignes droites contenues dans cette équation

$$y = nx + a\sqrt[3]{(1+n^3)}.$$

XVII. On voit que par la même méthode on résoudra aisément tous les problemes, qui conduiroient à de telles équations :

$$ydx - xdy = a\sqrt[n]{(\alpha dx^n + \beta dx^{n-\nu}dy^\nu + \gamma dx^{n-\mu}dy^\mu \text{ \&c.})}$$

Car, posant $dy = pdx$, on auroit

$$y = px + a\sqrt[n]{(\alpha + \beta p^\nu + \gamma p^\mu + \text{\&c.})}$$

& différentiant & divisant par dp,

$$x = \frac{-\nu a\beta p^{\nu-1} - \mu a\gamma p^{\mu-1} - \text{\&c.}}{n\sqrt[n]{(\alpha + \beta p^\nu + \gamma p^\mu + \text{\&c.})^{n-1}}}$$

$$\& \; y = \frac{na\alpha + (n-\nu)a\beta p^\nu + (n-\mu)a\gamma p^\mu + \text{\&c.}}{n\sqrt[n]{(\alpha + \beta p^\nu + \gamma p^\mu + \text{\&c.})^{n-1}}}$$

D'où, en éliminant p, on tirera une équation algébrique entre x & y. Or, puisqu'il y a aussi $dp = 0$, & $p =$ Const : $= m$, les lignes droites renfermées dans cette formule :

$$y = mx + a\sqrt[n]{(\alpha + \beta m^{\nu} + \gamma m^{\mu} + \&c.)}$$

satisferont également. Je passe donc à un autre problème.

PROBLEME II.

Fig. 2. *Sur l'axe* AB *trouver la courbe* AMB *telle, qu'ayant tiré de son point quelconque* M *la tangente* TMV, *elle coupe en sorte les deux droites* AE & BF, *tirées perpendiculairement sur l'axe* AB, *en deux points donnés* A & B, *que le rectangle formé par les lignes* AT & BV *soit partout de la même grandeur.*

XVIII. Soit l'intervalle donné $AB = 2a$, l'abscisse $AB = x$, l'appliquée $PM = y$, & ayant tiré l'infiniment proche pm, on aura $Pp = M\pi = dx$, & $\pi m = dy$. Q'on tire les droites MR & MS paralleles à l'axe AB, & la ressemblance des triangles $M\pi m$, TRM & MSV, à cause de $PB = MS = 2a - x$, fournira :

$$PM = \frac{xdy}{dx} \quad \& \quad SV = \frac{(2a - x)dy}{dx}$$

D'où nous aurons :

$$AT = y - \frac{xdy}{dx} \quad \& \quad BV = y + \frac{(2a - x)dy}{dx}$$

dont le produit devant être constant $= cc$ fournira cette égalité :

$$\left(y - \frac{xdy}{dx}\right)\left(y - \frac{xdy}{dx} + \frac{2ady}{dx}\right) = cc$$

XIX. Si l'on vouloit traiter cette équation par la méthode ordinaire, on rencontreroit bien des difficultés, & peut être n'arriveroit-on

on qu'après bien des détours à l'équation intégrale. Mais, pour nous servir de l'autre méthode, posons $dy = p\,dx$, pour avoir

$$(y - px)(y - px + 2ap) = cc$$

ou bien : $yy + 2(a - x)py - 2appx + ppxx = cc$

ou $yy + 2(a - x)py + (a - x)^2 pp = cc + aapp$

d'où l'extraction de racine fournit :

$$y + (a - x)p = \sqrt{(cc + aapp)}$$

ou $y = -(a - x)p + \sqrt{(cc + aapp)}$

XX. Différentions maintenant cette équation, au lieu d'en chercher l'intègrale, & nous obtiendrons :

$$dy = p\,dx = -(a - x)\,dp + p\,dx + \frac{aap\,dp}{\sqrt{(cc + aapp)}}$$

où les termes $p\,dx$ se détruisant ensemble, la division par dp donnera :

$$a - x = \frac{aap}{\sqrt{(cc + aapp)}} \quad \text{ou} \quad x = a - \frac{aap}{\sqrt{(cc + aapp)}}$$

& substituant cette valeur de $a - x$ dans celle de y, on aura

$$y = \frac{-aapp}{\sqrt{(cc + aapp)}} + \sqrt{(cc + aapp)} \text{ ou } y = \frac{cc}{\sqrt{(cc + aapp)}}$$

XXI. Ayant donc :

$$\frac{a - x}{a} = \frac{ap}{\sqrt{(cc + aapp)}} \quad \& \quad \frac{y}{c} = \frac{c}{\sqrt{(cc + aapp)}}$$

l'elimination de la quantité p se fera en ajoutant les quarrés de ces deux formules, ce qui donnera :

$$\frac{(a - x)^2}{aa} + \frac{yy}{cc} = \frac{aapp + cc}{cc + aapp} = 1,$$

donc : $\dfrac{yy}{cc} = \dfrac{2ax - xx}{aa}$ ou $y = \dfrac{c}{a}\sqrt{(2ax - xx)}$

D'où

D'où nous voyons que la courbe cherchée est une ellipse décrite sur l'axe AB, & dont le demi-axe conjugué est $= c$, de sorte que dans une telle ellipse le rectangle des tangentes AT & BV soit toujours égal au quarré du demi-axe conjugué.

XXII. Mais il est clair qu'outre cette ligne courbe il satisfait encore au probleme une infinité de lignes droites TV tellement tirées, que le rectangle AT. BV soit $= cc$. Ces lignes droites se trouveront par le diviseur dp, qui étant posé $= 0$, donne $p =$ Const: $= n$, D'où nous aurons : $y = - n(a - x) + \sqrt{(cc + nnaa)}$. D'où, si $x = 0$, nous tirons AT $= - na + \sqrt{(cc + nnaa)}$, & si $x = 2a$, BV $= na + \sqrt{(cc + nnaa)}$, de sorte qu'on ait toujours

$$AT. BV = cc$$

quelque valeur que puisse avoir le nombre n.

PROBLEME III.

Fig. 3.

Deux points étant donnés A & C, *trouver la ligne courbe* EM *telle, que si l'on tire une tangente quelconque* MV, *qu'on y mene du premier point* A *la perpendiculaire* AV, & *qu'on joigne de l'autre point* C *à* V *la droite* CV, *cette droite* CV *soit partout de la même grandeur.*

XXIII. Posons la distance donnée AC $= b$, & prenant cette ligne pour axe, qu'on y mene du point M l'appliquée MP, & son infiniment proche pm. Soit AP $= x$, & PM $= y$; & à cause de $Pp = M\pi = dx$, & $\pi m = dy$, soit $Mm = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = ds$. Cela posé, nous avons vû dans la solution du premier problême qu'on aura : $AV = \frac{ydx - xdy}{ds}$. Baissons aussi du point V sur l'axe a perpendiculaire VX, & à cause des triangles semblables $Mm\pi$ & VAX, nous aurons :

VX

$$VX = \frac{dx(ydx - xdy)}{ds^2} \quad \& \quad AX = \frac{dy(ydx - xdy)}{ds^2}$$

& partant : $CX = b + \frac{dy(ydx - xdy)}{ds^2}$.

XXIV. Soit maintenant la longueur donnée $CV = a$, & à cause de $CV^2 = CX^2 + XV^2$ nous aurons :

$$aa = bb + \frac{2bdy(ydx - xdy)}{ds^2} + \frac{(ydx - xdy)^2}{ds^2}$$

à cause de $dx^2 + dy^2 = ds^2$: & de plus :

$$\frac{(ydx-xdy)^2}{ds^2} + \frac{2bdy(ydx-xdy)}{ds^2} + \frac{bbdy^2}{ds^2} = aa - bb + \frac{bbdy^2}{ds^2} = aa - \frac{bbdx^2}{ds^2}$$

dont la racine quarrée est

$$\frac{ydx - xdy}{ds} + \frac{bdy}{ds} = V\left(aa - \frac{bbdx^2}{ds^2}\right)$$

ou bien en multipliant par ds

$$ydx - xdy + bdy = V(aads^2 - bbdx^2)$$

XXV. Ici il est aussi évident, qu'on se plongeroit dans un calcul fort ennuyant, si l'on vouloit entreprendre la résolution de cette équation par la méthode ordinaire. Je pose donc $dy = pdx$, & à cause de $ds^2 = dx^2(1 + pp)$ notre équation différentielle prendra cette forme

$$y - px + bp = V(aa(1 + pp) - bb)$$

que je différentie encore, & posant pdx pour dy, j'aurai :

$$pdx - pdx - xdp + bdp = \frac{aapdp}{V(aa(1 + pp) - bb)}$$

qui étant divisée par dp donne :

$$b - x = \frac{aap}{V(aa(1+pp) - bb)} \text{ ou } x = b - \frac{aap}{V(aa(1+pp) - bb)}$$

&

$$\& \; y = -(b-x)p + \sqrt{(aa(1+pp)-bb)} = \frac{aa-bb}{\sqrt{(aa(1+pp)-bb)}}$$

XXVI. De là, pour éliminer p, je forme ces équations :

$$\frac{b-x}{a} = \frac{ap}{\sqrt{(aa(1+pp)-bb)}} \;\&\; \frac{y}{\sqrt{(aa-bb)}} = \frac{\sqrt{(aa-bb)}}{\sqrt{(aa(1+pp)-bb)}}$$

& ajoutant les quarrés de ces formules, je trouve :

$$\frac{(b-x)^2}{aa} + \frac{yy}{aa-bb} = \frac{aa(1+pp)-bb}{aa(1+pp)-bb} = 1$$

qui est l'équation pour une ellipse, dont le centre est en D, un des foyers en A, & le demi grand axe $=$ CV. Mais outre cette ellipse le diviseur $dp = 0$, donne encore une infinité de lignes droites, comprises dans cette équation

$$y = -n(b-x) + \sqrt{(aa(1+nn)-bb)}$$

PROBLEME IV.

Fig. 5. *Deux points étant* A *&* B, *trouver la courbe* EM *telle, qu'ayant tiré une tangente quelconque* VMX, *si l'on y mene des points* A *&* B *les perpendiculaires* AV *&* BX, *le rectangle de ces lignes* AV. BX *soit partout de la même grandeur.*

XXVII. Soit la distance des points données $AB = 2b$, qu'on y tire la perpendiculaire MP, & l'infiniment proche mp : & qu'on nomme les coordonnées : $AP = x$, $PM = y$, pour avoir $Pp = M\pi = dx$, $\pi m = dy$ & $Mm = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = ds$. Cela posé, nous avons vu, qu'on aura $AV = \frac{y\,dx - x\,dy}{ds}$. Qu'on tire de plus AR, perpendiculaire sur BX, & la ressemblance des triangles $Mm\pi$ & ABR, fournira $BR = \frac{2b\,dy}{ds}$, & en y ajoutant

tant RX $=$ AV $= \frac{ydx - xdy}{ds}$ nous aurons BX $= \frac{ydx + (2b - x)dy}{ds}$.
Soit donc cc le rectangle des lignes AV & BX, & on aura pour la courbe EM cette équation :

$$(ydx - xdy)(ydx - xdy + 2bdy) = ccds^2$$

XXVIII. Sans nous embarrasser de la méthode ordinaire, posons $dy = pdx$, de sorte que $ds^2 = dx^2(1 + pp)$, & nous aurons :

$$(y - px)(y - px + 2bp) = cc(1 + pp)$$

qui se réduit à :

$$yy + 2(b - x)py - 2bppx + ppxx = cc(1 + pp)$$

ou à $yy + 2(b - x)py + (b - x)^2pp = cc(1 + pp) + bbpp$
dont la racine quarrée est ;

$$y + (b - x)p = V(cc + (bb + cc)pp)$$

& partant $y = - (b - x)p + V(cc + (bb + cc)pp)$

XXIX. Différentions encore cette équation différentielle, & à cause de $dy = pdx$ nous aurons :

$$pdx = - (b - x)dp + pdx + \frac{(bb + cc)pdp}{V(cc + (bb + cc)pp)}$$

qui étant divisée par dp donne d'abord :

$$b - x = \frac{(bb + cc)p}{V(cc + (bb + cc)pp)}$$

ou bien $b - x = \frac{aap}{V(cc + aapp)}$ posant pour abréger $bb + cc = aa$.
De là nous tirerons :

$$y = - (b - x)p + V(cc + aapp) = \frac{cc}{V(cc + aapp)}$$

Donc ayant :

$$\frac{b - x}{a} = \frac{ap}{V(cc + aapp)} \quad \& \quad \frac{y}{c} = \frac{c}{V(cc + aapp)}.$$

 nous

nous aurons en ajoutant les quarrés

$$\frac{(b-x)^2}{aa} + \frac{yy}{cc} = 1$$

XXX. Cette équation eſt, comme il eſt évident, pour une ellipſe, dont les foyers ſont dans les points A & B; & partant le centre au point du milieu C. Le demi petit axe ſera donc $= c$; & c'eſt au quarré duquel, que ſera partout égal le rectangle AV. BX: ce qui eſt auſſi une propriété connue de l'ellipſe. Or il y a auſſi des lignes droites, qui ſatisfont au même probleme, que le diviſeur $dp = 0$ nous fournira, car poſant $p = n$, l'équation pour toutes ces lignes droites ſera $y = -n(b-x) + \sqrt{(cc + nnaa)}$
Je pourrois encore ajouter un grand nombre de problemes ſemblables, pour confirmer ce paradoxe, mais ces quatre ſeront entierement ſuffiſans pour en prouver la vérité.

Second Paradoxe.

XXXI.

Le ſecond paradoxe, que je m'en vai étaler, n'eſt pas moins ſurprenant, puiſqu'il eſt auſſi contraire aux idées communes du calcul intégral. On s'imagine ordinairement, qu'ayant une équation différentielle quelconque, on n'ait qu'à chercher ſon intégrale, & à lui rendre toute ſon étendue en y ajoutant une conſtante indéfinie, pour avoir tous les cas, qui ſont compris dans l'équation différentielle. Ou bien, lorsque cette équation différentielle eſt le réſultat d'une ſolution d'un problème, on ne doute pas que l'équation intégrale, qu'on en trouve par les régles ordinaires, ne renferme toutes les ſolutions poſſibles du problème: cela s'entend, lorsqu'on n'aura pas négligé l'addition de conſtante, que toute intégration exige.

XXXII. Cependant il y a des cas, où l'intégration ordinaire nous conduit à une équation finie, qui ne renferme pas tout ce qui étoit

étoit contenu dans l'équation différentielle proposée ; quand même on ne néglige pas la constante mentionnée. Cela doit paroitre d'autant plus paradoxe, plus on est accoutumé d'être convaincu de la justesse de l'idée expliquée dans l'article précédent. Car si l'équation intégrale, qu'on aura trouvée après toutes les précautions prescrites, n'épuise pas l'étendue de l'équation différentielle ; le problème admettra des solutions, que l'intégration ne fournira point, & partant on arrivera à une solution défectueuse, ce qui semble sans doute renverser les principes ordinaires du calcul intégral.

XXXIII. Or il est fort aisé de proposer une infinité d'équations différentielles, auxquelles répond un certain rapport entre les quantités variables, qu'il est impossible de trouver par la voye d'intégration ordinaire. Soit, par exemple, proposée cette équation différentielle :

$$x\,dx + y\,dy = dy\,V(xx + yy - aa)$$

& il est évident que l'équation finie $xx + yy - aa = 0$, lui satisfait entierement. Car ayant de là $x\,dx + y\,dy = 0$, l'un & l'autre membre de l'équation différentielle évanouit de soi-même : ce qui est une marque indubitable, que cette équation finie $xx + yy = aa$ est contenue dans l'équation différentielle proposée : ou que le cercle résout les problèmes, qui conduisent à cette équation différentielle.

XXXIV. Cependant, quand nous intégrons cette équation différentielle, nous ne trouverons nullement ce rapport $xx + yy = aa$: car, divisant notre équation par $V(xx + yy - aa)$, que nous ayons :

$$\frac{x\,dx + y\,dy}{V(xx + yy - aa)} = dy$$

l'intégrale est evidente, & même dans toute son étendue

$$V(xx + yy - aa) = y + c$$

ayant introduit la constante indéfinie c. Or il est clair que l'équation déjà trouvée $yy + xx = aa$ n'est pas absolument renfermée

 dans

dans cette équation intégrale, quelque valeur qu'on donne à la constante c.

XXXV. Prenant les quarrés de notre équation intégrale trouvée, on aura :

$$xx - aa = 2cy + cc \quad \& \quad y = \frac{xx - aa - cc}{2c}$$

& partant on croiroit qu'au probleme proposé, qui aura conduit à cette équation, ne satisfissent qu'une infinité de paraboles, contenues dans l'équation $y = \frac{xx - aa - cc}{2c}$, selon les différentes valeurs de c. Et puisqu'on a trouvé une infinité de paraboles, on doutera d'autant moins, qu'on ne soit arrivé à une solution complete. Cependant nous venons de voir qu'au même probleme satisfait aussi le cercle contenu dans l'équation $xx + yy = aa$.

XXXVI. J'ai rencontré quelques autres cas de cette espece dans mon Traité du mouvement, où j'ai déjà remarqué ce même paradoxe, qu'une équation différentielle renferme quelquefois des solutions, qui ne sont plus comprises dans l'équation intégrée : j'y ai aussi donné une régle sûre, par le moyen de laquelle on peut trouver ces solutions contenues dans les équations différentielles, qu'on ne sauroit plus tirer de l'équation intégrée. Cependant, comme je n'y ai pas fait sentir assés evidemment l'importance de ce paradoxe, on pourroit croire que c'est quelque bizarrerie dans des problemes mecaniques, qui n'auroit plus lieu dans les problemes de Geometrie ; ou que ce ne seroit pas un reproche, qu'on pourroit faire directement à l'Analyse même.

XXXVII. Pour l'exemple que je viens d'alléguer ici, comme il est formé à fantaisie, on pourroit aussi douter, si ce cas se rencontre jamais dans la solution d'un probleme réel. Mais les mêmes exemples, que j'ai rapportés pour éclaircir le premier parodoxe, serviront aussi à éclaircir celui-ci. Car le premier probleme demandant une

une courbe telle, que si l'on mene d'un point donné sur toutes ses tangentes des lignes perpendiculaires, toutes ses perpendiculaires soient égales entr'elles; ce probleme, dis-je, étant proposé, on voit d'abord qu'un cercle décrit du point donné comme du centre avec un rayon égal à la droite, à laquelle toutes les perpendiculaires mentionnées doivent être égales, satisfera au probleme.

XXXVIII. Cependant, ayant été conduit à cette équation différentielle:

$$aady - xxdy + xydx = adx\,\sqrt{(xx + yy - aa)}$$

où les variables x & y sont mêlées entr'elles, on a vû que par le moyen de cette substitution $y = u\sqrt{(aa - xx)}$ elle se change en cette séparée,

$$\frac{du}{\sqrt{(uu - 1)}} = \frac{adx}{aa - xx}$$

dont l'intégrale prise dans toute son étendue étoit

$$u + \sqrt{(uu - 1)} = n\sqrt{\frac{a + x}{a - x}}$$

d'où j'ai tiré cette équation:

$$y = \frac{n}{2}(a + x) + \frac{1}{2n}(a - x)$$

laquelle ne renferme que des lignes droites, de sorte que le cercle semble à cette heure entierement exclus de la solution du problème proposé.

XXXIX. Il en est de même du problème second, qui est résolu à ce que nous avons vû par une ellipse exprimée par cette équation $y = \frac{c}{a}\sqrt{(2ax - xx)}$; ce qui est aussi clair par les propriétés connues de l'ellipse. Or ayant trouvé cette équation différentielle:

$$\left(y - \frac{xdy}{dx}\right)\left(y - \frac{xdy}{dx} + \frac{2ady}{dx}\right) = cc$$

 nous

nous en tirerons par l'extraction de racine :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(a-x)y + \sqrt{[aayy - cc(2ax - xx)]}}{2ax - xx}$$

$$(2ax - xx)dy - (a-x)ydx = dx\sqrt{(aayy - cc[2ax - xx])}$$

Or il est évident que l'équation $aayy - cc(2ax - xx) = 0$ satisfait à cette formule, car on aura de là $y = \frac{c}{a}\sqrt{(2ax - xx)}$, & partant en différentiant leurs logarithmes :

$\frac{dy}{y} = \frac{dx(a-x)}{2ax - xx}$, ou $(2ax - xx)dy - (a-x)ydx = 0$, de sorte que dans ce cas l'un & l'autre membre de l'équation différentielle évanouït.

XL. Mais, si nous traitons cette équation différentielle selon la méthode ordinaire, & que nous posions $y = u\sqrt{(2ax - xx)}$, pour avoir

$$\sqrt{(aayy - cc[2ax - xx])} = \sqrt{(2ax - xx)}(aauu - cc)$$

$$\& \quad dy = du\sqrt{(2ax - xx)} + \frac{u(a-x)dx}{\sqrt{(2ax - xx)}}$$

ces valeurs substituées changeront notre équation en cette forme :

$$du(2ax - xx)^{\frac{3}{2}} + u(a-x)dx\sqrt{(2ax - xx)} - u(a-x)dx\sqrt{(2ax - xx)} = dx\sqrt{(2ax - xx)}(aauu - cc)$$

qui se réduit maintenant à cette séparée,

$$\frac{du}{\sqrt{(aauu - cc)}} = \frac{dx}{2ax - xx} \quad \text{ou} \quad \frac{adu}{\sqrt{(aauu - cc)}} = \frac{adx}{2ax - xx}$$

donc l'intégrale prise généralement est

$$l\frac{au + \sqrt{(aauu - cc)}}{b} = \frac{1}{2}l\frac{x}{2a - x}$$

ou

ou bien

$$au + \sqrt{(aauu - cc)} = b\sqrt{\frac{x}{2a - x}} = \sqrt{\frac{bx}{(2ax - xx)}}.$$

XLI. De là on trouvera aisément la valeur de u, qui sera :

$$u = \frac{cc\sqrt{(2ax - xx)}}{2bx} + \frac{bx}{2\sqrt{(2ax - xx)}}$$

& puisque $y = u\sqrt{(2ax - xx)}$, on obtiendra :

$$y = \frac{cc(2ax - xx)}{2bx} + \frac{bx}{2} = \frac{acc}{b} + \frac{(bb - cc)x}{2b}$$

& il est évident que cette équation intégrale, quelque générale qu'elle soit, à cause de la constante indéfinie b, ne renferme pas l'ellipse déjà trouvée. Ce même accident aura aussi lieu, dans les deux autres problèmes rapportés, lorsqu'on traitera les équations différentielles trouvées par la méthode ordinaire en cherchant son intégrale ; où l'ellipse qui en fournit une belle solution, ne sera plus comprise.

XLII. Mais voici la régle générale, par laquelle on peut aisément trouver ces cas de l'intégrale d'une équation différentielle proposée, qui échapent à l'intégration ordinaire. Soit z une fonction quelconque des deux variables x & y, & Z une fonction quelconque de z. Soient de plus P, Q, V, aussi des fonctions quelconques des variables x & y, & supposons qu'on soit parvenu à cette équation différentielle

$$V\,dz = Z(P\,dx + Q\,dy)$$

& il est clair, que la valeur $Z = 0$ satisfait à cette équation : car de là on tirera $z =$ Const. & partant $dz = 0$, de sorte que dans le cas $Z = 0$ les deux membres de l'équation proposée évanouïssent.

XLII. Par le moyen de cette régle on trouvera aisément l'ellipse, qui contient une solution du second problème ; car étant parvenu à cette

cette équation différentielle :

$$\frac{du}{\sqrt{(aauu-cc)}} = \frac{dx}{2ax-xx} \text{ ou } du(2ax-xx) = dx\sqrt{(aauu-cc)}$$

prenons u pour z, & sa fonction $\sqrt{(aauu-cc)}$ pour Z, & l'équation proposée sera remplie par l'égalité $Z=0$, ou $aauu-cc=0$ d'où l'on tire $u=\frac{c}{a}$ & partant $y=\frac{c}{a}\sqrt{(2ax-xx)}$, qui est l'équation pour l'ellipse en question, qui se trouve exclue de l'équation intégrée.

XLIV. Il est ici à remarquer, que ces mêmes cas inaccessibles à l'intégration ordinaire, sont précisément ceux, qu'une différentiation réiterée nous a fournis dans les éclaircissemens du premier paradoxe. Et pour peu qu'on y réfléchisse, on s'apercevra que cet accord n'arrive pas par quelque hazard, & on pourra prononcer en général, que toutes les fois qu'une équation différentielle, étant encore différentiée, conduit immédiatement à une équation finie, cette équation finie ne sauroit jamais être trouvée par la voye ordinaire de l'intégration ; mais que, pour la trouver, il faut appliquer la régle que je viens d'exposer. De là on voit donc que les deux paradoxes expliqués sont tellement liés ensemble, que l'un renferme necéssairement l'autre.

XLV. La régle donc, suivant laquelle on juge ordinairement, si une équation différentielle est intégrée dans toutes son étendue, ou non, n'est pas générale. On croit communément, que lorsqu'on a intégré en sorte une équation différentielle, que l'équation intégrale contient une constante indéfinie, qui ne se trouve pas dans la différentielle, alors l'équation intégrale soit complette, ou de la même étendue que la différentielle. Mais nous voyons par les exemples rapportés que, quoique les équations trouvées par l'intégration contiennent une telle constante, qui semble les rendre générales, les équations différentielles renferment pourtant une solution, qui n'est pas comprise dans

dans l'intégrale. Cette circonſtance ſur le critere des équations intégrales complettes nous pourroit fournir un troiſième parodoxe, s'il n'étoit pas déjà ſi étroitement lié avec le précédent.

XLVI. Il peut donc ſouvent arriver, qu'il eſt même abſolument impoſſible d'intégrer, ou même de ſéparer une équation differentielle propoſée, & dont on peut néanmoins par la régle donnée trouver une équation finie qui ſatisfait à la queſtion. Ainſi, ſi l'on étoit parvenu dans la ſolution d'un probleme à une telle équation

$$aa(aa-xx)dy+aaxydx=(aa-xx)(ydx-xdy)\sqrt{(yy+xx-aa)}$$

dont on entreprendroit inutilement l'intégration, on ſeroit pourtant ſûr que cette équation finie $yy+xx=aa$ y eſt compriſe. Car, poſant $yy+xx-aa=0$, tant l'un que l'autre membre de l'équation évanouït : ce qui devient plus clair lorsqu'on met $y=z\sqrt{(aa-xx)}$, car alors l'équation prendra cette forme: $aadz=(ydx-xdy)\sqrt{(zz-1)}$: & poſant $Z=\sqrt{(zz-1)}$ on aura par la régle donnée $\sqrt{(zz-1)}=0$, ou $z=1$, & partant $yy+xx=aa$,





DES CERFS-VOLANS,

PAR MR. EULER LE FILS.

Traduit du Latin.

Comme les Cerfs-volans n'ont fervi jusqu'ici que de jouët aux enfans, les recherches que j'entreprens, paroîtront peu dignes de la Géomètrie ; & à peine auffi y a-t-il aucun des Geomètres qui ait jugé cet amufement puérile digne de fon attention. Il n'en eft pas moins vrai que c'eft un fujet qui demande les difcuffions les plus profondes ; & cela pourroit faire naître le doute, fi les difficultés qui fe rencontrent dans la réfolution de cette queftion, n'ont pas plus contribüé à détourner les Geomètres de la traiter, que le mépris qu'ils ont eu pour la baffeffe apparente du fujet.

Mais, quand on accorderoit que des jeux d'enfant ne doivent pas arrêter les regards d'un Geomètre, perfonne cependant à ce que j'efpère, ne me reprochera de m'être occupé de celui-ci, depuis que le célèbre Mr. *de Romas* s'eft fervi avec tant de fuccès d'un femblable Cerf-volant dans fes Expériences éléctriques, & qu'annobliffant ainfi ce jouët il l'a introduit dans la Phyfique.

En effet, s'étant propofé d'examiner l'éléctricité dont les nuées orageufes font remplies, plufieurs Expériences faites dans ce deffein, l'ont inftruit qu'on ne pouvoit fe promettre une réuffite fatisfaifante, à moins que la barre de fer ne fut élévée à une hauteur beaucoup plus grande, que n'eft celle qu'on peut lui donner par le moyen des Machines conftruites au deffus des plus hauts édifices. Il lui vint donc dans l'efprit d'employer à cet ufage un Cerf-volant, auquel il attacha

une

une barre legere de fer ; & cela lui réussit si bien, qu'à l'aide d'un vent assez fort il pût tenir son Cerf-volant suspendu à la hauteur d'environ six cent pieds.

Description du Cerf-volant.

1. J'entens ici par un Cerf-volant, un plan d'une figure quelconque AEBF, composé de deux parties égales & semblables AEB, & AFB, de sorte que la droite ADB soit le diamètre de cette figure. Pour plus de distinction j'appellerai l'extrèmité A la tête, & l'autre B, la queüe du Cerf-volant. Fig. 1.

2. Soit la surface de ce plan $= aa$, & son centre de gravité en C : en sorte que la force du vent, suivant quelque obliquité qu'elle vienne à rencontrer ce plan, puisse être toujours considérée comme concentrée dans ce point C, qu'il faut bien distinguer du centre de gravité de tout le corps.

3. Soit de plus G le centre de gravité de tout le corps, & son poids $= P$; & le Cerf-volant pourra être conçu chassé toujours en bas à cause de sa pesanteur par une force P tendant verticalement, dont la direction soit censée passer par le point G.

4. Soit enfin D le point auquel la ficelle est attachée ; mais, afin que cette ficelle tenduë soit constamment située avec le diamètre AB dans un plan perpendiculaire au plan du Cerf-volant, qu'on lie aux points E & F des fils, qui seront ensuite réunis à la ficelle.

5. En attachant donc la ficelle de la maniere déjà indiquée, le Cerf-volant aura un mouvement gyratoire libre autour de l'axe EF : mais si, outre cela, on joint encore à la ficelle un troisième fil lié au point Q ou B, on peut faire en sorte que le Cerf-volant retienne constamment la même inclinaison donnée avec la ficelle.

6. Dans le premier cas l'inclinaison du plan AEBF à la direction de la ficelle pourra varier en une infinité de manieres, de façon

 cepen-

cependant que le plan formé par la direction de la ficelle avec le diamètre AB du Cerf-volant, demeure toujours perpendiculaire au plan du Cerf-volant : & cette inclinaison du plan du Cerf-volant à la direction de la ficelle sera toujours constante dans l'autre cas.

7. Comme ces deux cas différent essentiellement entr'eux, il conviendra de les traiter séparément. Je commencerai par le second, comme étant le plus simple ; c'est celui dans lequel la ficelle fait avec le plan du Cerf-volant un angle donné, de façon qu'on peut considérer la Machine toute entiere, c'est à dire, le Cerf-volant avec sa ficelle, comme un corps roide.

8. Mais la position des trois points D, C, & G, entrant surtout dans le calcul, nommez leurs distances du centre de grandeur du plan $CG = b$ & $CD = c$, ayant déjà appellé les autres quantités, auxquelles on doit aussi avoir égard, sçavoir la surface $AEBF = aa$, & le poids du Cerf-volant $= P$.

PREMIER CAS,

dans lequel l'inclinaison de la ficelle au plan du Cerf-volant est donnée.

PROBLEME I.

9. *Trouver les conditions réquises pour que le Cerf-volant, sollicité par un vent donné, demeure suspendu en l'air dans un état de repos.*

SOLUTION.

Fig. 2.

10. Soit AB l'état d'équilibre, dans lequel le Cerf-volant demeure suspendu en l'air par la force du vent, & la tension de la ficelle. Puisque l'angle que la ficelle DT fait avec le plan du Cerf volant est donné, qu'il soit $ADT = \theta$: ce plan ADT doit être perpendiculaire au plan du Cerf-volant, duquel plan le seul diamètre AB est représenté dans la figure.

11.

11. Ensuite soit l'inclinaison du plan AB à l'horizon, ou l'angle ACI $= \phi$; la droite horizontale IC dénotant en même tems la direction du vent, & posant la vitesse du vent duë à la hauteur v, on aura la force du vent sur le plan du Cerf-volant égale au poids du volume d'air $= aav \sin \phi^2$.

12. Laquelle force donc, appliquée au Cerf-volant au point C, doit être conçuë suivant la direction Cc perpendiculaire à AB. Mais il sera permis d'exprimer cette force par la formule $aav \sin \phi^2$, pourvû que les autres forces soyent aussi exprimées par de semblables volumes d'air, dont les poids soyent égaux à leurs poids.

13. Le Cerf-volant sera de plus sollicité à cause de sa pesanteur en bas par la force P. Qu'on mene donc par le point G la droite verticale GP, & elle représentera la direction de cette force de gravité; mais l'angle BGP sera le complément de l'angle ACI $= \phi$ pour un angle droit: d'où l'on aura $BGP = 90° - \phi$.

14. Enfin, soit la force par laquelle la ficelle DT est tenduë, ou la tension de la ficelle $= T$, qui est la même par laquelle la ficelle doit être retenuë en T. Si l'on mene à présent la droite horizontale TR, il est évident que l'angle DTR, duquel la ficelle est élevée à l'horizon, sera $= \theta - \phi$.

15. Toute la machine sera donc sollicitée par trois forces.

I. Par la force suivant $Cc = aav \sin \phi^2$

II. Par la force suivant $GP = P$, &

III. Par la force suivant $DT = T$,

en négligeant ici le poids & la courbure de la ficelle. Il reste donc à examiner les conditions requises, pour que ces trois forces se tiennent en équilibre.

16. Pour cette fin il est nécessaire que nous prenions des momens par rapport aux points, autour desquels la machine peut avoir un mouvement de gyration; lesquels momens, par là même qu'ils

doivent se détruire, fourniront des équations, par lesquelles on pourra connoître toute la position du Cerf-volant dans l'état d'équilibre.

17. Mais dans le cas présent, où nous considérons toute la machine comme un corps roide, il n'y a que le seul point T, autour duquel la machine peut tourner : ainsi cherchons les momens de ces trois forces par rapport au dit point T.

18. Et pour procéder de la maniere la plus abrégée, que la direction de la ficelle DT soit prolongée indéfiniment au delà du point D, & que les directions des forces GP, & Cc, soyent aussi prolongées jusqu'à leur concours avec la droite DT ; & que de ces directions celle qui est désignée par GP rencontre la droite DT prolongée en g, & l'autre Cc en c.

19. Alors le moment de la force Cc sera exprimé par le produit de la force $Cc \cdot Tc \sin CcD$, & le moment de la force GP par le produit de la force $GP \cdot Tg \cdot \sin GgD$, lequel étant contraire à l'autre, ils doivent être censés égaux entr'eux dans l'état d'équilibre de la machine.

20. A présent, pour déterminer les valeurs de ces momens, soit la longueur de la ficelle $DT = f$: & l'on aura $Tc = f + cD$, d'où, à cause de l'angle $CcD = 90 - \theta$, nous aurons $Tc \cdot \sin CcD = f \cos\theta + cD \cdot \sin CcD$; mais, comme $cD \cdot \sin CcD$ est $= CD = c$, on aura $Tc \cdot \sin CcD = f\cos\theta + c$; & par là on trouve

le moment de la force $Cc = aav\,(f\cos\theta + c)\sin\phi^2$.

21. D'une maniere semblable, comme $Tg.\sin GgD = TD.\sin GgD + Dg.\sin GgD$, à cause de $GgD = 180° - gGD - gDG = 90° + \phi - \theta$: on aura $Tg.\sin GgD = f\cos(\theta - \phi) + Dg.\sin GgD$: or $Dg.\sin GgD$ est $= DG.\sin gGD$: mais l'angle $gGD = 90° - \phi$ & $DG = b + c$: lesquelles valeurs étant donc substituées, nous obtenons $Tg.\sin GgD = f\cos(\theta - \phi) + (b + c)\cos\phi$. D'où nous recueillons le moment de la force $GP = P\,[f\cos(\theta - \phi) + (b + c)\cos\phi]$.

22. Ces momens, puisqu'ils doivent être égaux, fourniront l'équation suivante : $aav(f\cos\theta+c)\sin\phi^2 = P[f\cos(\theta-\phi)+(b+c)\cos\phi]$ par laquelle l'angle ϕ peut être trouvé : & cette équation étant développée se changera en une autre du quatrième ordre.

23. Mais, pour trouver la tension, qu'on résolve les forces Cc & GP en d'autres, suivant la direction de la ficelle DT, lesquelles affecteront seules la tension ; mais la force Cc résoluë donnera la force $DT = - aav \sin\phi^2 \sin\theta$, & de la force GP naîtra la force $DT = + P\sin(\theta - \phi)$; lesquelles étant réunies on trouvera la tension de la ficelle, que nous avons appellée

$$T = aav \sin\phi^2 \sin\theta - P\sin(\theta - \phi).$$

24. La premiere équation donc fournit
$aav \sin\phi^2 = \dfrac{P(f\cos(\theta - \phi) + (b + c)\cos\phi)}{f\cos\theta + c}$, laquelle valeur étant substituée dans l'expression trouvée pour la tension, on obtiendra, la réduction étant faite, la nouvelle valeur suivante pour la tension T

$$T = \frac{P(f\sin\phi + b\sin\theta.\cos\phi + c\cos\theta.\sin\phi)}{f\cos\theta + c}$$

COROLL. 1.

25. Si la vitesse du vent cessoit tout à fait, toute la machine tomberoit en bas en tournant autour du point T, de façon que le centre de gravité G reposeroit verticalement sous le point T. Dans lequel cas à cause de cela on auroit : $f\cos(\theta-\phi)+(b+c)\cos\phi = 0$.

COROLL. 2.

26. L'effet du vent que nous considérons ici, ne commencera à devenir sensible, que lorsque la ficelle DT vient à s'élever au dessus de l'horizon ; mais, pour que cette ficelle occupe la position horizontale,

tale, ce qui arrive si $\phi = \theta$, la vitesse du vent doit être telle, que v devienne $= \frac{P(f + (b + c) \operatorname{cof} \theta)}{aa \operatorname{fin} \theta^2 (f \operatorname{cof} \theta + c)}$.

COROLL. 3.

27. Toutes les fois donc que la vitesse du vent n'excède pas ce terme, tout autant de fois la ficelle ne s'élevera pas au dessus de l'horizon; mais réciproquement, plus la vitesse du vent surpassera ce terme, plus le Cerf-volant s'élevera au dessus de l'horizon; & si enfin la vitesse du vent devient infinie, on trouvera $\phi = 0$, & le plan du Cerf-volant s'éleveroit en l'air, jusqu'à ce qu'il atteignit la situation horizontale.

COROLL. 4.

28. Mais, afin que le Cerf-volant puisse s'élever avec la plus grande facilité dans l'air, l'angle θ devra être pris, de façon que la quantité trouvée pour v au §. 26 devienne la plus petite. Mais, parce que la longueur de la ficelle est toujours prise si grande qu'à son égard les intervalles b & c peuvent être négligés, tout se réduira à ce que la quantité $\operatorname{fin} \theta^2 . \operatorname{cof} \theta$ soit la plus grande.

COROLL. 5.

29. Ayant donc fait l'expression $\operatorname{fin} \theta^2 . \operatorname{cof} \theta$ ou $\operatorname{cof} \theta - \operatorname{cof} \theta^3$ la plus grande, on trouvera cette condition $1 - 3 \operatorname{cof} \theta^2 = 0$, d'où $\operatorname{cof} \theta = \sqrt{\frac{1}{3}}$ & $\operatorname{fin} \theta = \sqrt{\frac{2}{3}}$; de là l'angle même ADT sera $= \theta = 54^\circ, 44'$. C'est donc de cet angle que la ficelle doit être inclinée au plan du Cerf-volant, pour monter le plus haut.

COROLL. 6.

30. En négligeant donc les intervalles b & c à l'égard de la longueur de la ficelle DT $= f$, le Cerf-volant s'élevera au dessus de l'horizon, dès que v aura surpassé la quantité $\frac{3 P \sqrt{3}}{2 aa}$.

COROLL.

COROLL. 7.

31. Soit donc $v > \frac{3P\sqrt{3}}{2aa}$, & l'angle ϕ sera trouvé par l'équ[illegible] tion suivante $aav \sin\phi \cos\theta = P\cos\theta\cos\phi + P\sin\theta\sin\phi$, ou à cau[illegible] de tang $\theta = \sqrt{2}$, de celle-ci $aav \sin\phi^2 = P\cos\phi + P\sin\phi\sqrt{[illegible]}$

COROLL. 8.

32. Qu'on appelle pour abréger $\frac{P}{aav} = n$, de sorte que no[illegible] ayons cette équation : $\sin\phi^2 - n\sin\phi\sqrt{2} = n\cos\phi$, qui prenant les quarrés donnera $\sin\phi^4 - 2n\sin\phi^3\sqrt{2} + 2nn\sin\phi^2 =$ $nn - nn\sin\phi^2$: qu'on pose de plus $\sin\phi = \frac{z}{\sqrt{2}}$, & l'équati[illegible] à résoudre se changera en celle-ci

$$z^4 - 4nz^3 + 6nnzz - 4nn = 0.$$

COROLL. 9.

33. Si $v = \frac{3P\sqrt{3}}{2aa}$, n sera $= \frac{2}{3\sqrt{3}}$: d'où, si $v > \frac{3P[illegible]}{2[illegible]}$ la valeur de n deviendra moindre que $\frac{2}{3\sqrt{3}}$, ou $\frac{8}{21}$. Con[illegible] dérons donc n comme un nombre fort petit ; & nous aurons par l[illegible] approximations $z = \sqrt{2n} + n + \frac{n\sqrt{n}}{2\sqrt{2}}$, & de là $\sin\phi = \sqrt{n} + \frac{n}{\sqrt{2}} + \frac{n\sqrt{n}}{4}$ &c.

COROLL. 10.

34. Parce qu'il a été permis de négliger les intervalles pourvû que la ficelle soit assez longue, ce sera la même chose dans quelque endroit qu'on l'attache, pourvû que son inclinaison au plan du Cerf-volant soit 54° 44′ ; mais, si l'angle θ approchoit davantage de

de l'angle droit, il ne feroit plus permis de négliger l'intervalle c par rapport à f cof θ.

Application à la Pratique.

35. Comme le poids du Cerf-volant eſt connu, ou pourra le ſuppoſer égal à un cylindre d'air qui a pour baſe la ſurface du Cerf-volant. Or on eſtime $\frac{8}{100}$ d'une livre le poids d'un pied cubique d'air. Soit donc h la hauteur de ce cylindre; & dans toutes les formules il faudra ſubſtituer aah pour P.

36. En poſant donc $P = aah$, & en négligeant les diſtances b & c, l'équation pour trouver l'angle ϕ revêtira cette forme,

$$v \sin \phi^2 \cos \theta = h \cos \theta \cos \phi + h \sin \theta \sin \phi.$$

& ſi outre cela, au lieu de θ on ſubſtitue la valeur trouvée 54°, 44', ou que pour cof θ on écrive $\sqrt{\frac{1}{3}}$, & pour ſin θ, $\sqrt{\frac{2}{3}}$, cette équation ſe changera en celle-ci, $v \sin \phi^2 = h \cos \phi + h \sin \phi . \sqrt{2}$: d'où, en poſant $\frac{h}{v} = n$, on tirera par des approximations

$$\sin \phi = \sqrt{n} + \frac{n}{\sqrt{2}} + \frac{n\sqrt{n}}{4}.$$

37. Pour la tenſion de la ficelle nous aurons

$T = \frac{P \sin \phi}{\cos \theta} = aah \sin \phi \sqrt{3}$, & ſi n eſt un fort petit nombre, afin que l'approximation ait lieu, on aura

$$T = P\left(\sqrt{\frac{3h}{v}} + \frac{h}{v}\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{h}{4v}\sqrt{\frac{3h}{v}}\right)$$

D'où il paroit que la tenſion de la ficelle ſera d'autant moindre, que la viteſſe du vent ſera plus grande.

38. Nous avons ſuppoſé ici, ſuivant la régle commune, que la force du vent ſur le Cerf-volant eſt $aav \sin \phi^2$. Mais pluſieurs Expé-

Expériences enſeignent qu'on doit la ſtatuër le double plus grande, ſçavoir $= 2aav \sin \Phi^2$, laquelle régle ſi nous voulons ſuivre, il n'y aura ſeulement qu'à écrire dans nos formules $2v$ au lieu de v; nous pourrons auſſi prendre pour v la double hauteur duë à la viteſſe du vent. D'où, ſi le vent parcourt l'eſpace s pendant $1''$, g dénotant la hauteur de laquelle un corps péſant tombe librement dans $1''$, il conviendra de poſer $v = \frac{ss}{2g}$; or g eſt à peu près un eſpace de 15 pieds.

EXEMPLE.

39. Qu'on faſſe le poids du Cerf-volant égal au poids d'un cylindre d'air, dont la baſe $= aa$, & la hauteur d'un pied, de ſorte que h ſoit $= 1$. En faiſant donc $\theta = 54°, 44'$, afin que le Cerf-volant s'éleve au deſſus de l'horizon, il eſt néceſſaire que $v > \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ou $v > \frac{21}{8}$ d'un pied. Or un tel vent, dont la hauteur duë à ſa viteſſe v ſoit $\frac{21}{8}$ d'un pied, parcourra dans $1''$ l'eſpace $2\sqrt{gv} = \sqrt{\frac{30.20,}{8}}$ qui ſera preſque un eſpace de 9 pieds.

Premier Cas.

40. Soit premièrement $s = 10$, on aura $n = \frac{3}{10} = 0, 3$, & $nn = 0, 09$. D'où il faudra réſoudre cette équation $z^4 - 1, 2z^3 + 0, 54zz - 0, 36 = 0$, de laquelle on tirera $z = 1\frac{1}{71}$, & de là $\Phi = 45°, 46'$; mais, parce que $\theta = 54°, 44'$, l'angle DTR que la ficelle fait avec l'horizon, ſera $= \theta - \Phi = 8°, 58'$. Enſuite, en poſant le poids du Cerf-volant $= P$, la tenſion de la ficelle ſera $T = 1, 24\, P = 1\frac{1}{4}\, P$ à très peu près.

Second Cas.

41. Qu'on suppose à présent que le vent parcourt un espace de 15 pieds dans une seconde, & on aura $n = \frac{2}{15}$ & $nn = \frac{4}{225}$: d'où l'équation à résoudre sera $z^4 - \frac{8}{15} z^3 + \frac{24}{225} zz - \frac{16}{225} = 0$. Soit $z = \frac{y}{15}$ afin qu'on ait $y^4 - 8y^3 + 24yy - 3600 = 0$: dont la racine à peu près est $y = 9 \frac{8}{15}$; d'où z sera $= \frac{25}{39}$. De là on tirera $\phi = 26°, 57'$, & le vent élevera le Cerf-volant à une si grande hauteur, que l'angle DTR sera $= 27°, 47'$. Or la tension de la ficelle sera $= 0, 755$ P.

Trosième Cas.

42. A présent qu'on fasse $s = 20$ pieds, & à cause de $n = \frac{3}{40}$ & $nn = \frac{9}{1600}$, l'équation à résoudre sera $z^4 - \frac{12}{40} z^3 + \frac{54}{1600} zz - \frac{36}{1600} = 0$. Soit de nouveau $z = \frac{y}{40}$, & l'équation se changera en celle-ci, $y^4 - 12y^3 + 54yy - 57600 = 0$, d'où l'on tirera $y = 18\frac{1}{3}$; & par conséquent $z = \frac{11}{24}$: de là $\phi = 18°, 55'$. L'angle DTR sera donc $= 35°, 49'$, & la tension de la ficelle $T = 0, 562$ P.

Remarques.

43. Mais ce premier cas, que nous venons de considérer, n'aura lieu que quand la ficelle est attachée au Cerf-volant, de façon que toute la machine peut être considérée comme un seul corps roide. Car il est non seulement requis que l'angle ADT soit invariable, mais aussi que la ficelle demeure droite du point D au point T.

44. Si pour conserver l'angle ADT on applique le fil A*t*, qui en le tendant rendroit l'angle ADT constamment égal à une quantité donnée, cela ne suffiroit pourtant pas encore pour retenir les points D, t, & T, dans la ligne droite ; & le Cerf-volant avec ce triangle ADT pourroit tourner encore librement autour du point *t*.

Il

Il feroit donc requis outre cela que la ficelle DT fut roide, de façon qu'elle ne souffrit aucune infléxion ; ce dont on pourroit encore venir à bout ; si le point t étoit pris en T. Il sera donc nécessaire que deux fils soyent liés aux points D & A, qui pourront ensuite être attachés au point T ; & de peur que l'angle ADT ne souffre quelque variation, à cause du relâchement de l'un ou de l'autre de ces fils, il sera expédient d'y en joindre encore un troisième, qui étant lié au point B se réunisse avec les deux autres au point commun T.

45. Mais, de quelque maniere que nous fabriquions la machine, le poids de la ficelle, que nous avons négligé ici, influera pourtant beaucoup sur les effets, & les changera. Car posons que ce poids de la ficelle, ou de ces trois fils, soit Q, & il en naîtra premierement un moment pour tirer le Cerf-volant en bas $= 2\,Q f \cos(\theta - \phi)$, & en second lieu la tension sera diminuée par la force $Q \sin(\theta - \phi)$.

46. Nous aurions donc, si nous introduisions le poids des fils Q, l'équation suivante pour l'angle ϕ ; $aav \sin\phi^2 \cos\theta = Pf\cos(\theta - \phi) + \frac{1}{2} Q f \cos(\theta - \phi)$, & pour la tension des fils $T = aav \sin\phi \sin\theta - P\sin(\theta - \phi) - Q\sin(\theta - \phi)$ ou $T = \frac{P\sin\phi}{\cos\theta} - \frac{1}{2} Q \sin\theta \cos\phi + R\frac{(1 + \cos\theta)\sin\phi}{a\cos\theta}$. D'où il sera très facile de corriger les déterminations précédentes.

47. Comme une semblable disposition rend la machine plus compliquée, que si l'on employoit une seule ficelle, qui par conséquent permettroit à l'angle ADT de souffrir des variations, je passe à l'examen de l'autre cas, dans lequel la ficelle attachée n'empêche pas que l'angle ADT ne varie, de façon que le Cerf-volant peut tourner librement autour de son axe EF (Fig. 1.)

SECOND CAS,

où l'on suppose l'inclinaison de la ficelle au plan du Cerf-volant variable.

PROBLEME II.

48. *En attachant au Cerf-volant au point* D *la ficelle fixe en* T, *trouver les momens de la force du vent & du poids, tant du Cerf-volant que de la ficelle, pour changer l'état que le Cerf-volant est supposé avoir dans le tems présent.*

SOLUTION.

49. Dans ce cas il y a déjà deux choses qui déterminent la position du Cerf-volant, sçavoir premièrement l'angle DTR, que la ficelle fait avec l'horizon TR, & ensuite l'angle ADT, qui est l'inclinaison de la ficelle au Cerf-volant.

50. Soit à présent l'angle $ADT = \theta$, & l'angle que le Cerf-volant fait avec la direction du vent $ACI = \phi$; d'où l'angle de l'inclinaison de la ficelle ad l'horison DTR sera $= \theta - \phi$, pourvû que l'on conçoive le vent comme soufflant horizontalement. Ces deux angles θ & ϕ détermineront donc abondamment la position du Cerf-volant.

51. Ensuite, qu'on pose comme dans le cas précédent la surface du Cerf-volant $= aa$, & son poids $= P$, qui pourra aussi être exprimé par un volume d'air qui soit $= aah$. Soit de plus C le centre de gravité de la surface du Cerf-volant, ou plutôt son centre de grandeur, & G le centre de gravité de tout le corps; & qu'on appelle les intervalles $CG = b$ & $CD = c$; la longitude de la ficelle $DT = f$, son poids $= Q$, & la tension $= T$.

52. Que le vent parcoure en une seconde l'espace s, & soit g la hauteur par laquelle un corps pesant tombe librement en $1''$. Qu'on suppo-

suppose de plus $v = \frac{ss}{2g}$ (§. 38.) & la force du vent sur le plan du Cerf-volant suivant la direction Cc sera $= aav \sin\phi^2$; mais à cause de la pesanteur le Cerf-volant sera sollicité en bas suivant la direction verticale GP par une force $= P$.

53. La machine étant présentement capable d'un double mouvement rotatoire, sçavoir l'un autour du point T, & l'autre autour du point D, il faut déterminer les momens de toutes les forces sollicitantes à l'égard de ces deux points D & T, au lieu que dans le cas précédent il n'avoit été nécessaire de déterminer ces momens qu'à l'égard du seul point T.

54. Pour ce qui regarde le point T, il est déjà constant par le problème précédent, que le moment de la force Cc est $= aav(f\cos\theta + c)\sin\phi^2$, & que le moment de la force de gravité $GP = P(f\cos(\theta - \phi) + (b+c)\cos\phi)$. A quoi l'on doit encore joindre le moment de la force né du poids de la ficelle, sçavoir le moment de la force $OV = \frac{1}{2}Qf\cos(\theta - \phi)$, en négligeant sa courbure, & en supposant qu'elle est partout d'une même épaisseur, & faite d'une matiere homogene.

55. Ensuite, comme le Cerf-volant doit aussi tourner à l'entour du point D, on trouvera facilement par rapport à ce point, le moment de la force du vent $Cc = aacv \sin\phi^2$: & le moment de la force de gravité $GP = (b+c)P\cos\phi$; d'où l'on recueille le moment total qui tend à diminuer l'angle $ADT =$ $aacv \sin\phi^2 - (b+c)P\cos\phi$, & le moment total qui tend à augmenter l'angle $DTR =$ $aav(f\cos\theta + c)\sin\phi^2 - P(f\cos(\theta-\phi) + (b+c)\cos\phi) - \frac{1}{2}Qf\cos(\theta - \phi)$.

56.

56. Enfin la tension de la ficelle, ou la force par laquelle la ficelle doit être arrêtée en T sera, comme elle a déjà été trouvée §. 46.

$$T = aav \sin\phi^2 \sin\theta - P \sin(\theta-\phi) - Q \sin(\theta-\phi)$$

Et ce sont là toutes les déterminations que demande la solution de ce problème.

PROBLEME III.

57. *Toutes ces déterminations étant données, definir la position, suivant laquelle le Cerf-volant exposé à un vent donné se trouve en équilibre.*

SOLUTION.

58. Qu'on retienne donc toutes les déterminations, telles qu'elles ont été dans le problème précédent, & tout se réduira à trouver pour la situation d'équilibre du Cerf-volant, tant à l'égard du point T que du point D, les angles ϕ & θ.

59. Or l'état d'équilibre à l'égard du point D donne cette équation,

$$aacv \sin\phi^2 = (b+c) P \cos\phi.$$

Qu'on pose pour abréger $\frac{P(b+c)}{aacv} = \frac{h(b+c)}{cv} = 2n$: afin que $\sin\phi^2$ devienne $= 2n\cos\phi$, ou $1 - \cos\phi^2 = 2n\cos\phi$; d'où l'on tire d'abord $\cos\phi = -n + V(nn+1)$, & de là $\sin\phi = V[2nV(1+nn) - 2nn]$.

60. De plus, afin que la machine soit aussi soutenuë en équilibre par rapport au point T, il est requis que soit

$$aav(f\cos\theta + c)\sin\phi^2 = P[f\cos(\theta-\phi) + (b+c)\cos\phi] + \tfrac{1}{2}Qf\cos(\theta-\phi)$$

Mais cette équation, à cause de la précédente $P(b+c)\cos\phi = aacv\sin\phi^2$, revêtira la forme suivante plus simple.

$$aav\sin\phi^2\cos\theta = (P+\tfrac{1}{2}Q)\cos(\theta-\phi).$$

61.

61. L'angle ϕ, étant déjà trouvé, à cause de aav fin $\phi^2 = \frac{b+c}{c}$ P cof ϕ, l'équation à résoudre sera

$$P(b+c)\cos\phi\ \cos\theta = (P+\tfrac{1}{2}Q)\,c\cos(\theta-\phi):$$

Soit pour abréger $\frac{P(b+c)}{(P+\frac{1}{2}Q)c} = m$, de sorte que l'équation ait cette forme

$$m\cos\phi\ \cos\theta = \cos\theta\ \cos\phi + \sin\theta\ \sin\phi$$

de laquelle on tire d'abord :

$$\text{tang}\ \theta = \frac{(m-1)\cos\phi}{\sin\phi} = \frac{(Pb-\frac{1}{2}Qc)\cos\phi}{(P+\frac{1}{2}Q)c\sin\phi}.$$

62. Les angles θ & ϕ étant trouvés, leur différence $\theta-\phi$ nous indiquera l'inclinaison de la ficelle DT à l'horizon TR, ou l'angle DTR. Ou bien, à cause de tang $(\theta-\phi) = \frac{\text{tang}\,\theta - \text{tang}\,\phi}{1+\text{tang}\,\theta\,.\,\text{tang}\,\phi}$, on exprimera aussi séparément

$$\text{tang}\,(\theta-\phi) = \frac{(m-1)\cot\phi - \text{tang}\,\phi}{m} = \frac{(m-1)\cos\phi^2 - \sin\phi^2}{m\sin\phi\,.\cos\phi},$$

$$\text{ou tang}\,(\theta-\phi) = \frac{\cos\phi}{\sin\phi} - \frac{(P+\frac{1}{2}Q)c}{P(b+c)\sin\phi\,.\cos\phi}.$$

63. Quant à ce qui regarde la force, par laquelle la ficelle doit être retenuë en T, on la réduit, à cause de aav fin $\phi^2 = \frac{b+c}{c}$P cof ϕ, à cette forme

$$T = \frac{P(b+c)\cos\phi\,.\sin\theta}{c} - (P+Q)\sin(\theta-\phi)$$

dont la valeur pourra par conséquent être aisément assignée, à cause des angles θ & ϕ connus.

PROBLEME IV.

64. *Déterminer la disposition du Cerf-volant, suivant laquelle il seroit élevé par la force d'un vent donné à la plus grande hauteur.*

SOLUTION.

65. Il est donc requis d'attribuer aux intervalles b & c de telles valeurs qu'elles rendent l'angle $\theta - \phi$ le plus grand. Mais, comme $\frac{b+c}{c}$ est $= \frac{aav \sin\phi^2}{P \cos\phi}$, tout revient à trouver l'angle ϕ, de façon que la valeur trouvée pour tang $(\theta - \phi)$, ou cette formule $\frac{\cos\phi}{\sin\phi} - \frac{P + \frac{1}{2}Q}{aav \sin\phi^3}$, devienne un *maximum*.

66. Or la différentiation de cette formule donnera l'équation $\frac{-1}{\sin\phi^2} + \frac{3(P+\frac{1}{2}Q)\cos\phi}{aav \sin\phi^4} = 0$; d'où l'on tire $aav \sin\phi^2 = 3(P + \frac{1}{2}Q)\cos\phi$. Mais, à cause de $aav \sin\phi^2 = \frac{b+c}{c} P\cos\phi$, on obtient $\frac{b+c}{c} = \frac{3(P+\frac{1}{2}Q)}{P}$. Il est donc nécessaire que $\frac{b+c}{c}$ soit $= 3 + \frac{3Q}{2P} = \frac{DG}{DC}$.

67. La situation des points G & C étant donc donnée, on trouve le lieu du point D où la ficelle doit être attachée, & alors le Cerf-volant sera élevé à la plus grande hauteur. En effet il faut prendre $c = \frac{2Pb}{4P+3Q}$, ou $CD = \frac{2P}{4P+3Q} CG$: Donc l'intervalle CD devra être encore moindre que la moitié de l'intervalle G C.

68. De plus le point D étant déterminé de maniere que $\frac{b+c}{c}$ devienne $= 3 + \frac{3Q}{2P}$, ou aura pour l'élévation du Cerf-volant au dessus de l'horizon $\tan g(\theta - \phi) = \frac{3 \cos\phi - 1}{3 \sin\phi \cos\phi}$. Posant ensuite pour abréger $\frac{3(P + \frac{1}{2}Q)}{aav} = 2n$, l'angle ϕ sera déterminé par cette expression $\cos\phi = -n + \sqrt{(nn+1)}$, ou $\sin\phi = \sqrt{2n[-n + \sqrt{(nn+1)}]}$.

69. Ces valeurs étant substituées dans l'expression pour l'élévation trouvée du Cerf-volant,

on aura $\tan g(\theta - \phi) = \frac{6nn + 2 - 6n\sqrt{(nn+1)}}{3(-n + \sqrt{(nn+1)})^{\frac{3}{2}} \sqrt{2n}}$ ou

$$\tan g(\theta - \phi) = \frac{2[-2n + \sqrt{(1+nn)}]\sqrt{[n + \sqrt{(1+nn)}]}}{3\sqrt{2n}}, \text{ ou}$$

$$\tan g(\theta - \phi) = \tfrac{2}{3}\sqrt{\frac{n^3 - 3n + (1+nn)\sqrt{(1+nn)}}{2n}} = \tan g\, DTR.$$

70. Enfin la tension de la ficelle T sera $= 3(P + \frac{1}{2}Q)\sin\theta\cos\phi - (P+Q)\sin(\theta - \phi)$, laquelle revêt aussi cette forme :

$$T = (2P + \tfrac{1}{2}Q)\sin\theta\cos\phi + (P+Q)\cos\theta\sin\phi$$

Et par ces déterminations on connoîtra toutes les choses qui sont requises, pour que le Cerf-volant puisse s'élever à la plus grande hauteur.

COROLL. I.

71. La plus grande hauteur donc, à laquelle le Cerf-volant puisse être élevé, évanouïra si $2n = \sqrt{(1+nn)}$, c'est à dire dans le cas de $n = \sqrt{\frac{1}{3}}$; ce qui arrive donc, si $v = \frac{3(P + \frac{1}{2}Q)\sqrt{3}}{2aa}$.

 Mais,

Mais, si l'on pose l'espace que le vent parcourt en une seconde $= s$, nous aurons pour ce cas, où la plus grande hauteur du Cerf-volant évanouït, $s = \sqrt{2gv} = \sqrt{\frac{3g(P + \frac{1}{2}Q)}{aa}}$.

COROLL. 2.

72. A moins donc que v ne surpasse cette quantité $\frac{3(P + \frac{1}{2}Q)\sqrt{3}}{2aa}$, ou que s ne soit $> \frac{\sqrt{3g(P + \frac{1}{2}Q)}}{aa}$, il ne sçauroit arriver que le Cerf-volant soit élevé au dessus de l'horizon. D'où il paroit que, plus la ficelle est longue, & par conséquent pesante, plus la force du vent doit être grande.

COROLL. 3.

73. Si la vitesse du vent étoit infinie, & par conséquent $n = 0$, il est évident que la ficelle seroit élevée à la situation verticale, & alors l'angle ϕ évanouïroit; mais l'angle θ sera droit, & la tension de la ficelle $T = 2P + \frac{1}{2}Q$.

Remarques.

74. Mais, quelle que soit cette force requise pour retenir la ficelle en T, sa tension en D sera plus grande parce qu'il y a ici de plus à soutenir le poids de toute la ficelle. C'est pourquoi la tension de la ficelle en D sera =

$$\frac{P(b + c)\sin\theta.\cos\phi}{c} - P\sin(\theta - \phi)$$

75. De là, si l'on fait $\frac{b + c}{c} = \frac{3(2P + Q)}{2P}$, la tension en D sera $= 3(P + \frac{1}{2}Q)\sin\theta\cos\phi - P\sin(\theta - \phi)$ ou $= (2P + \frac{3}{2}Q)\sin\theta\cos\phi + P\cos\theta\sin\phi$: D'où cette tension

tension de la ficelle en D, dans le cas d'un vent infiniment fort, feroit $= 2P + \frac{3}{2}Q$.

76. Comme pour élever le Cerf-volant à la plus grande hauteur, il est nécessaire de prendre l'espace $CD = \frac{2P}{4P + 3Q} CG$; de sorte qu'il soit $CD : CG = 2P : 4P + 3Q$; si la distance CG evanouïssoit, les trois points C, D, & G, se réuniroient en un. Alors donc, dans quelque situation que le Cerf-volant ait été, tous ses momens évanouïront à l'égard du point D.

77. Dans ce cas donc le Cerf-volant sera indifférent à toutes les inclinaisons par rapport à la ficelle DT, & la machine ne produira pas son effet desiré. Il paroit donc tout à fait nécessaire dans la construction du Cerf-volant de prendre garde en même tems à ce que, quand sa vraye position vient à être troublée par une cause quelconque, il se trouve des forces qui le rétablissent aussi-tôt dans la situation d'équilibre.

PROBLEME V.

78. *L'état d'équilibre du Cerf-volant étant troublé, trouver les forces qui servent à le rétablir dans cet état.*

SOLUTION.

79. Comme il y a deux angles, sçavoir $ACH = \phi$ & $ADT = \theta$, qui déterminent l'état d'équilibre, cet équilibre peut être troublé d'une double maniere, quand l'un ou l'autre des angles s'ecarte de la vraye valeur qui répond à l'état d'équilibre de la machine.

80. Or premièrement l'état d'équilibre requiert un angle ACT, tel que $aacv \sin \phi^2$ soit $= (b + c) P \cos \phi$. Qu'on suppose donc l'angle ϕ croissant de la quantité infiniment petite $d\phi$, & la force Cc

 ten-

tendra à rétablir cet angle, tandis que l'autre GP produira un effet contraire.

81. Le moment donc de ces deux forces pour rétablir l'équilibre sera $aavc$ fin $(\phi + d\phi)^2 - P(b+c)\cos(\phi + d\phi)$, laquelle expression, à cause de $aavc \sin\phi^2 - P(b+c)\cos\phi = 0$, est réduite à celle-ci $(2aacv \sin\phi\cos\phi + P(b+c)\sin\phi)\, d\phi$, ou à la suivante

$$P(b+c)(2\cos\phi^2 + \sin\phi^2)\,\frac{d\phi}{\sin\phi}.$$

82. Il est manifeste de là que l'état d'équilibre est rétabli de nouveau, pourvû que la distance DG soit positive, & que la force de restitution lui soit proportionelle. Au contraire on voit que l'état d'équilibre troublé par une cause quelconque n'est pas aussi subitement rétabli, si cet intervalle DG est fort petit; & s'il devient négatif, il n'y a plus lieu à aucune restitution.

83. Qu'on établisse à présent que l'angle ACH $= \phi$ retient sa juste valeur; or l'angle DTR $= \theta - \phi$; de là aussi ADT $= \theta$ étant augmenté dans quelque cas d'une quantité infiniment petite $d\theta$, alors la force GP $=$ P avec la pesanteur de la ficelle $=$ Q rétablira l'équilibre; mais au contraire la force du vent CV tendra à produire l'effet opposé.

84. En posant donc pour θ, $\theta + d\theta$, le moment de la force, pour rétablir la machine dans son état précédent d'équilibre, sera

$$P(f\cos(\theta-\phi+d\theta)+(b+c)\cos\phi)+\tfrac{1}{2}Qf\cos(\theta-\phi+d\theta)-aav(f\cos(\theta+d\theta)+c)\sin\phi^2$$

Mais l'état d'équilibre demandant cette équation,

$$P(f\cos(\theta-\phi)+(b+c)\cos\phi)+\tfrac{1}{2}Qf\cos(\theta-\phi)-aav(f\cos\theta+c)\sin\phi^2 = 0,$$

le moment de la force restituante sera

$$d\theta\,[aav\sin\phi^2 f\sin\theta - Pf\sin(\theta-\phi) - \tfrac{1}{2}Qf\sin(\theta-\phi)]$$

87.

85. De là, par ce que $aav \sin \phi^2 = \frac{b+c}{c} P \cos \phi$, ce moment de restitution sera exprimé de la maniere suivante

$$f d \theta \left[\frac{b+c}{c} P \sin \theta \cos \phi - P \sin (\theta - \phi) - \tfrac{1}{2} Q \sin (\theta - \phi)\right]$$

Plus donc la quantité $\frac{b+c}{c} P \sin \theta \cos \phi - P \sin (\theta - \phi) - \frac{1}{2} Q \sin (\theta - \phi)$ sera grande, & plus la machine se remettra vîte dans sa premiere position d'équilibre.

86. La force pour retenir la ficelle tenduë en T, ayant été trouvée

$$T = \frac{b+c}{c} P \cos \phi \sin \theta - (P + Q) \sin (\theta - \phi)$$

le moment de la force qui tend à remettre la machine en équilibre, à l'égard du point T pourra être exprimé d'une maniere plus succinte ainsi, $f d \theta (T + \frac{1}{2} Q \sin (\theta - \phi))$

COROLL. I.

87. Afin donc que le Cerf-volant exposé au vent se conserve lui-même le plus qu'il est possible dans l'état d'équilibre, les deux expressions suivantes doivent être renduës aussi grandes que les circonstances le permettent

I. $\frac{P (b + c) (2 \cos \phi^2 + \sin \phi^2)}{\sin \phi}$ &

II. $\frac{b+c}{c} P f \cos \phi \sin \theta - (P + \frac{1}{2} Q) f \sin (\theta - \phi)$

COROLL. 2.

88. Mais, parce que nous avons trouvé ci-dessus (§. 61.) $(P + \frac{1}{2} Q) \cos (\theta - \phi) = \frac{b+c}{c} P \cos \phi \cos \theta$, la seconde ex-

pres-

preſſion revêtira auſſi cette forme $(P + \frac{1}{2} Q) \frac{f \sin \phi}{\cos \theta}$, laquelle étant poſitive, ne répugne jamais à la reſtitution, pourvû que la ficelle ſoit priſe aſſez longue.

Application à la Pratique.

89. On doit donc ſurtout prendre garde de donner au Cerf-volant une figure telle, que le centre de grandeur C ſoit à la plus grande diſtance du centre de gravité de la machine G ; ce que l'on obtiendra auſſi, ſi l'on attache quelque petit poids au Cerf-volant au point le plus bas B, afin que ce poids conduiſe le centre de gravité de tout le corps plus près du point B, & l'éloigne du point C.

90. Alors le poids du Cerf-volant étant poſé $= P$, & celui de la ficelle $= Q$, qu'on prenne entre le point C & la tête du Cerf-volant A le point D, de façon que la diſtance CD devienne $= \frac{2P}{4P + 3Q} \cdot CG$, auquel lieu D la ficelle D T ſoit alors attachée. On a auſſi trouvé pour le point D cette équation $\frac{b + c}{c} = \frac{3(2P + Q)}{2P}$.

91. Enſuite, en poſant la ſurface du Cerf-volant $= aa$, que le vent parcoure en une ſeconde l'eſpace s, & ſoit g la hauteur par laquelle un corps peſant tombe librement pendant ce même eſpace de tems, & que de plus on faſſe $\frac{ss}{2g} = v$. Alors qu'on réduiſe les poids P & Q à des volumes d'air de la même peſanteur, ſuivant l'hypotheſe commune, qui évalue un pied cubique d'air à un $\frac{8}{100}$ de livre. Enfin, qu'on poſe pour abréger $\frac{3(2P+Q)}{2aav} = \frac{3g(2P+Q)}{aass} = 2n$.

92.

92. Toutes ces choses étant présupposées, le Cerf-volant exposé au vent prendra une telle situation que l'inclinaison de son plan à l'horizon, ou l'angle A C I $= \phi$ sera exprimé de cette maniere $\operatorname{cos}\phi = -n + V(nn+1)$, ou $\operatorname{sin}\phi = V\,2n\,[-n+V(nn+1)]$; mais l'inclinaison de la ficelle à l'horizon TR, ou l'angle DTR $= \theta - \phi$, sera déterminé de façon que $\operatorname{tang}(\theta-\phi) = \frac{2[-2n+V(nn+1)]\,V n + V(nn+1)}{3\,V\,2n}$,

ou $\operatorname{tang}(\theta - \phi) = \frac{2}{3}\, V\, \frac{n^3 - 3n + (1+nn)V(1+nn)}{2n}$.

93. D'où il paroit de plus que le Cerf-volant ne s'élévera pas au dessus de l'horizon, à moins que $V(1+nn)$ ne devienne $> 2n$ ou $n < V\frac{1}{3}$: il sera donc nécessaire que $\frac{3g(2P+Q)}{2aass}$ soit $< V\frac{1}{3}$: de là $s > V\,\frac{3g(2P+Q)V3}{2aa}$. Afin donc que la machine soit plus aisément élevée, il faut surtout avoir soin que le poids, tant du Cerf-volant que de la ficelle, devienne le plus leger qu'il est possible.

94. Or ayant trouvé $\operatorname{tang}\theta = \frac{(m-1)\operatorname{cos}\phi}{\operatorname{sin}\phi}$, où $m = \frac{P(b+c)}{(P+\frac{1}{2}Q)c}$, cette quantité m, à cause de $\frac{b+c}{c} = \frac{3(P+\frac{1}{2}Q)}{P}$, devient $= 3$. Et de là $\operatorname{tang}\theta = \frac{2\operatorname{cos}\phi}{\operatorname{sin}\phi}$, ou $\operatorname{tang}\theta = 2\cot\phi$: d'où $\operatorname{sin}\theta = \frac{2\operatorname{cos}\phi\operatorname{cos}\theta}{\operatorname{sin}\phi}$. La force donc, par laquelle la ficelle doit être retenuë en T., sera

$$T = \frac{(4P+Q)\operatorname{cos}\theta\operatorname{cos}\phi^2}{\operatorname{sin}\phi} + (P+Q)\operatorname{cos}\theta\operatorname{sin}\phi, \text{ ou}$$

$$T = \frac{P \cos\theta\,(4\cos\phi^2 + \sin\phi^2) + Q\cos\theta}{\sin\phi}$$

mais la tenſion de la ficelle au point D ſera

$$= \frac{(4P + 3Q)\cos\theta\cos\phi^2}{\sin\phi} + P\cos\theta\sin\phi, \text{ ou } = \frac{P\cos\theta\,(4\cos\phi^2 + \sin\phi^2) + 3Q\cos\theta\cos\phi^2}{\sin\phi}$$

95. Mais, en ſubſtituant pour ſin ϕ & coſ ϕ leurs valeurs ci-deſſus trouvés, on aura tang $\theta = \frac{\sqrt{2\,[-n + \sqrt{(nn+1)}]}}{\sqrt{n}}$

& coſ $\theta = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{[-n + 2\sqrt{(nn+1)}]}}$ Enſuite coſ $\phi^2 = 1 + 2nn - 2n\sqrt{(nn+1)}$ & ſin $\phi^2 = -2nn + 2n\sqrt{(nn+1)}$ d'où $4\cos\phi^2 + \sin\phi^2 = 4 + 6nn - 6n\sqrt{(nn+1)}$ &

$$\frac{\cos\theta}{\sin\phi} = \frac{1}{\sqrt{2\,[3nn + 2 - 3n\sqrt{(nn+1)}]}} = \sqrt{\frac{3nn + 2 + 3n\sqrt{(nn+1)}}{6nn + 8}}$$

& de là

$$T = P\sqrt{[4 + 6nn - 6n\sqrt{(nn+1)}]} + \frac{Q}{\sqrt{[4 + 6nn - 6n\sqrt{(nn+1)}]}}$$

96. Parce que $\frac{b+c}{c} = \frac{3(2P+Q)}{2P}$, on trouvera $c = \frac{2Pb}{4P+3Q}$ & $b + c = \frac{3b(2P+Q)}{4P+3Q}$. D'où l'effort du Cerf-volant pour ſe rétablir dans l'état d'équilibre à l'égard du point D, par le § 87. ſera $= \frac{6bP(2P+Q)}{4P+3Q}\sqrt{\frac{(1+nn)(-n+\sqrt{(nn+1)})}{2n}}$,

& à l'égard du point T

$$= (P + \tfrac{1}{2}Q)f\,[-n + \sqrt{(nn+1)}]\sqrt{2}.$$

EXEMPLE.

97. Qu'on pose $2P + Q$ égal au poids d'un cylindre d'air, dont la base soit égale à la surface du Cerf-volant $= aa$, & la hauteur $= H$, de façon que $2P + Q$ soit $= aaH$; & afin que le Cerf-volant soit emporté par le vent au dessus de l'horizon, nous avons vû qu'il étoit requis que l'espace s parcouru par le vent dans une seconde fut plus grand que la quantité $\sqrt{\frac{3gH\sqrt{3}}{2}}$ ou $s > 6, 24\sqrt{H}$; car, si l'on prend pour mesure le pied de Paris, à la place de g on peut substituër 15 sans erreur sensible.

98. De plus, comme $2n = \frac{3Hg}{ss} = \frac{45H}{ss}$, la position du Cerf-volant sera connue par les déterminations suivantes :

$$\cos\phi = -n + \sqrt{(nn+1)}, \text{ ou } \sin\phi = \sqrt{2n[-n+\sqrt{(nn+1)}]}$$

$$\& \text{ tang}(\theta - \phi) = \frac{2[-2n+\sqrt{(nn+1)}]\sqrt{[n+\sqrt{(nn+1)}]}}{2n}, \text{ ou}$$

$$\text{tang}(\theta - \phi) = \tfrac{2}{3}\sqrt{\frac{n^3 - 3n + (1+nn)\sqrt{(1+nn)}}{2n}}.$$

99. Soit à présent $H = 9$ pieds, & qu'on prenne le poids du Cerf-volant $= 4aa$: on aura le poids de la ficelle $= 1aa$; & il conviendra de fabriquer le Cerf-volant de la maniere suivante. Premièrement il faut prendre garde, comme on l'a déjà remarqué ci-dessus, que le centre de gravité G soit à la plus longue distance du centre de grandeur C ; ensuite que la ficelle entre C & A soit liée au point D à la distance $CD = \frac{8}{19} CG$. Un Cerf-volant construit de cette maniere ne s'élevera au dessus de l'horizon qu'au cas que s devienne $> 18, 72$ pieds, c'est à dire, que le vent parcoure dans une seconde un espace plus grand que 18, 72 pieds. Qu'on pose

 à

à présent pour s des valeurs plus grandes que 18, 72, & il en naîtra les cas suivans.

Premier Cas.

100. Que le vent parcoure en une seconde un espace de vint pieds, de façon que s soit $= 20$, on aura $n = 0, 51$, $nn = 0, 2601$, & de là $\phi = 52°, 13'$. Mais, parce que l'on a trouvé tang $\theta = 2$ cot ϕ, (§. 94.) on aura $\theta = 57°, 10'$, & la ficelle sera élevée au dessus de l'horizon de l'angle DTR $= \theta - \phi = 4°57'$. La hauteur donc du Cerf-volant au dessus de l'horizon sera $= f$ sin $4° 57' = 0, 0862864 f$ pieds; mais il faudra que la ficelle soit retenue en T par une force $= 6, 5176 aa$. Ensuite la force restituante à l'égard du point D $= 9, 88 baa = 9, 88 aa$, GC, & la force restituante à légard du point T $= 3, 89 faa = 3, 89 aa$. DT. L'une & l'autre de ces deux forces est assez grande.

Second Cas.

101. Soit à présent $s = 25$ pieds, on aura $n = 0, 324$, d'où $\phi = 43°, 27'$, & à cause de tang $\theta = 2$ cot ϕ, on trouvera $\theta = 64° 39'$. De là l'inclinaison de la ficelle à l'horizon DTR sera $= \theta - \phi = 21° 12'$, & la hauteur du Cerf-volant au dessus de l'horizon $= 0, 3616246 f$ pieds. Ensuite on déduit la tension de la ficelle en T $= 7, 05064 aa$, & de plus la stabilité du Cerf-volant à l'égard du point D $= 12, 634 aa$. CG, & à l'egard du point T $= 4, 6199 aa$ DT. L'une & l'autre des ces forces étant encore plus grande que celle qui a été trouvé dans le cas précédent, il n'y a point à craindre que la restitution se fasse trop lentement.

Troisième Cas.

102. Qu'on suppose que le vent parcourt en une seconde l'espace $s = 30$ pieds, on aura $n = 0, 225$. De là $\phi = 36° 52'$, d'où $\theta = 69°, 26'$, & l'inclinaison de la ficelle à l'horizon, ou l'an-

l'angle DTR sera $= 32^\circ, 34'$: la hauteur du Cerf-volant au dessus de l'horizon sera donc exprimée par $0, 5382806. f = 0, 5382806$ DT pieds. Ensuite la ficelle doit être arrêtée en T par une force $=$ $7, 4204\ aa$. Enfin on trouve

la force restituante à l'égard du point D $= 15, 536, aa$ GC, &

la force restituante à l'égard du point T $= 5, 091, aa$ GT.

ADDITION.

I.

Les enfans ont coutume d'attacher au point le plus bas du Cerf-volant un fil, qu'ils garnissent dans sa longueur de découpures de papier, pour servir comme d'ailes. J'imiterai aussi en quelque sorte leur exemple; & je vais considérer dans cette Addition l'état d'équilibre du Cerf-volant exposé au vent, au point le plus bas duquel je supposerai qu'on lie non un semblable fil, mais un plan quelconque simple; car il seroit difficile de faire entrer dans le calcul une queuë pareille à celle dont les enfans se servent.

2. Toute la machine consistera donc en trois parties; sçavoir la ficelle DT, le Cerf-volant AB, & la queuë BH qui y est liée: lesquelles parties, comme les anneaux d'une chaîne, seront mobiles autour des points B, D, & T. Ainsi il s'agit dans cette Addition de définir la position que ces pieces exposées au vent prendront, en partie entr'elles, en partie à l'égard de l'horizon, dans l'état d'équilibre.

3. Premièrement que la direction du vent s'accorde avec la ligne horizontale TR, & que le vent souffle dans le plan du Cerf-volant avec la vitesse Vv; de plus que tant le plan du Cerf-volant, tel que nous l'avons posé jusqu'ici, que le plan de la queuë qui y est attaché, se soutiennent perpendiculairement au plan de la table, & que celui-ci passe par les centres de gravité & de grandeur des ce deux

 plans

plans, de façon que ces centres tombent dans les lignes d'interfection des plans AB, & BH.

4. Q'on pofe de plus la furface du Cerf-volant $= aa$, fon poids $= P$: la droite AB, fon interfection avec le plan de la table, dans laquelle foient C le centre de grandeur, & G le centre de gravité; qu'on attache la ficelle en D, & qu'on appelle les intervalles

$$DB = d;\ DG = c\ \&\ CD = b.$$

5. Enfuite, par rapport au plan lié au Cerf-volant en B, foit fa furface $= ee$, fon poids $= R$; le diametre, ou la ligne d'interfection du plan de la queuë avec celui de la table $BH = k$; & que le centre de gravité tombe fur le centre de grandeur à la diftance $BS = \frac{1}{2} k$.

6. Enfin, pour ce qui regarde la ficelle DT, qu'elle foit partout de la même épaiffeur, & faite d'une matiere homogene; de plus qu'on néglige fa courbure, & qu'on appelle fon poids $= Q$, & fa longueur $DT = f$.

PROBLEME I.

7. *En attachant au Cerf-volant la ficelle* DT *fixe en* T, *trouver les momens de la force du vent & de la gravité, tant du Cerf-volant & de la queue qui y eft attachée, que de la ficelle, pour changer l'état préfent.*

8. La fituation du Cerf-volant que nous confidérons ici, fe détermine par trois angles, qui font

I. L'inclinaifon de la ficelle à l'horizon, ou l'angle DTR

II. L'inclinaifon de la ficelle au plan du Cerf-volant ou l'angle ADT,

III. L'angle DBH que le plan de la queue fait avec le plan du Cerf-volant.

9. Soit à préfent l'angle que la ficelle forme avec le plan du Cerf-volant $ADT = \theta$: de plus l'angle d'inclinaifon du plan du Cerf-volant à la direction du vent $ACI = \phi$, enfin l'angle d'inclinai-

raison du plan de la queue à la direction du vent BSX $= \psi$: lesquels trois angles définissent aussi la position du Cerf-volant, car on aura DTR $= \theta - \phi$; ADT $= \theta$; & DBH $= 180^\circ - \psi + \phi$.

10. Quant aux forces qui sollicitent toute la machine, elles seront les suivantes. Premièrement il y a la force unique OV agissant sur la ficelle, & qui vient du poids $= Q$, dont la direction est verticale, & à la distance TO $= \frac{1}{2} f$.

11. De plus il y a deux forces qui agissent sur le plan du Cerf-volant ; l'une, qui procede de l'impulsion du vent, sera appliquée au centre de grandeur C ; sa direction est normale au plan du Cerf-volant, & la quantité de cette force Cc sera trouvée $= aav$ sin ϕ^2 ; mais l'autre qui vient du poids, sollicitera le Cerf-volant verticalement vers le bas ; sa direction qui passe par le centre de gravité G sera PG, & sa quantité $= P$.

12. Enfin les forces qui sollicitent le plan de la queue BH, seront, premièrement la force du vent au point S, pressant selon la direction SY normale à BH $= eev$ sin ψ^2, & ensuite la force de gravité, qui s'efforce dans le même point S de pousser la queue verticalement vers le bas, Ss $= R$.

13. A' présent qu'on détermine le moment, qui tend à faire tourner ce plan BH autour du point B. Or on trouve par rapport à ce point B

le moment de la force du vent SY $= \frac{1}{2}\, eekv$ sin ψ^2, &

le moment de la force de gravité Ss $= \frac{1}{2}\, kR$ cos ψ.

d'ou l'on recueille

le moment total pour augmenter l'angle DBH $= \frac{1}{2}\, eekv$ sin $\psi^2 - \frac{1}{2}\, kR$ cos ψ

mais de la force Ss naîtra de plus la force qui presse le plan AB suivant la direction BH $= R$ sin ψ.

14.

14. Outre cela, pour déduire le moment à l'égard du point D, appellons à notre secours le second Problème, dans lequel nous avons déjà trouvé que le moment né des forces Cc & GP pour diminuer l'angle ADT, est $= aavb \sin \phi^2 - Pc \cos \phi$. Or le moment de la force BH, qui à cause de l'angle bBD $= \psi - \phi$ sera $= Rd \sin \psi \sin (\psi - \phi)$, tendra à augmenter l'angle ADT; ôtons donc ce moment de celui qui est né des forces Cc & GP, & nous trouverons le moment total, qui tend à tourner le Cerf-volant avec sa queuë autour du point D pour diminuer l'angle ADT $= aavb \sin \phi^2 - Pc \cos \phi - Rd \sin \psi \sin (\psi - \phi)$.

15. Enfin, comme BD est $= d$; bBD $= \psi - \phi$: BbD $= 180^\circ + \phi - \theta - \psi$, & de là $Db = \frac{d \sin (\psi - \phi)}{\sin (\theta + \psi - \phi)}$

& $Tb = \frac{f \sin (\theta + \psi - \phi) + d \sin (\psi - \phi)}{\sin (\theta + \psi - \phi)}$

le moment de la force BH pour élever toute la machine autour du point T, sera $= -R\, [f \sin (\theta + \psi - \phi) + d \sin (\psi - \phi)] \sin \psi$

16. Mais nous avons déjà trouvé ci-dessus dans le second Problème le moment né des forces Cc, GP, & OV ainsi exprimé: $aav\, (f \cos \theta + b) \sin \phi^2 - P\, (f \cos (\theta - \phi) + c \cos \phi) - \frac{1}{2} Q f \cos (\theta - \phi)$ De là le moment total, qui tend à élever la machine autour de T, sera

$= aav\, (f \cos \theta + b) \sin \phi^2 - P\, (f \cos (\theta - \phi) + c \cos \phi) - \frac{1}{2} Q f \cos (\theta - \phi) - R\, [f \sin (\theta + \psi - \phi) + d \sin (\psi - \phi)] \sin \psi$.

17. Soit la tension de la ficelle en T $=$ T, & toutes les forces qui sollicitent la machine étant résoluës en d'autres suivant la direction de la ficelle DT, la tension de la ficelle sera ainsi exprimée:

$T = aav \sin \phi^2 \sin \theta - (P + Q) \sin (\theta - \phi) + R \sin \psi \cos (\theta + \psi - \phi)$.

PRO-

PROBLEME II.

18. *Indiquer la situation que prendra le Cerf-volant exposé au vent*

SOLUTION.

19. Que tout demeure comme dans le Problème précédent. Comme donc tous les momens qui tendent à changer la situation de la machine sont déjà connus, & qu'il est constant par les principes de la Statique, que le Cerf volant restera dans une situation telle que tous ses momens se détruiront l'un l'autre, il est évident que l'état d'équilibre du Cerf-volant sera exprimé par les trois équations suivantes.

I. $eev \sin \psi^2 = R \cos \psi$

II. $aavb \sin \phi^2 = Pc \cos \phi + Rd \sin \psi \sin (\psi - \phi)$

III. $aav(f \cos \theta + b) \sin \phi^2 = P[f \cos(\theta - \phi) + c \cos \phi]$
$+ \frac{1}{2} Q f \cos(\theta - \phi) + R[f \sin(\theta + \psi - \phi) + d \sin(\psi - \theta) \sin \psi]$.

20. Si on prend la valeur de la seconde équation $aavb \sin \phi^2$ pour la substituer dans la troisième, elle se changera dans la suivante
$aav \sin \phi^2 \cos \theta = P \cos(\theta - \phi) + R \sin \psi \sin(\psi + \theta - \phi) + \frac{1}{2} Q \cos(\theta - \phi)$.

21. Qu'on pose à présent pour abréger $\frac{R}{eev} = 2m$, & de la premiere équation on tire aisément $\cos \psi = -m + V(1 + mm)$, & de là $\sin \psi = V[-2mm + 2mV(1 + mm)]$. En connoissant donc l'angle ψ, on pourra trouver aisément par la seconde équation l'angle ϕ. Mais la seconde équation dévelopée se changera en une autre du quatrième ordre.

22. A l'égard de la troisième équation, les deux angles ϕ & ψ étant déjà connus, elle donnera d'abord étant dévelopée la valeur pour tang θ de cette maniere

$$\text{tang}\,\theta = \frac{aav\,\text{sin}\,\phi^2 - (P + \frac{1}{2}Q)\,\text{cos}\,\phi - R\,\text{sin}\,\psi\,\text{sin}(\psi - \phi)}{(P + \frac{1}{2}Q)\,\text{sin}\,\phi + R\,\text{sin}\,\psi\,\text{cos}\,(\psi - \phi)}$$

23. D'où l'on tire encore pour l'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon

$$\text{tang}\,(\theta - \phi) = \text{tang}\,DTR = \frac{aav\,\text{sin}\,\phi^2\,\text{cos}\,\phi - R\,\text{sin}\,\psi^2 - (P + \frac{1}{2}Q)}{aav\,\text{sin}\,\phi^3 + R\,\text{sin}\,\psi\,\text{cos}\,\psi}$$

Enfin la ficelle devra être retenuë en T par la force

$$T = aav\,\text{sin}\,\phi^2\,\text{sin}\,\theta - (P + Q)\,\text{sin}\,(\theta - \phi) + R\,\text{sin}\,\psi\,\text{cos}\,(\theta + \psi - \phi),\ \text{ou}$$

$$T = \left(\frac{c-b}{b}P - Q\right)\text{cos}\,\phi\,\text{sin}\,\theta + \frac{d-b}{b}R\,\text{sin}\,\psi\,\text{sin}\,(\psi - \phi)\,\text{sin}\,\theta$$
$$+ (P + Q)\,\text{sin}\,\phi\,\text{cos}\,\theta + R\,\text{sin}\,\psi\,\text{cos}\,(\psi - \phi)\,\text{cos}\,\theta.$$

PROBLEME III.

24. *Déterminer la diſpoſition du Cerf-volant, ſuivant laquelle un vent donné l'élévera le plus haut en l'air.*

SOLUTION.

25. Comme le Cerf-volant eſt dit être élevé le plus haut, quand, le reſte étant égal, l'inclinaiſon de la ficelle à l'horizon devient la plus grande, il faut que la formule ſuivante pour tang DTR trouvée par le Problème précédent ſoit rendue un *maximum*

$$\frac{aav\,\text{sin}\,\phi^2\,\text{cos}\,\phi - R\,\text{sin}\,\psi^2 - P - \frac{1}{2}Q}{aav\,\text{sin}\,\phi^3 + R\,\text{sin}\,\psi\,\text{cos}\,\psi}$$

26. Qu'on poſe à préſent pour abréger, $\frac{R\,\text{sin}\,\psi^2 + P + \frac{1}{2}Q}{aav} = A$, & $\frac{R\,\text{sin}\,\psi\,\text{cos}\,\psi}{aav} = B$, & la formule qu'il s'agit de rendre un *maxi-*

maximum se changera en celle-ci $\frac{\sin \phi^2 \cos \phi - A}{\sin \phi^3 + B}$ dont le différentiel doit par conséquent être posé égal.

27. Mais, comme cette rélation entre les distances $CB = b$, $DG = c$ & $BD = d$, doit être cherchée, & que les quantités A & B ne renferment pas les distances mêmes, on pourra les considérer comme constantes dans la différentiation.

28. Il restera donc le seul angle ϕ variable; & l'on pourra même connoitre comment il dépend de ces intervalles par la seconde équation,

$$aavb \sin \phi^2 = Pc \cos \phi + Rd \sin \psi \sin (\psi - \phi)$$

29. Mais la quantité $\frac{\sin \phi^2 \cos \phi - A}{\sin \phi^3 + B}$ étant différentiée fournira cette équation

$$2 d\phi \cos \phi^2 \sin \phi^4 - 3 d\phi \sin \phi^4 \cos \phi^2 - d\phi \sin \phi^6$$
$$+ 2 B d\phi \sin \phi \cos \phi^2 - B d\phi \sin \phi^3 + 3 A d\phi \sin \phi^2 \cos \phi = 0,$$

ou celle-ci

$$- \sin \phi^3 - 3 B \sin \phi^2 + 2 B + 3 A \sin \phi \cos \phi = 0$$

laquelle étant dévelopée donnera l'équation du sixième ordre

$$\sin \phi^6 + 6 B \sin \phi^5 + 9 (AA + BB) \sin \phi^4 - 4 B \sin \phi^3$$
$$- (9 AA + 12 BB) \sin \phi^2 + 4 BB = 0.$$

30. Si à présent la valeur pour ϕ trouvée par cette équation est substituée dans la seconde : $aavb \sin \phi^2 = Pc \cos \phi + Rd \sin \psi \sin (\psi - \phi)$ la rélation requise entre les distances b, c, & d, pourra être connuë ; ce que demandoit le Problème.

Remarque.

31. Comme on ne sçauroit, à cause de la prolixité du calcul, passer ultérieurement, employons quelque exemple. Pour cet effet con-

considérons un Cerf-volant déjà construit, & recherchons par le calcul, de la maniere indiquée dans cette solution, le point D où la ficelle doit être attachée, afin que le Cerf-volant soit élevé à la plus grande hauteur.

EXEMPLE.

32. Soit le poids du Cerf-volant égal au poids d'un cylindre d'air, dont la base soit égale à la surface du Cerf-volant, & la hauteur de 4 pieds, ou bien qu'on pose $P = 4aa$. Que l'on suppose de plus la surface de la queuë attachée égale à la quatrième partie de la surface du Cerf-volant, ou soit $aa = 4ee$; & le poids de cette queuë soit statué $= 2ee = \frac{aa}{2}$. Soit enfin le poids de la ficelle tel qu'il égale un cylindre d'air, qui auroit la base aa & la hauteur d'un pied: & l'on aura $P = 4aa$, $Q = aa$, & $R = \frac{aa}{2} = 2ee$.

33. Comme nous avons déjà posé §. 21 $\frac{R}{2eev} = m$; on aura $m = \frac{1}{v}$, de là

$$\sin\psi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{[1+\sqrt{(1+vv)}]}} \text{ \& } \cos\psi = \frac{v}{1+\sqrt{(1+vv)}}.$$ D'où

$$A = \frac{1}{v[1+\sqrt{(1+vv)}]} + \frac{9}{2v} \text{ \& } B = \frac{1}{[1+\sqrt{(1+vv)}]\sqrt{2[1+\sqrt{(1+vv)}]}}$$

A moins donc qu'outre cela la vitesse du vent ne soit donnée, on ne pourra plus arriver à des conclusions générales ultérieures, sans se jetter dans le calcul le plus fatiguant.

34. Mais, quand même on prendroit quelque vîtesse déterminée du vent, l'exemple n'en sera pas moins géneral; car, après avoir trouvé une raison entre les distances b, c, & d, pour une vitesse don-

donnée du vent, telle que par là le Cerf-volant s'éléve à la plus grande hauteur; cette même raison ne laissera pas d'avoir également lieu pour toute autre vitesse du vent.

35. Comme donc, si l'espace, parcouru par le vent en une seconde, est appellé s, & que v soit $= \frac{ss}{2g}$, g dénotant la hauteur qu'un corps grave tombant librement parcourt en $1''$, cette lettre g sera à peu près 15, de sorte que u soit $= \frac{ss}{30}$. Posons que le vent parcoure en une seconde l'espace de 15 pieds, & nous aurons $v = 7,5$.

36. De là on trouve premièrement $\sin\psi = 0,48319$, & $\cos\psi = 0,87552$; d'où l'angle même sera $\psi = 28°, 53'$. De plus, à l'égard des lettres A & B, elles seront exprimées de la maniere suivante.

$$A = 0,61556, \ \& \ B = 0,0282$$

37. D'où l'équation à résoudre sortira telle

$$\sin\phi^6 + 0,1692 \sin\phi^5 + 3,41671 \sin\phi^4 - 0,1128 \sin\phi^3 - 3,4191 \sin\phi^2 + 0,00318 = 0$$

de laquelle on tire par approximation la racine $\sin\phi = 0,89688$. De là $\phi = 63°, 45'$ & $\cos\phi = 0,44228$.

38. A' présent toutes ces valeurs étant substituées dans la seconde équation

$$aavb \sin\phi^2 = Pc \cos\phi + Rd \sin\psi \sin(\psi - \phi)$$

cela donne premièrement

$$7,5b \sin\phi^2 = 4c \cos\phi - 0,24159 d \sin(\phi - 28° 53')$$

& enfin,

$$6,03229 b = 1,7691 c - 0,13779 d:$$

Par où il faut définir la raison de ces intervalles b, c & d.

 39.

39. Mais, comme on compte ces intervalles du point D, & que ce point étant inconnu doit aussi être défini qu'on introduise les distances des point G & C du point fixe B, & qu'on les nomme $BG = \gamma$; $CB = \beta$, & que BD demeure $= d$, on aura $b = d - \beta$ & $e = d - \gamma$; d'où les intervalles BG, CB & DB doivent être déterminés par l'équation suivante,

$$4,4015\, d - 6,0329\, \beta + 1,7691\, \gamma = 0.$$

40. Si donc les lieux des points G & C sont donnés, la distance du point D de la queue du Cerf-volant B sera déterminée de façon que soit

$$BD = 1,3706\, BC - 0,4019\, BG.$$

Et ainsi l'on est assuré du point où la ficelle doit être attachée afin que le Cerf-volant s'éleve à la plus grande hauteur.

41. Or la hauteur du Cerf-volant doit alors être déterminée par l'équation suivante.

$$\text{tang}\,(\theta - \phi) = \frac{\sin\phi^2 \cos\phi - A}{\sin\phi^3 + B} = \frac{\sin^2\phi \cos\phi - 0,61556}{\sin^3\phi + 0,0282}$$

& en substituant pour $\sin\phi$ & $\cos\phi$ les valeurs qui viennent d'être trouvées, on aura;

$$\text{tang}\,(\theta - \phi) = -\frac{0,25980}{0,74964},$$ & de là l'angle même

$$DTR = \theta - \phi = -28°, 21'.$$

Par conséquent le Cerf-volant ne sera pas encore élevé au dessus de l'horizon par la force d'un vent qui parcourt l'espace de 15 pieds en une seconde.

42. A' présent on a trouvé pour un vent quelconque l'inclinaison de la ficelle à l'horizon telle :

$$\text{tang}\,(\theta - \phi) = \frac{aav \sin\phi^2 \cos\phi - R\sin\psi^2 - (P + \tfrac{1}{2}Q)}{aav \sin^3\phi + R\sin\psi . \cos\psi}$$

ou pour le Cerf-volant actuel

tang

$$\text{tang}\,(\theta - \phi) = \frac{2v\,\text{fin}\,\phi^2\,\text{cof}\,\phi - \text{fin}\,\psi^2 - 9}{v\,\text{fin}\,\phi^3 + \text{fin}\,\psi\,.\,\text{cof}\,\psi}$$

mais on trouve l'angle ψ par cette formule : $\text{cof}\,\psi = -m + \sqrt{(1+mm)}$, ou par celle-ci $\text{fin}\,\psi = \sqrt{2m\,[-m + \sqrt{(1+mm)}]}$ éxiſtant $m = \frac{R}{2eev}$, ou pour le cas préſent $m = \frac{1}{v} = \frac{2g}{ss}$.

43. Enfin l'angle ϕ ſe tire de l'équation ſuivante du quatrième ordre ;

$$bbvv\,\text{fin}\,\phi^4 + bdv\,\text{fin}\,\psi.\text{cof}\,\psi\,\text{fin}\,\phi^3 + [16cc + (4cd + \tfrac{1}{4}dd)\,\text{fin}\,\psi^2]\,\text{fin}\,\phi^2 - (4c + \tfrac{1}{2}d\,\text{fin}\,\psi^2)^2 = 0$$

& ſi l'on prend de plus les diſtances b, c, & d, telles qu'on ſatisfaſſe à cette équation.

$$6{,}0329\,b - 1{,}7691\,c + 0{,}1378\,d = 0$$

le Cerf-volant ſera élevé à la plus grande hauteur. Deux de ces diſtances ſeront donc toujours arbitraires & la troiſième ſera déterminée par l'équation que nous venons d'indiquer.

44. Voyons à préſent quelles valeurs peuvent être ſubſtituées le plus convenablement pour les deux autres intervalles, de façon que la ſtabilité du Cerf-volant dans l'équilibre, ou la force qui l'y rétablit, après que quelque autre force l'en avoit tiré, devienne la plus grande.

45. Car, comme une des principales précautions à obſerver dans la conſtruction de ſemblables Cerf-volans, c'eſt de prévenir que la machine ne vienne tout à coup à tomber à terre, dès que ſon équilibre eſt troublé par quelque cauſe, avant que d'alléguer un plus grand nombre d'exemples, il ſera expédient de rechercher la diſpoſition la plus convenable pour ſatisfaire à une condition auſſi eſſentielle ; ce qui fournit occaſion à réſoudre le problème ſuivant.

PROBLEME IV.

46. *L'état d'équilibre du Cerf-volant étant troublé par une cauſe quelconque, définir les forces qui tendent à le rétablir dans cet état.*

90.

SOLUTION.

47. Comme il y a ici trois angles, sçavoir BSX $= \psi$, ACI $= \phi$, & ADT $= \theta$, qui définissent l'état d'équilibre, l'équilibre peut aussi être troublé en trois manieres, suivant que chacun de ces angles à part est exposé à quelque variation.

48. Que l'angle ψ premièrement éprouve quelque variation infiniment petite, & qu'il s'accroisse de l'élément angulaire $d\psi$, ou qu'on suppose que le plan attaché BH soit mû par quelque force vers le côté SX, & qu'on cherche la force qui rétablit ce plan attaché dans son état d'équilibre.

49. Soit donc l'angle BSX $= \psi + d\psi$, & la force de gravité Ss tendra à augmenter encore davantage cet angle, tandis que l'autre force du vent y produira un effet contraire, & par conséquent s'efforcera de ramener le plan dans son état l'équilibre.

50. Le moment donc de ces deux forces pour rétablir l'équilibre sera :

$$\tfrac{1}{2} eekv \,\text{sin}(\psi + d\psi)^2 - \tfrac{1}{2} kR \,\text{cos}(\psi + d\psi), \quad \text{ou}$$
$$\tfrac{1}{2} eekv (\text{sin}\,\psi + d\psi \,\text{cos}\,\psi)^2 - \tfrac{1}{2} kR (\text{cos}\,\psi - \text{sin}\,\psi\, d\psi), \quad \text{ou}$$
$$\tfrac{1}{2} eekv (\text{sin}\,\psi^2 + 2 d\psi \,\text{sin}\,\psi \,\text{cos}\,\psi) - \tfrac{1}{2} kR (\text{cos}\,\psi - \text{sin}\,\psi\, d\psi).$$

51. Mais comme l'état d'équilibre demande cette équation

$$\tfrac{1}{2} eekv \,\text{sin}\,\psi^2 - \tfrac{1}{2} kR \,\text{cos}\,\psi = 0,$$

le moment qui restitue le plan attaché BH sera

$$k\, d\psi . \text{sin}\,\psi . (eev \,\text{cos}\,\psi + \tfrac{1}{2} R), \qquad \text{ou}$$
$$\frac{eekv\, d\psi \,\text{sin}\,\psi}{2 \,\text{cos}\,\psi} (2 \,\text{cos}\,\psi + \text{sin}\,\psi^2)$$

52. Que l'angle ACI $= \phi$ soit de plus augmenté par quelque accident de l'élément $d\phi$ & que cet angle ACI soit $= \phi + d\phi$, alors la force du vent Cc tendra à remettre le Cerf-volant dans son état

état d'équilibre, tandis que les deux autres forces GP & BH produiront l'effet opposé.

53. Le moment donc de ces trois forces pour rétablir le Cerf-volant dans son état d'équilibre autour du point D, sera

$$aavb \sin(\phi + d\phi)^2 - Pc \cos(\phi + d\phi) - Rd \sin\psi \sin(\psi - \phi - d\phi),$$

ou

$$aavb(\sin\phi^2 + 2\, d\phi \sin\phi \cos\phi) - Pc(\cos\phi - d\phi \sin\phi) - Rd \sin\psi [\sin(\psi - \phi) - d\phi \cos(\psi - \phi)]$$

qui, à cause de $aavb \sin\phi^2 - Pc \cos\phi - Rd \sin\psi . \sin(\psi - \phi) = 0$ se change en celui-ci

$$2\, aavb\, d\phi \sin\phi \cos\phi + Pc\, d\phi \sin\phi + Rd.\, d\phi \sin\psi \cos(\psi - \phi),$$

ou en

$$\frac{d\phi}{\sin\phi} [Pc(2\cos\phi^2 + \sin\phi^2) + Rd(2\cos\phi^2 + \sin\phi^2 - \sin\phi \sin\psi \cos(\phi + \psi))].$$

Il faudra donc prendre garde que la distance, tant de la queüe ou du point B, & du centre de gravité G, du point D auquel la ficelle est attachée, devienne assés grande.

54. Que les angles ψ & ϕ soyent donc censés retenir leurs justes valeurs, mais l'angle DTR $= \theta - \phi$, & de là aussi ADT $= \theta$, soit augmenté par quelque accident d'une quantité infiniment petite $d\theta$; que l'angle ADT devienne donc $= \theta + d\theta$; & l'on aura le moment de la force pour rétablir la machine dans son premier état

$$- aav [f \cos(\theta + d\theta) + b \sin\phi^2 + P(f \cos(\theta + d\theta - \phi) + c \cos\phi)] + \tfrac{1}{2} Q f \cos(\theta + d\theta - \phi) + R [f \sin(\theta + d\theta + \psi - \phi) + d \sin(\psi - \phi)] \sin\psi].$$

55. Mais comme on a

$$- aav(f \cos\theta + b) \sin\phi^2 + P[f \cos(\theta - \phi) + c \cos\phi] + \tfrac{1}{2} Q f \cos(\theta - \phi) + R [f \sin(\theta + \psi - \phi) + d \sin(\psi - \phi)] \sin\psi = 0$$

le moment de la force de restitution sera

$$+ aafv d\theta \sin\theta \sin\phi^2 - Pf d\theta \sin(\theta - \phi) - \tfrac{1}{2} Q f d\theta \sin(\theta - \phi) + Rf d\theta \cos(\theta + \psi - \phi) \sin\psi$$

 ou

ou $\frac{f\,d\theta}{\cos\theta}\,[(P+\frac{1}{2}Q)\sin\phi+R\sin\psi\cos(\psi-\phi)]$

d'où il paroit que, plus la ficelle est longue, & plus la machine se rétablira vite dans sa premiere position.

56. Les régles générales pour faire de semblables Cerf-volans, seront donc les suivantes. Premièrement la queüe doit être assez longue; les distances des points B & G du point D les plus grandes possibles, & la ficelle fort longue; car alors le Cerf-volant sera assez stable dans son état d'équilibre. En second lieu, les intervalles b, c, & d, doivent être pris de façon qu'on satisfasse à cette équation,

$$aavb\sin\phi^2 - Pc\cos\phi - Rd\sin\psi\sin(\psi-\phi) = 0$$

& dans ce cas le Cerf-volant s'élevera à la plus grande hauteur.

EXEMPLE I.

57. Supposons que le même Cerf-volant que nous avons déjà décrit dans l'exemple du Problème précédent soit exposé à un vent plus fort qui parcoure dans 1'' l'espace de vint pieds.

58. Avant que de déterminer la position d'équilibre du Cerf-volant, qu'on définisse premièrement les lieux des points G, C & D: soit donc la distance BG $=\gamma=1$ pied, & BC $=\beta=1,5$ pieds; & l'on aura pour la distance DB $=d$; $4,4015\,d - 7,2802 = 0$; de là $d=\frac{72802}{44015}=1,654$, d'où nous aurons $b=0,154$ & $c=0,654$.

59. Comme s est $=20$, v sera $=\frac{ss}{30}=\frac{40}{3}=13,33$, $m=\frac{3}{40}=0,075$, d'où $l\sin\psi=9,5717728$, & $l\cos\psi=9,9674544$; donc l'angle même ψ est $=21^\circ, 54'$; d'où il faudra résoudre pour trou-

trouver l'angle ϕ l'équation fuivante $4,2161 \sin \phi^4 + 1,1755 \sin \phi^3 + 7,5407 \sin \phi^2 - 7,4589 = 0$, ou celle-ci $\sin \phi^4 + 0,2788 \sin \phi^3 + 1,7885 \sin \phi^2 - 1,7691 = 0$.

60. Or, la racine de cette équation étant trouvée, on aura pour l'inclinaifon de la ficelle,

$$\text{tang}\,(\theta - \phi) = \frac{26,666 \sin \phi^2 \cos \phi - 9,1391}{13,333 \sin \phi^3 + 0,34612}.$$

Mais on trouve par approximation $\sin \phi = 0,8130516$; de là l'angle $\phi = 54°, 23'$, & $\text{tang}\,(\theta - \phi) = \frac{112384}{751237}$. Donc l'inclinaifon de la ficelle à l'horizon fera l'angle $DTR = \theta - \phi = 8°, 30'$.

EXEMPLE 2.

61. Que tout demeure comme dans l'exemple précédent, excepté la viteffe du vent, qui foit à préfent cenfée parcourir en une feconde l'efpace de 30 pieds. Soit donc $s = 30$, & l'on aura, $v = 30$, & $m = 0,033333$; & de là $\cos \psi = 0,967222$, & l'angle même $BSX = \psi = 14°, 42'$.

62. Mais, en fubftituant dans l'équation $bbvv \sin \phi^4 + bdv \sin \psi \cos \psi \sin \phi^3 + [16cc + (4cd + \frac{1}{4}dd) \sin \psi^2] \sin \phi^2 - (4c + \frac{1}{2}d \sin \psi^2)^2 = 0$ la valeur pour l'angle ψ, auffi bien que les valeurs trouvées dans le premier exemple pour b, c, & d, elle fe changera en celle-ci

$$21,3444 \sin \phi^4 + 1,87681 \phi \sin^3 + 7,16655 \sin \phi^2 - 7,12530 = 0,$$

ou en la fuivante,

$$\sin \phi^4 + 0,08793 \sin \phi^3 + 0,33575 \sin \phi^2 - 0,33382 = 0,$$

dont la racine fera à très peu près $\sin \phi = 0,64345$, d'où l'angle même $ACI = \phi = 40°, 3'$.

63. L'angle ϕ étant à présent trouvé, on aura pour l'élévation du Cerf-volant l tang $(\theta - \phi) = 0,3262308$, & de là l'inclinaison de la ficelle à l'horizon, ou l'angle DTR $= \theta - \phi =$ 64°, 44′.

CONCLUSION.

64. J'ai pris dans ces Exemples le même Cerf-volant que j'ai considèré dans le second cas, & j'ai supposé de plus qu'on y avoit attaché une queuë faisant la moitié de son poids, afin qu'on puisse juger plus aisément de la prèrogative que l'un a sur l'autre.

65. Nous avons vû le Cerf-volant, tel que nous l'avons considèré dans le second cas, c'est à dire sans queuë, poussé par un vent qui parcourt dans une seconde l'espace de vint pieds, s'élever seulement à l'angle de 4°, 67′, au lieu que le même Cerf-volant chargé d'une queuë qui a la moitié de son poids, monte à une hauteur double; & avec un vent qui parcourt de la même maniere trente pieds dans une seconde, l'inclinaison de la ficelle à l'horizon a été trouvée 64°, 44′ au lieu que sans cette queuë attachée le même angle ne va pas beaucoup au delà de 32. D'où il paroit que le plan attaché a une grande influence pour augmenter l'élévation, qui de cette maniere devient double.



RE-

RECHERCHES

SUR LES INCONVÉNIENS QU'ON A LIEU DE CRAINDRE DANS L'USAGE DU MICROMETRE, SURTOUT PAR RAPPORT AUX INSTRUMENS QU'ON ADAPTE AU QUART DE CERCLE,

PAR M. AEPINUS.

Traduit de l'Allemand.

Mr. le Chevalier *de Louville* est le premier qui se soit avisé de garnir d'un Micrometre le Tube dont on se sert pour les Instrumens adaptés au Quart de cercle. Quelque petite que cette découverte puisse paroître au premier coup d'oeil, il faut pourtant avouer qu'elle a été de la plus grande utilité, & que les Observations Astronomiques obtiennent par ce moyen une exactitude, à laquelle il étoit fort difficile de parvenir en se bornant à la disposition jusqu'alors usitée des Instrumens. En lisant la Description même de l'Inventeur, telle qu'il l'a insérée dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1714. on peut se faire une idée complette de cette disposition des Instrumens pourvûs d'un Micrometre, de la maniere de s'en servir, & des avantages de cette méthode; ainsi je me contenterai d'en rapporter ici en peu de mots ce qu'il y a de plus essentiel.

La différence capitale entre l'Instrument disposé suivant les régles de Mr. *de Louville*, & ceux dont on s'étoit servi jusqu'alors, consiste dans la maniere de diviser le bord de l'Instrument. Au lieu qu'on se donnoit beaucoup de peine pour faire cette division en parties aussi petites qu'il étoit possible, le Chevalier *de Louville* n'exige qu'une division en arcs égaux de 10, ou si ce sont de fort grands Instrumens, de 5 mi-

 nu-

nutes. De plus il ne faisoit pas cette division comme de coutume, par des lignes ou traits, mais par des points déliés. De plus petites divisions sur un semblable Instrument ne sont pas nécessaires, car on y parvient à l'aide du Micrometre. Quand on veut ensuite réellement employer un Instrument ainsi disposé, on s'y prend de la maniere suivante. Comme on sait presque toujours d'avance d'une maniere constante, à quelques minutes prés, quelle est la hauteur à mesurer, on place le quart de cercle vertical pour l'Observation, & de façon que le fil attaché au centre de l'Instrument passe par le milieu de celui de ces points de division qui est le plus près de la hauteur à mesurer. Quand on sait, par exemple, que cette hauteur monte environ à 43° 14′, on place l'Instrument de façon que le fil passe par le point de division de 43° 10′. Si l'Instrument est bien vérifié, alors le centre du Micrometre, ou le point de division du fil vertical & immobilement horizontal, se trouve correspondre exactement au point dont la hauteur est 43° 10′. L'Instrument ayant été placé suivant cette méthode dans la position convenable, on attend le tems auquel l'Etoile, ou le point dont on veut savoir la hauteur, vient dans le tube, & alors en tournant la vis du Micrometre, on remuë le fil horizontal mobile jusqu'à ce qu'il passe précisément par le point à mesurer. On apprend par cette opération, de combien l'Etoile s'est éloignée, soit au dessus, soit au dessous, de 43° 10′, & quand on ajoute ensuite à ce nombre, ou qu'on en retranche, cette différence trouvée par le Micrometre, on obtient par ce moyen la hauteur desirée.

Les avantages de cette méthode de Mr. *de Louville* se manifestent déjà dans la construction de l'Instrument. Il est beaucoup plus aisé d'arriver par ce moyen à des divisions exactes, qu'en suivant la maniere précédemment reçue; & le travail est si leger, & demande une habileté si peu extraordinaire, que, sans être soi-même Artiste, on peut aisément en venir à bout. Quant à l'usage de l'Instrument même, on y trouve le grand avantage, qu'ayant l'arrangement néces-

cessaire pour l'Observation actuelle on peut lui donner la disposition convenable, & qu'on a du tems de reste abondamment, pour examiner avec soin, si toutes les précautions requises ont été poussées aussi loin qu'elles doivent l'être. Comme avec cela, pendant l'Observation même, on n'a besoin de remuer autre chose que la petite vis du Micrometre, on est sûr que rien ne sçauroit se déplacer, & l'on peut tourner toute son application à bien faire tomber le fil du Micrometre sur le point dont on veut mesurer la hauteur. Voilà déjà de bien grands avantages; mais il s'y en joint encore un qui n'est pas moins considérable. La division par des points met en état de donner à l'Instrument la situation convenable, avec une exactitude qu'il est difficile d'obtenir dans les autres divisions. Quand les points de division sont bien ronds, & ont un diametre environ trois fois plus grand que le cheveu, ou fil attaché au centre, on auroit peine à croire avec quelle précision on peut distinguer à l'aide d'un microscope, si le fil passe réellement par le milieu du point de division. Le Chevalier *de Louville* assure, qu'avec un quart de Cercle d'environ trois pieds, on peut arriver à des déterminations si exactes, qu'on ne court jamais risque de commettre une erreur qui aille au delà de trois, ou tout au plus, quatre secondes. On ne lui contestera pas la vérité de cette assertion, si l'on entreprend de faire soi-même des Observations avec le secours d'un Instrument ainsi réglé; & peut-être que cette conviction sera poussée encore plus loin, si l'on répéte un essai que j'ai fait diverses fois, & que je vais décrire ici succintement.

En supposant d'abord qu'on se serve d'un Microscope qui grossisse vint fois, alors un cheveu, ou un fil de l'épaisseur d'un cheveu, vû que le diametre d'un cheveu est environ $\frac{1}{660}$ de pouce, un semblable fil, dis-je, paroitra avoir à peu près au juste la grosseur de $\frac{1}{3}$ de ligne; & le point même auquel je donne un diamètre trois fois plus grand, parce que cette proportion est réellement très commode, & contribuë beaucoup à procurer l'exactitude desirée, le point, dis-je, se montrera de la grosseur d'une ligne. C'est donc la même chose

que

que si, à la simple vuë, on faisoit passer par un cercle qui auroit une ligne de diametre, un fil, ou une bande de papier, dont la largeur fut $\frac{1}{3}$ de ligne, de façon que le milieu de cette bande passât exactement par le centre du cercle. Quand j'ai réitéré cet essai, je n'ai presque jamais pû découvrir d'erreur sensible. On peut donc s'assurer qu'il n'y a point d'erreur à craindre pour toute grosseur qui est encore observable à la simple vuë, c'est à dire, que l'erreur dans laquelle on pourroit tomber, ne monteroit jamais à $\frac{1}{20}$ de lignes. Mais, comme le Microscope grossit 20 fois, une erreur de $\frac{1}{20}$ de ligne à la simple vuë, se réduit à $\frac{1}{400}$ de ligne. Et une semblable erreur, sur un quart de cercle de trois pieds, ne va environ qu'à deux secondes.

Je n'ai rapporté qu'une partie des avantages attachés à la méthode de Mr. *de Louville*; il y en a d'autres qui se découvrent encore dans la pratique, & dont je m'abstiens de parler, parce qu'ils ne se rapportent pas à mon but. Mais, quelque avantageuse que soit d'un côté la disposition dont j'ai rendu compte jusqu'à présent, il faut avouër que de l'autre il se présente des raisons de craindre qu'elle ne conduise à quelque chose de défectueux. On prend toutes les petites divisions avec le Micrometre; & comme il est extrèmement rare que le point dont on veut mesurer la hauteur soit celui pour lequel on a placé le centre du Micrometre, on est presque toujours obligé d'écarter considérablement le fil mobile de l'axe du tube. Cela donne lieu de craindre, que les mesures prises avec le Micrometre, quand elles se font à des distances considérables de l'axe du tube, soyent incertaines & fautives. C'est par cette raison qu'on a commencé d'abandonner la disposition de l'Instrument astronomique prescrite par Mr. le Chevalier *de Louville*, quoiqu'elle eut été presque universellement adoptée. On demande que l'Etoile dont on doit prendre la mesure actuelle, se trouve dans l'axe du tube. Il faut donc que, pendant l'observation, ou tout l'Instrument, ou du moins le tube, soit mis en mouvement. On a fait choix du dernier, & l'on met le tube sur une régle mobile autour

tour du centre de l'Instrument. Mais alors le Micrometre devient inutile, & il faut prendre la peine de marquer les petites divisions, ou par des lignes tranversales, ou sur les arcs qui divisent l'Instrument, ou de quelque autre maniere.

Je ne crois pas m'avancer trop en disant que, par cette disposition, l'avantage d'avoir à l'axe du tube l'Etoile dont on veut mesurer la hauteur, en fait négliger d'autres considérables, & d'une grande commodité. On est obligé pendant l'Observation de remuer la régle avec le tube, & l'on se met incontestablement par là dans un plus grand danger de déranger l'état de tout l'Instrument, qu'on ne peut le faire par le mouvement de la seule petite vis du Micrometre. Je doute aussi beaucoup, que par tous les moyens rapportés ci-dessus, on soit en état de se procurer des divisions aussi exactes, qu'on peut les attendre du passage d'un fil par un point. Au moins est-il certain, & conforme à l'Expérience, qu'une division par un point, toutes les fois qu'elle peut avoir lieu, est préférable à toute autre.

Ces considérations m'ont fait naître l'idée de rechercher, si les erreurs qu'on a sujet de craindre en se servant du Micrometre pour les mesures prises à des distances considérables de l'axe, sont réellement assez considérables pour faire rejetter la méthode de Mr. *de Louville.* Cet objet m'a paru d'autant plus digne d'attention, que j'ai bien trouvé qu'on fait en général des remarques sur l'incertitude du Micrometre, mais que personne n'a déterminé positivement jusqu'où s'étendent les erreurs qui peuvent en résulter. Une méditation plus approfondie m'a fourni de nouvelles raisons de regarder la chose comme importante. Quand même on voudroit retrancher le Micrometre du nombre des Instruments adaptés au quart de cercle, on ne pourroit pas néanmoins s'en passer entierement. Si c'est donc un Instrument défectueux, il est très à propos de connoître ses défauts, & d'avoir des régles au moyen desquelles on puisse déterminer à quoi montent les erreurs qu'il occasionne dans chaque cas, afin d'y faire l'attention convenable, & de corriger les Observations en conséquence.

Les suppositions sur lesquelles se fonde l'usage du Micrometre, & dont je dois présentement examiner la justesse, sont les suivantes.

Fig. 1. 1. Quand AB représente un objectif, dont le foyer principal est en D, il montre dans un fort grand éloignement les points d'une surface circulaire FE, qui a pour rayon la ligne CD.

2. Quand MC est le rayon de lumiere, qui tombe d'un point fort éloigné sur le milieu de la lentille, ce point est représenté en *m*, où le rayon de lumiere MC continué concourt avec la surface circulaire susdite EF.

3. La petite portion de cette surface circulaire qu'on voit à travers le tube, peut être prise sans erreur sensible pour une surface plane.

La plus legère connoissance des Principes de l'Optique suffit déjà pour faire connoître, que dans toutes ces suppositions il se commet des erreurs. On les regarde toutes comme sans conséquence; ainsi la question est présentement de savoir, si elles sont réellement si petites qu'on puisse se croire en droit de les négliger. C'est ce qui ne peut être affirmé qu'après un calcul qui détermine exactement leur grandeur, & qui fournisse en même tems, au cas que parmi ces erreurs il y en ait d'assez considérables pour devoir être réputées dangereuses, le moyen d'assigner les corrections qui peuvent être nécessaires dans les mesures prises avec le Micrometre.

D'abord on suppose tacitement, que tous les rayons qui partent d'un point, se réunissent de même dans un point derrière l'objectif. Cela n'est pas rigoureusement vrai, car il est connu que, tant les figures sphériques des verres, que la diverse réfrangibilité des rayons, s'opposent à cette parfaite réunion. On peut donc déjà croire que ces circonstances influent ici à divers égards pour rendre l'usage du Micrometre peu sûr. Mais il est aisé de prouver aussi qu'elles altérent en quelque chose la distinction de l'objet représenté, mais qu'elles

les ne produisent aucun effet par rapport au lieu où il paroit, & qu'ainsi la défiance qu'on a du Micrometre à cet égard est mal fondée.

Pour justifier ceci, en commencant par l'aberration qui pourroit naître de la sphéricité, qu'on suppose que A B soit un objectif, dont l'ouverture soit *m n*, que nous voulons supposer d'abord comme infiniment petite. Dans ces cas on sçait que la figure ne sçauroit causer aucune aberration, & que tous les rayons qui venant d'un point tomberont sur *m n*, se réuniront exactement en un point déterminé C. Mais, en supposant que l'ouverture soit renduë plus grande, & devienne présentement A B, alors les rayons qui tombent sur A *m* & B *n* ne se réuniront plus exactement en C, mais ils s'écarteront des deux côtés du point C. Si donc on place à travers C une surface, les rayons s'y répandront en un petit cercle, dont C sera le centre, & la ligne D E le diametre. Cela nuit sans contredit à la représentation distincte du point; mais, comme il est naturel que l'oeil prenne le centre de ce cercle d'aberration pour le vrai lieu de la représentation, & que cela doit arriver d'autant mieux que l'on découvre plus aisément, que c'est au point C que les rayons de lumiere sont le plus épais, ce doit être aussi par conséquent l'endroit où la représentation du point a le plus de vivacité: & l'on comprend sans peine que l'aberration ne doit point être dangereuse, ou propre à jetter de l'erreur dans les mesures prises avec le Micrometre.

Fig. II.

Il en est de même par rapport à l'aberration qui pourroit naître de la différente réfrangibilité de la lumiere. On sait par l'expérience que les rayons jaunes sont les plus vifs. Si l'on suppose présentement que ce sont ces rayons seuls qui tombent sur la lentille A B, & qu'ils se réunissent tous dans le point C, il est à la vérité sûr que les autres rayons ne se réunissent pas au même endroit; mais, si l'on met une surface en C, il n'en résultera d'autre effet, si ce n'est que les rayons se répandront aussi en un petit cercle D C, qui aura C pour centre. Ainsi l'oeil prendra toujours de même ici le point C pour le vrai lieu de la représentation; & bien que l'image distincte souffre effective-

ment

ment quelque altération, cela ne porte aucune atteinte immédiate à la certitude des mesures prises avec le Micrometre.

Je n'aurai donc pas besoin de m'arrêter à ces deux aberrations; beaucoup moins prendrai-je dans mes calculs l'ouverture du verre comme infiniment petite, & les rayons de lumiere comme étant tous d'une égale réfrangibilité. Alors il ne sera plus difficile d'examiner les suppositions rapportées ci-dessus. Nous nous frayerons une route commode pour réussir dans ces recherches, en commençant par résoudre les deux Problêmes suivans.

PROBLEME I.

Fig. III. *Que* bc *soit une surface sphérique convexe, qui rompt la lumiere, & que son centre soit en* d. *Que d'un point du rayon* a *tombe un rayon* ab *sur cette surface, sous un très petit angle; il s'agit de déterminer le lieu, où ce rayon de lumiere, quand il est rompu en* b, *se réunit avec le rayon.*

Qu'on nomme le rayon de la surface $bd = a$, $ca = b$, l'arc $cb = \psi$, $cg = x$, & que l'on pose que le sinus de l'angle d'incidence soit au sinus de l'angle de réfraction $= 1 : \mu$, lequel μ, dans le cas où le rayon passe de l'air dans le verre, comme nous le prenons ici, vaut $\frac{20}{31}$, & est plus petit que 1. Qu'on tire de b avec le rayon bd l'arc def; alors comme nous avons pris l'angle très petit, l'arc df est égal au sinus de l'angle d'incidence, & de au sinus de l'angle de réfraction. Mais il y a ici premièrement $ac : bc = ad : df$, & ainsi $df = \frac{\psi(b+a)}{b}$. De même gc est : $cb = gd : de$, & par conséquent $de\,b = \frac{\psi(x-a)}{x}$. Mais comme à present df est : $de = 1 : \mu$, on a par conséquent $\frac{\mu\psi(b+a)}{b} = \frac{\psi(x-a)}{x}$, & $x = \frac{ba}{b(1-\mu)-\mu a}$.

Si

Si l'on suppose ici que b soit infini, c'est à dire, que le rayon de lumiere vient d'un point très éloigné, qui se trouve dans le rayon cd, on aura $x = \frac{a}{1 - \mu}$.

Comme ici la valeur de x ne contient point du tout ψ, il est clair que le point g est celui où tous les rayons qui partent de a se réunissent, & qu'ainsi c'est le lieu où cette surface réfrangible représente le point a. C'est donc à l'aide de ce Problème une chose aisée que de déterminer le lieu où chaque point, par exemple, b, m, de la surface réfrangible cp est représenté. Il n'y a qu'à tirer de m par le centre d de cette surface une ligne droite md, & faire au dessus d'elle, en conservant les dénominations précédemment employées, cg égal avec $\frac{ab}{b(1 - \mu) - \mu a}$, ou quand m est fort éloigné, avec $\frac{a}{1 - \mu}$. Mais, si l'on prend un axe déterminé A B; & qu'on veuille y rapporter le lieu de la représentation, on n'a qu'à laisser tomber de g la ligne perpendiculaire gh, & nommer l'angle md A $= \phi$. En faisant ensuite un calcul aisé, on trouve $ph = \frac{a \mu \cos \phi}{1 - \mu} + a$, & $gh = \frac{a \mu \sin \phi}{1 - \mu}$, dans le cas ou m est extrèmement éloigné; & c'est le seul auquel nous ayons besoin de faire attention dans la conséquence.

Fig. IV.

PROBLEME II.

Fig. V.

Qu'on suppose de plus que bc *soit une surface sphérique, sur le côté concave de laquelle tombe un rayon de lumiere* Bb, *de façon que s'il la traversoit sans se rompre, il se réuniroit avec le rayon* cd *derrière la surface au point* a. *Il s'agit de déterminer le point* g, *où ce rayon de lumiere, après avoir été rompu en* b, *se réunit avec le rayon* cd.

Si l'on conserve ici la construction précédente, & qu'on suppose $bd =$ A, $ac =$ B, & la proportion entre le sinus de l'angle d'in-

d'incidence & celui de réfraction $= 1 : M$, on peut conclure d'une maniere semblable, & l'on obtient par là cg, que nous appellerons $x = \frac{AB}{B(M-1)+MA}$. En supposant ici le cas où le rayon de lumiere passe du verre dans l'air, qui est celui dont nous ferons l'application dans la suite de cette proposition, alors on aura $M = \frac{31}{20}$, & plus grand que 1.

Au cas qu'on veuille aussi rapporter ici le lieu de l'image à un axe déterminé, qu'on se représente que les rayons de lumiere convergent vers le point a, & qu'on nomme la ligne perpendiculaire $ab = \alpha$, & $pb = \beta$. Qu'on tire de a le rayon ad, & qu'on fasse au dessus, quand ca est supposé $=$ B, la ligne $cg = \frac{AB}{B(M-1)+MA}$, g se trouvera le point desiré. Et afin qu'il puisse être rapporté à AB, qu'on tire la ligne perpendiculaire gk, & qu'on cherche à présent les lignes pk & kg à rendre par α & β. On obtient cette valeur de la maniere suivante. Comme $ad : db = dg : dk$, ainsi $dk = \frac{AM(A+\beta)}{B(M-1)+AM}$, & de là $pk = \frac{A(M\beta - MB)+B}{B(M-1)+AM}$. Mais, comme de plus $db : ba = dk : kg$, ainsi $kg = \frac{AM\alpha}{B(M-1)+AM}$. Il faut encore éliminer B de cette formule, & exprimer sa valeur par α, β & A. Mais, afin d'obtenir des expressions qui conviennent à notre but, nous nommerons γ la très petite différence qui se trouve entre B & β, & nous la mettrons au lieu de B dans notre formule $\beta + \gamma$. Si cela arrive, pk sera $= \frac{A(\beta+\gamma) - A\gamma M}{(\beta+\gamma)(M-1)+AM} = \frac{A\beta}{\beta(M-1)+AM}$

$$- \frac{A\beta\gamma(M-1)}{[\beta(M-1)+AM][(\beta+\gamma)(M-1)+AM]} - \frac{A\gamma(M-1)}{(\beta+\gamma)(M-1)+AM},$$

&

$$\& \quad kg = \frac{A\alpha M}{(\beta+\gamma)\,(M-1)+AM} = \frac{A\alpha M}{\beta(M-1)+AM}$$

$$- \frac{A\alpha\gamma(M-1)M}{[\beta(M-1)+AM][(\beta+\gamma)(M-1)+AM]}.$$ Pour plus de commodité, nous voulons conserver γ dans notre formule, & nous remarquons seulement à cause de cela, que γ est $= \sqrt{(A+\beta)^2+\alpha^2} - A - \beta$, à la place de quoi on peut prendre assez exactement $\frac{\alpha-2}{2(A+\beta)}$.

A' l'aide de ces deux Problèmes, on sera présentement en état de déterminer avec la derniere exactitude le lieu où le point d'une lentille de verre sera représenté. Qu'on suppose que NMPQ soit une semblable lentille, & que l'on conserve, tant pour la surface antérieure MN que pour la postérieure PQ, les dénominations employées dans les deux Problèmes précédens, enfin que cd, ou l'épaisseur de la lentille, soit marquée par c. Les rayons de lumiere qui viennent d'un point fort éloigné, tombant sur la partie antérieure de la lentille sous l'angle ϕ, ces rayons parallèles seront rompus de façon, qu'ils deviendront tous convergens vers un certain point h derrière la lentille. Ce point h peut être déterminé par le premier Problème; car en vertu de ce Problème, comme μ est $= \frac{20}{31}$ & $\mu - 1 = \frac{11}{31}$, cg sera $= \frac{(20\cos\phi + 11)a}{11}$, & $hg = \frac{20\,a\sin\phi}{11}$. Ces rayons tombent avec la même convergence sur la partie postérieure du verre PQ, & y souffrent de nouveau une réfraction, par laquelle ils se réunissent en un autre point f. Le second Problème nous met en état de trouver la place de ce point. En effet

Fig. VII.

dg est $= \beta = \frac{(20\cos\phi + 11)a - 11c}{11}$, & $hg = \alpha = \frac{20\,a\sin\phi}{11}$.

Si nous mettons présentement cette valeur dans la formule trouvée par le second Problème, & en même tems $M = \frac{31}{20}$, & $M - 1 = \frac{11}{20}$, nous

nous obtiendrons la valeur cherchée pour de & ef, & par conséquent le lieu de la représentation.

Il est aisé de faire dans chaque cas particulier l'application de cette méthode, & de rechercher si l'on peut y accorder comme vrayes les suppositions employées dans l'usage du Micrometre. Je fournirai deux exemples semblables ; l'un avec un tube d'environ trois pieds, tel qu'on a coutume de s'en servir avec un quart de cercle de médiocre grandeur, & l'autre avec un tube de six pieds, qui est fort en usage pour les autres Observations dans lesquelles on fait entrer le Micrometre.

Supposons que l'on ait un objectif dont le foyer principal ait trois pieds, ou 300 lignes, cela ne suffit pas encore pour déterminer la grandeur des rayons que chaque surface doit avoir. Car, quand à l'aide de la Méthode précédemment indiquée, on cherche une équation pour la distance du foyer principal, que nous voulons nommer P afin d'abréger, on n'a simplement qu'à poser $P = 0$. Alors on aura $\cos \phi = 1$, & $\sin \phi = 0$, β deviendra par conséquent $= \frac{31a - 11c}{11}$, & α aussi bien que γ l'un & l'autre $= 0$. L'expression pour de est donc alors $\frac{20 A \beta}{11 \beta + 31 A} = \frac{20 A (31 a - 11 c)}{11 (31 a + 31 A - 11 c)} = P$.
Cette équation est indéterminée, quand on regarde les rayons a & A comme inconnus ; & par conséquent il doit y avoir une infinité d'objectifs différens possibles, qui ayent tous la même dimension du foyer principal. Mais, si nous supposons que les deux surfaces ont un même rayon, & qu'ainsi $a = A$, ce qui a communément lieu, quoique ce ne soit pas la proportion dont on devroit se servir, on aura ainsi $\frac{20 a (31 a - 11 c)}{11 (62 a - 11 c)} = P$, dans ce cas $= 300$ lignes. Si nous prenons e dans cette comparaison, c'est à dire l'épaisseur de la lentille $= 1$ ligne, (car on trouvera difficilement une lentille d'objectif plus épais-

épaisse,) alors on trouve $\frac{20\,a(31\,a - 11)}{11\,(62\,a - 11)} = 300$, & par conséquent $a = 330,1774$ lignes.

En général on s'apperçoit aisément que, plus ϕ est grand, & plus sera grande l'erreur par laquelle on prend à faux le lieu de l'Image dans les suppositions accoûtumées. Nous devons donc dans cette recherche prendre au lieu de ϕ la plus grande valeur qui puisse se présenter. Je prens ici à cause de cela $\phi = 10'$, car on n'a pas besoin d'un plus grand angle pour mesurer à l'aide d'un Instrument pourvû d'un Micrometre, suivant la méthode de Mr. *de Louville*. Mais, ayant supposé $\phi = 10'$, cosϕ est $= 0,9999958$, & sin$\phi = 0,0029089$, par conséquent $\beta = 929,4974$, $\alpha = 1,7462$, & $\gamma = 0,0012$. Si présentement nous voulons déterminer de, nous n'avons besoin de nous servir que de cette valeur. Mais la formule pour de consiste en trois parties, dont les deux dernieres sont fort petites; c'est pourquoi nous commencerons par déterminer leur valeur, pour voir, si elles ne sont pas réellement si petites, qu'on puisse se dispenser d'y faire aucune attention. Or nous pouvons prendre ici en toute assurance, à la place de $(\beta + \gamma)\,(M - 1) + AM$, seulement $\beta(M - 1) + AM$, car les termes, déjà très petits en eux-mêmes, ne pourront jetter dans aucune erreur par cette différence extrèmement petite entre les dénominateurs. En faisant cela, nous obtiendrons pour le second terme de de, 0,00019, & pour le troisième, 0,00021. Nous trouvons de même pour le second terme de fe, 0,0000005. Ainsi de est $= \frac{20\,A\beta}{11\,\beta + 31\,A} - 0,0004$, & $fe = \frac{31\,A\alpha}{11\,\beta + 31\,A} - 0,0000005$. Nous sommes donc parfaitement en droit de tenir pour o les deux derniers termes de de & fe. Il faudroit employer une lentille oculaire qui grossit plus de 100 fois pour appercevoir le moins du monde les erreurs de de, & une qui grossit plus de 100000 pour celles de fe. Nous pouvons donc à l'avenir prendre avec une pleine certitude

pour

pour la valeur de de seulement $\frac{20\,A\beta}{11\beta + 31\,A}$, & pour celle de $fe = \frac{31\,A\alpha}{11\beta + 31\,A}$.

Si nous mettons à présent dans cette formule les valeurs convenables trouvées ci-dessus de α & β, cela nous donnera $de = 299,9995$, & $fe = 0,8727$. Suivant les suppositions accoûtumées, de seroit $= P\cos\phi = 299,9987$, & $fe = P\sin\phi = 0,8726$, lesquelles valeurs ne différent des véritables que de 0,0008, & 0,0001. Ces erreurs sont aussi si petites, que nous pouvons sans le moindre risque négliger d'y faire attention. C'est ce que nous verrons à fonds plus bas, lorsque nous aurons déterminé les erreurs que les deux premieres suppositions sont capables d'introduire dans les mesures prises avec le Micrometre.

Si nous faisons une recherche semblable en nous servant d'un tube de six pieds, nous pourrons procéder entierement de la même maniere; seulement il ne faut pas prendre 10′ pour ϕ, car ces mesures s'étendent à un plus grand angle. Je veux prendre exprès ϕ fort grand, sçavoir de 1°, afin que les erreurs qui pourroient en résulter soyent d'autant plus sensibles.

On trouve ici, quand on prend de nouveau le rayon des deux surfaces égal, $A = 660,1773$, $\beta = 1859,3168$, $\alpha = 20,9483$ & $\gamma = 0,0870$. Le second terme de de devient à cause de cela $= 0,01397$, & le troisième 0,0154, & leur somme $= 0,02937$. Pareillement le second terme de fe devient $= 0,00023$. Si nous cherchons aussi la valeur des premiers termes, nous aurons $de = 599\,9703 - 0,02937 = 599,9409$, & $fe = 10,4774 - 0,00023 = 10,4772$. Or, suivant l'hypothese ordinaire, de seroit 599,9087, & $fe = 10,4714$, ce qui ne différe des vrayes valeurs trouvées ci-dessus, que de 0,0323, & 0,0058.

Ces

Ces différences sont aussi fort petites ; & il en résulte clairement tout au moins, que dans les deux premieres suppositions mentionnées on ne s'écarte que très peu de la vérité. Cependant on s'en écarte, & c'est à nous à rechercher jusqu'où cela peut aller, & quelle erreur il pourroit en naître dans les mesures du Micrometre. Mais on ne sçauroit se promettre de réüssir dans cette recherche, avant que d'avoir examiné jusqu'où la derniere supposition qu'on fait dans l'usage du Micrometre peut être reconnuë pour vraye ; & c'est ce qui m'oblige à tourner avant toutes choses mes vuës de ce côté là.

De tout ce qui été dit jusqu'ici il s'ensuit évidemment, que l'image produite par l'objectif existe, non sur une surface plane, mais sur une surface courbe. Ainsi l'on commet sans contredit dans la troisième supposition une faute, qui ne sçauroit manquer d'influer sur les mesures du Micrometre. Pour s'en convaincre, qu'on suppose que *de* soit la surface courbe, sur laquelle l'image est répréséntée, & que *hi* designe la surface plane, sur laquelle se meut le fil du Micrometre, il touche ainsi en *f* la surface de l'image. Si le fil du Micrometre est déplacé hors de son axe, par exemple, en *b*, & qu'on se représente qu'on voit l'image sans le secours d'un oculaire, il est clair qu'à cause qu'en *b* le fil est un peu distant de la surface de l'objet, un oeil en C voit le fil vers *k*, & l'autre en D le rapportera à un autre point. Ce fil doit par conséquent avoir alors quelque parallaxe, & cela répand de l'incertitude dans les mesures. Que si l'on se sert d'un oculaire, la même chose arrive avec cette différence seulement que la grandeur de cette parallaxe dépend de la constitution & du lieu de l'oculaire. Nous devons donc rechercher ici, quelle est l'influence de la lentille oculaire. Il faudra pour cet effet recourir à quelques Principes d'Optique, que je vais commencer par rapporter en peu de mots. Fig. VIII.

Qu'on suppose que *d* soit un point qui se trouve hors de l'axe de l'oculaire A B, dans le fil mobile du Micrometre. Si l'on met le foyer de ce verre en *h*, & qu'on tire de *d*, *dk* parallele avec l'axe, il y aura un rayon qui, en suivant cette direction, sera rompu en *h*. Le rayon qui Fig. IX.



qui passe par g, continue sa route sans se rompre; & à cause de cela les rayons qui partent de d, pas autrement que s'ils venoient de e, atteignent derrière le verre le point où les lignes hk & dg concourent. Un oeil donc qui seroit en t, verroit le point d dans la ligne et. Nous pouvons déterminer cette ligne de la maniere suivante. Qu'on suppose $gh = \alpha$, $gc = a$, $dc = m$, $fg = y$, $fe = x$, alors on a $gh : dk = fg : fc$ &. de là $y = \frac{a\alpha}{\alpha - a}$. Mais comme de plus $cg : cd = fg : fe$, ainsi $x = \frac{m\alpha}{\alpha - a}$. Quand x, α, y sont trouvés suivant cette méthode, qu'on suppose $sg = k$, $st = l$, & l'angle $fie = \psi$. On a ici prèmierement $si : st = sf : ef + st$, par conséquent $si = \frac{l(y + k)}{l + x}$, & de là $gi = \frac{kx - ly}{l + x}$, & $fi = \frac{x(k + y)}{l + x}$. Mais comme de plus $if : fe = 1 : \text{tang}\, \psi$, ainsi $\text{tang}\, \psi = \frac{l + x}{k + y}$. Si présentement l'on suppose que l'oeil se meuve de l'autre côté, aussi loin par delà l'axe, qu'il étoit auparavant en deçà, il arrivera, quand il se rencontrera en p, qu'il verra le point d suivant la ligne pe, & si nous désignons l'angle fle, par ψ', tang ψ' sera $= \frac{x - l}{k + y}$.

Fig. X.

Fig. XI.

Supposons de plus qu'à quelque distance du point d, il y ait un autre point m, & qu'on doive déterminer le lieu de ce point, lorsqu'il est vû par un oeil en t, par la lentille oculaire, dans une même ligne te avec le point d. Qu'on nomme ici $ng = A$, & $nm = \mu$, en retenant d'ailleurs les dénominations précédentes. Il paroit clairement par ce qui précéde, que sous ces conditions $qg = \frac{A\alpha}{\alpha - A}$,

&

& $pq = \frac{\mu\alpha}{\alpha - A}$, & la tangente de $prq = \frac{l\alpha - Al + \mu\alpha}{k\alpha - Ak + A\alpha}$. Si préſentement les deux points d & m doivent être vûs dans la même ligne se, ps & es doivent aboutir enſemble, & par conſéquent la tangente de prq être égale à la tangente de eif. Nous obtenons de là l'équation $\frac{l\alpha - Al + \mu\alpha}{k\alpha - Ak + A\alpha} = \frac{l\alpha - al + m\alpha}{k\alpha - ak + a\alpha}$. D'où il eſt manifeſte que tous les points, qui ſont vûs avec d par un oeil en s en une ligne, doivent être placés tous en une ligne droite mdk, que l'on peut déterminer, en nommant la tangente de eif, c, & en faiſant $gk = \frac{l\alpha - k\alpha c}{l - kc + c\alpha}$, & la tangente de $mkn = \frac{ke - c\alpha - l}{\alpha}$. Cette formule eſt bonne auſſi pour le cas où l'oeil eſt en p au delà de l'axe, avec cette différence ſeulement que l doit alors être pris négatif.

Pour être en état de faire une application de cette formule dans des cas particuliers, il eſt néceſſaire que nous cherchions à déterminer la valeur pour $l\alpha k$. Or l déſigne, comme on le peut clairement inférer de ce qui précéde, l'étenduë à laquelle l'oeil a la liberté de ſe porter des deux côtés de l'axe. La parallaxe du Micrometre dont nous avons fait mention ci-deſſus, devenant, comme il eſt aiſé de le comprendre, d'autant plus conſidérable que l eſt plus grand, il eſt avantageux de limiter l'oeil de façon qu'il s'écarte auſſi peu qu'il eſt poſſible de l'axe. C'eſt ce qu'on peut faire au moyen d'un diaphragme, qui eſt percé d'un trou rond, & que l'on met à l'endroit où l'oeil doit être placé. A la vérité il eſt en général fort avantageux de faire ce trou auſſi petit qu'il eſt poſſible ; cependant on ne ſçauroit lui donner une ouverture plus petite que celle qui répond au diametre de la prunelle, ſans que la clarté de la repréſentation en ſouffre quelque choſe. Or, comme on peut évaluër le diamètre de la prunelle tout au plus jusqu'à deux lignes, il faudra par conſéquent prendre l, le demi-diametre du trou dans le diaphragme, d'environ une ligne.

La distance de l'oeil à l'oculaire est désignée par k. Le but de la construction d'un tube demande que l'oeil soit placé de façon, que l'image fe représentée par l'oculaire soit vuë distinctement. Ainsi la ligne fs doit être égale à l'éloignement dans lequel l'oeil se représente distinctement un objet. Cet éloignement étant pour un bon oeil de huit pouces, ou 80 lignes, nous pouvons dans la suite prendre toujours $fs = y + k = 80$ lignes, & déterminer la grandeur de k & a de façon qu'elle satisfasse aux conditions exprimées.

Nous pouvons à present faire une application de ces principes aux cas particuliers qui ont été posés ci-dessus. Dans un tube de trois pieds on peut se servir d'un oculaire de 10, 5 lignes de foyer, & l'oeil doit être à peu près aussi loin derrière le verre. Nous avons de là $\alpha = 10, 5$, $k = 10, 5$, $l = 1$, $a = 9, 1218$, & m pour le cas où l'on étend la mesure environ à 10′ de l'axe $= 0, 8726$.
Fig. XII. Alors, quand l'oeil est en t, c sera $= 0, 0956$; mais quand il est en p, $= 0, 0706$. De là s'ensuit dans le premier cas $gn = 0, 0399$, & dans le second $gm = 18, 2836$. Les angles dnc, & dmc, sont dans ce cas égaux, & leur tangente est $= 0, 09523$.

Il est aisé de déterminer par là la grandeur de toute la parallaxe à laquelle on doit faire attention, de la maniere suivante. Comme les lignes hi & ef ne s'écartent que très peu de kl, on peut les regarder comme si elles y coïncidoient; alors hk sera la différence entre dc & $hi = 0, 000114$, & ke est de la même grandeur; par conséquent $he = 0, 000228$. La grandeur de la ligne à mesurer est donc incertaine d'autant, ce qui ne va pas dans un tube de trois pieds, au delà de 9, 4 tierces. Or une incertitude qui concerne une aussi petite grandeur, est assurément insensible, & personne, à cause de cela, ne voudra blâmer, ou rejetter la disposition de l'Instrument Astronomique prescrite par Mr. *de Louville*.

Dans un tube de six pieds, cette incertitude sera sans contredit plus sensible, lorsqu'on voudra étendre les mesures du Micrometre jus-

jusqu'à un degré. On peut se servir dans un semblable tube d'un oculaire, dont le foyer soit de 14, 7 lignes. Nous trouvons donc pour ce cas $\alpha = k = 14, 7$, $a = 11, 9988$, $l = 1$, & m, quand la mesure s'étend jusqu'à un degré de l'axe, $= 10, 4714$. Alors c sera pour un oeil en $t = 0, 7202$, & pour un oeil en $p = 0, 6952$, ce qui donne au premier cas $gn = 140, 9274$, & au second $gm = 164,9251$. Les angles dnc, & dmc, sont ici de nouveau égaux, & leur tangente est $= 0, 0682$.

Par là on détermine comme auparavant la grandeur de l'incertitude qui régne dans les mesures. En effet hk sera $= ke = 0, 0062$, par conséquent $he = 0124$; & ainsi toute l'incertitude des mesures montera à $4\frac{1}{4}$ secondes, ce qui est assez considérable pour qu'on ne soit pas en droit de le négliger.

Telle sera la grandeur des parallaxes auxquelles il faut avoir égard, en prenant pour parfaitement juste l'hypothese, suivant laquelle la surface de l'image fait partie de la boule qui a pour rayon la distance du foyer à l'objectif. Mais nous avons trouvé ci-dessus que cela ne pouvoit être admis, & par conséquent les parallaxes que nous avons déterminées ne sont pas les véritables. Cependant, au lieu d'avoir à craindre que les vrayes parallaxes soyent plus grandes, on découvre au contraire qu'elles sont plus petites. Car ci-dessus nous avons trouvé de plus grand qu'il ne devoit être suivant l'hypothese susdite. La surface de l'image est donc moins courbe, que les suppositions ordinaires ne la prennent; & à cause de cela, dx étant réellement plus petit, la parallaxe même doit pareillement être moindre. Ceci fait un objet fort considérable, car au lieu qu'auparavant dans un tube de trois pieds la parallaxe alloit jusqu'à $9'''$ de grandeur, elle n'est réellement pas tout à fait de $4'''$; & dans un tube de six pieds elle sera diminuée de $4''\ 15'''$ jusqu'à $2''\ 45'''$. Les mesures du Micrometre incontestablement ne sont donc pas aussi incertaines qu'on pourroit le croire, à n'envisager la chose que superficiellement.

Mais

Mais la courbure de la surface de l'image peut encore être la cause d'une autre erreur. Qu'on suppose que l'oeil soit dans l'axe en s, & que dn soit la ligne dans laquelle sont placés tous le points que l'oeil en s voit avec d dans une même ligne. Dans cette position l'oeil rapportera le point du fil du Micrometre à f. A présent si l'on prend dans les mesures du Micrometre $fe = dc$, on tombera dans l'erreur de la petite ligne fg. Il est aisé de déterminer la grandeur de cette erreur. Si l'on conserve les déterminations précédemment employées, & qu'on fasse $l = 0$, on obtient $Cn = \frac{kac}{ca - kc}$, & la tangente de $end = \frac{kc - ca}{a}$. Cette valeur donne facilement à connoitre que, quand $k = a$, comme nous l'avons pris ci-dessus, $Cn = \infty$, & de là la ligne dn parallele avec l'axe; par conséquent l'erreur est $fg = 0$. Mais, si a n'est pas $= k$, fg ne pourra évanouir, mais il deviendra négatif, quand k est plus grand que a, & au contraire positif, quand il est plus petit. Ainsi dans la disposition précédemment indiquée des tubes qui ont été pris pour exemple, cette erreur ne sçauroit avoir lieu, mais il seroit possible qu'elle se rencontrât dans une disposition un peu différente. Mais, afin de nous faire quelque idée de la grandeur de cette erreur, faisons aussi là dessus un calcul rélatif à quelques cas particuliers.

Fig. XIV.

Posons dans le tube de trois pieds $k = 15$, alors a est $= 9, 0397$, & la tangente de $cnd = 0, 11200$. Si nous prenons donc $gd = 0, 0013$, comme le donnent les hypotheses ordinaires, fg se trouve $= - 0, 000145$. Mais, quand nous posons gd, comme il est effectivement $= 0, 0005$, alors fg est $= - 0, 000056$. Ces erreurs ne sont pas de la moindre conséquence, car la premiere monte seulement environ à $5'''$, & la seconde à $2'''$.

Dans un tube de six pieds, si l'on prend $k = 20$, a est $= 11, 8071$, & la tangente de $cnd = 0, 2398$, par conséquent $fg = -0,02191$, suivant

suivant les suppositions accoûtumées, mais, selon la véritable valeur, seulement $= - 0,01417$, erreurs dont la premiere monte à $7'' \frac{1}{2}$, & la seconde à $4'' 52'''$. Elles sont assurément assez considérables, pour que, en donnant à un tube la disposition mentionnée, on ait à craindre de tomber dans d'extrèmes méprises, si l'on ne veut pas avoir égard à cette correction.

Enfin je dois encore parler du dernier défaut, auquel les mesures du Micrometre sont exposées. On connoit immédiatement à l'aide du Micrometre la grandeur de la ligne dc, ou de la distance de la représentation de chaque point par rapport à l'axe du tube. En se conformant aux hypotheses ordinaires, on pose que cette ligne est $= P \sin \Phi$, ou comme les angles à mesurer sont communément fort petits $= P\Phi$; d'où l'on conclut la grandeur de l'angle Φ. Mais nous avons trouvé ci-dessus, que la ligne dc n'est pas parfaitement égale à $P \sin \Phi$. Cela fait donc encore naître la question si ces différences peuvent être la cause de quelques erreurs.

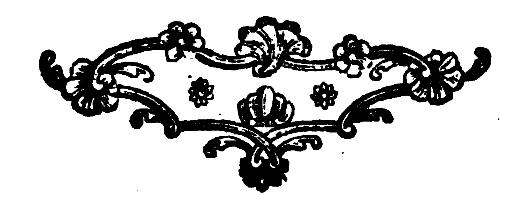
Dans un tube de trois pieds, quand on étend les mesures jusqu'à $10'$, cette différence est $= 0,0001$; ce qui ne pouvant aller qu'à une erreur de $4'''$ ne mérite absolument aucune attention. Mais dans un tube de six pieds l'erreur est $= 0,0058$, ce qui monte à $3'' 35'''$.

On peut à présent tirer de tout ce Mémoire la conséquence légitime, qu'on n'a rien à craindre de la parallaxe dans un Instrument disposé suivant la méthode de Mr. *de Louville*, & que les autres erreurs dans lesquelles on pourroit tomber sont si petites qu'on est en droit de les négliger. Peut-être à la vérité qu'en donnant au tube une disposition un peu différente, comme celle, par exemple, que j'ai employée, les erreurs ne seroient pas précisément les mêmes; cependant il est aisé de voir qu'elles seront très petites, & qu'on doit les regarder comme n'exigeant aucune attention.

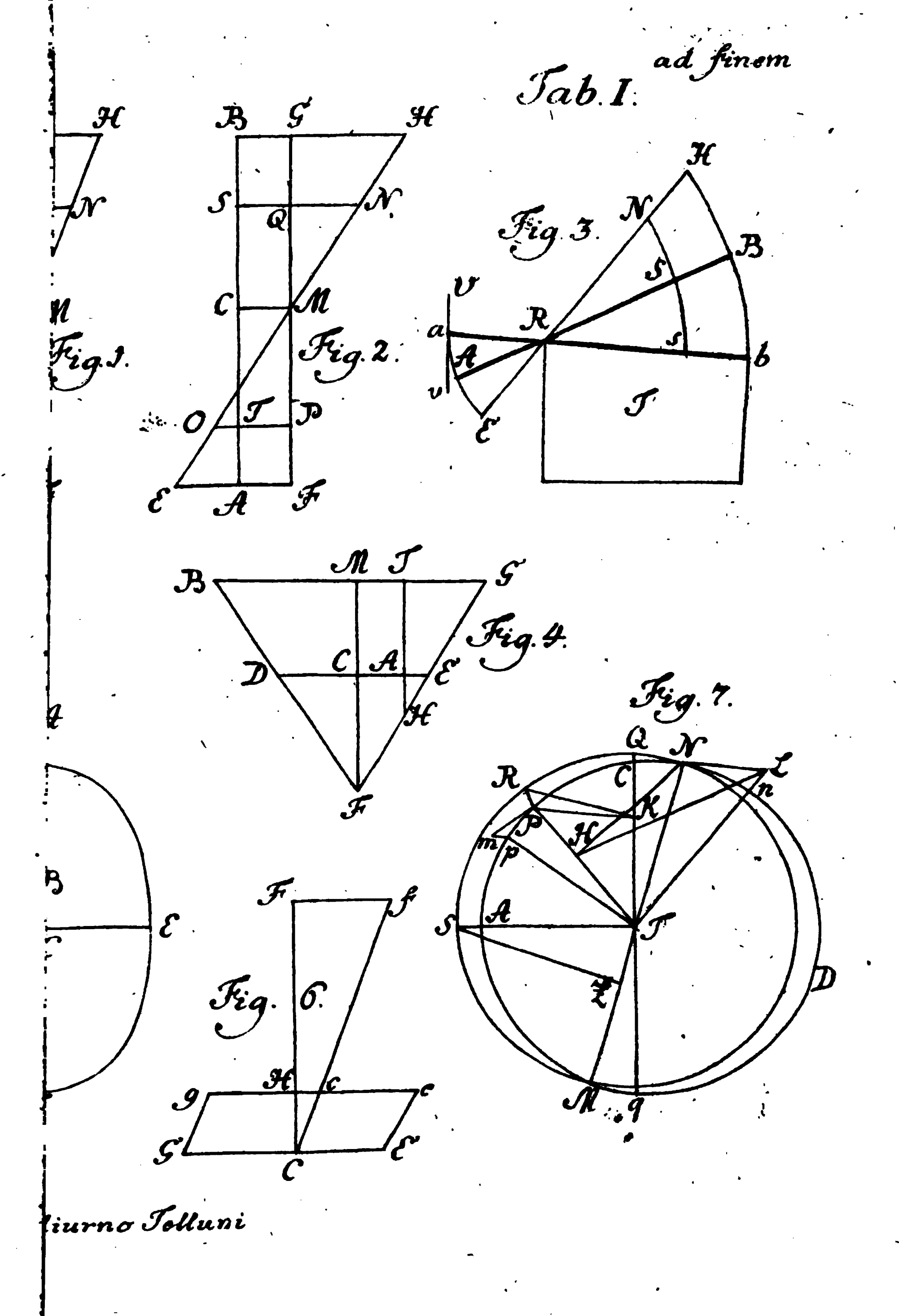
 Mais

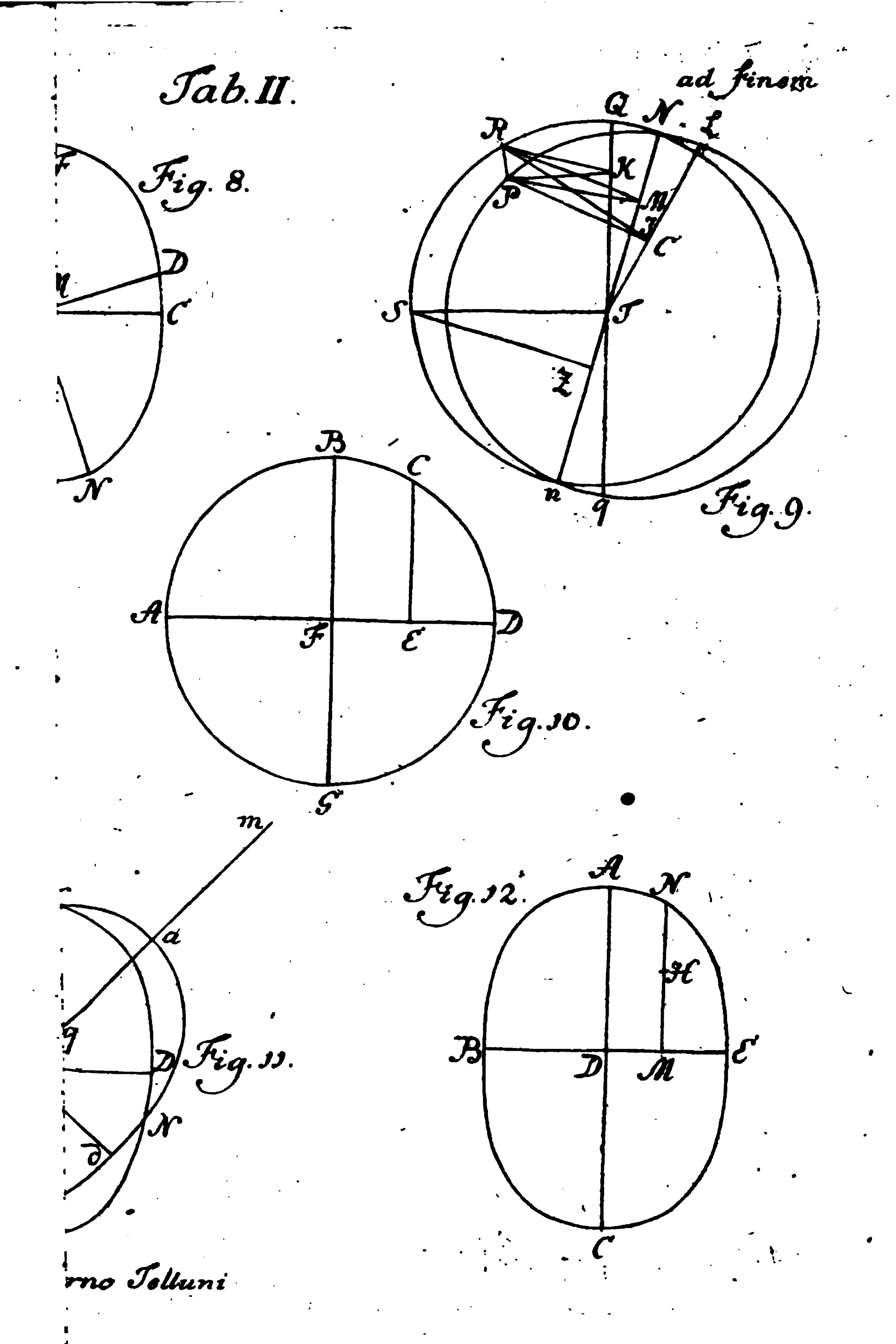
Mais au contraire, dans de plus grands tubes, on découvre des ſources d'erreurs très conſidérables, & cela demande qu'on ne s'en ſerve qu'avec beaucoup de précaution. Les meſures à de grandes diſtances ne ſont jamais ſures à cauſe des parallaxes ; & cette incertitude oblige quelquefois, ſurtout dans certaines diſpoſitions du tube à des corrections très conſidérables, qui peuvent être déterminées ſans peine à l'aide de ce que j'ai dit ci-deſſus; c'eſt pourquoi je m'abstiens d'en donner ici la théorie.

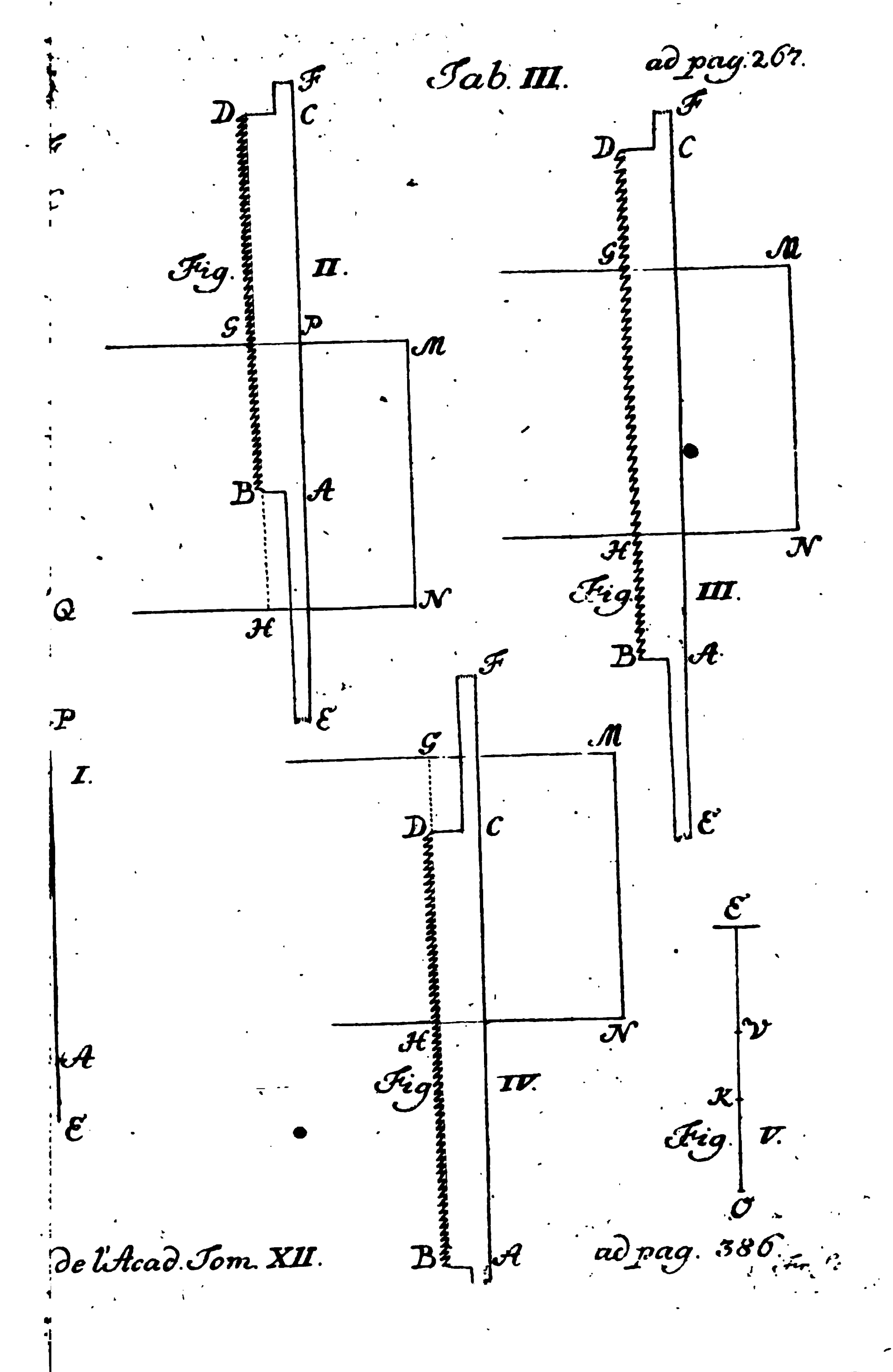
Je n'ai plus qu'un mot à ajouter en finiſſant ſur cette diſpoſition de l'Inſtrument de *Louville* que j'ai défenduë jusqu'ici. On pourroit m'objecter qu'une raiſon ſuffiſante pour ne pas s'y fier, c'eſt qu'elle n'eſt pas fondée ſur des principes d'Optique, & qu'elle tient uniquement à la ſtructure du Micrometre. Dans cet Inſtrument, on ſe repoſe ſur l'exactitude de la vis; & il eſt pourtant certain qu'il n'y a jamais de vis d'une exactitude parfaite. Je l'avouë, mais en même tems on ne pourra pas nier, que dans toute autre diſpoſition les diviſions ne ſçauroient également parvenir à une préciſion rigoureuſe. Si l'on dit qu'on pourroit rechercher la grandeur des erreurs dans les diviſions, & corriger en conſéquence les Obſervations, je répondrai qu'il ne ſeroit pas impoſſible, ni même plus difficile, de déterminer les défauts de la vis que ceux des diviſions; & que cela ſuffit pour autoriſer à révoquer en doute la préférence qu'on voudroit donner à toute autre diſpoſition de l'Inſtrument aſtronomique ſur celle de Mr. *de Louville.*

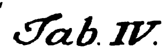


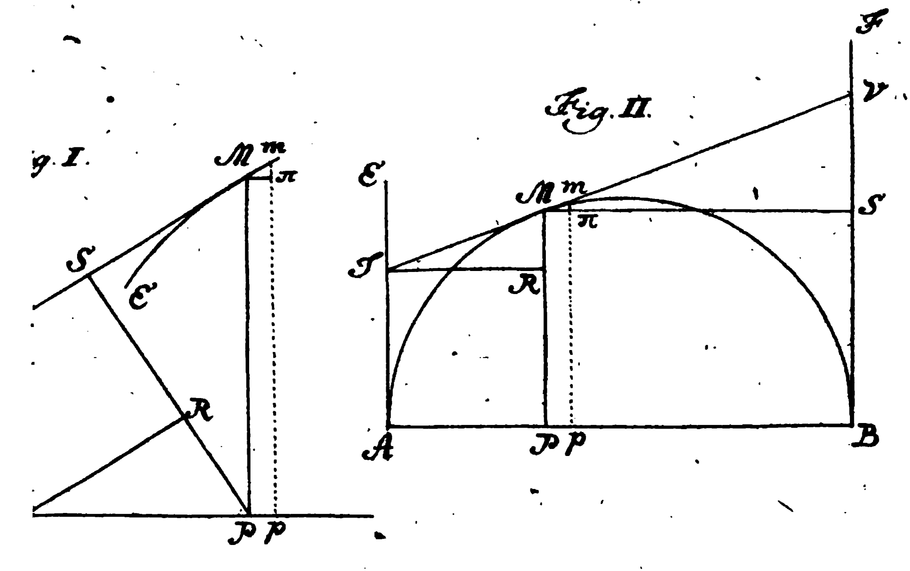
ME-

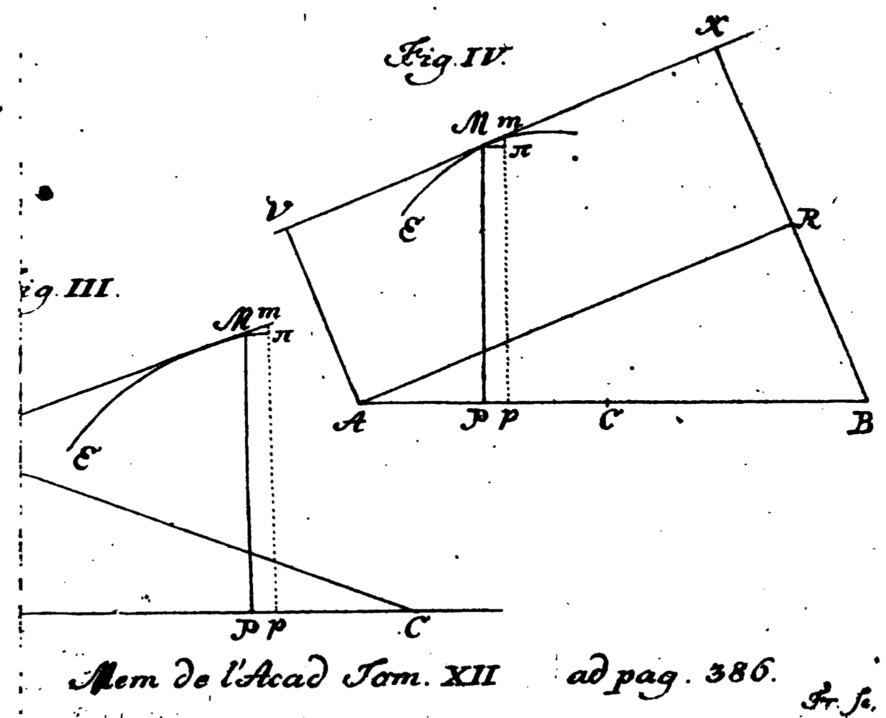

H
N
M
Fig. 1.
B G H
S Q N
C M
Fig. 2.
O T P
E A F
H
N
Fig. 3.
B
S
V
a R
s
A b
v
T
E
B M T G
Fig. 4.
D C A E
H
F
Fig. 7.
Q N
C L
R K n
P H
m p
S A T
Z
D
M q
F f
Fig. 6.
g H e e
G C E
B
E
diurno Telluri


Tab. II.
ad finem
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
rno Telluni


Tab. III.
ad pag. 267.
F
D
C
Fig. II.
G
P
M
B
A
Q
H
N
E
F
D
C
G
M
H
N
Fig. III.
B
A
E
P
I.
F
G
M
D
C
H
N
Fig. IV.
A
E
E
V
K
Fig. V.
O
B
A
de l'Acad. Tom. XII.
ad pag. 386.

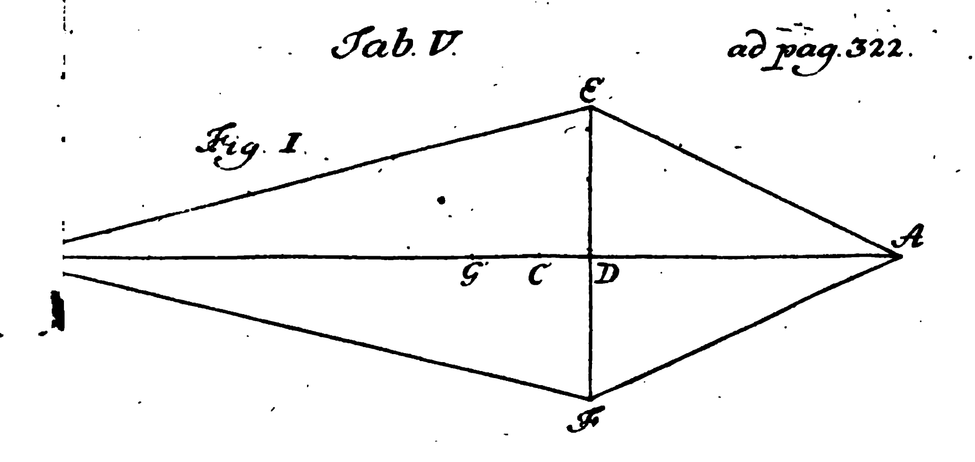

Tab. IV.

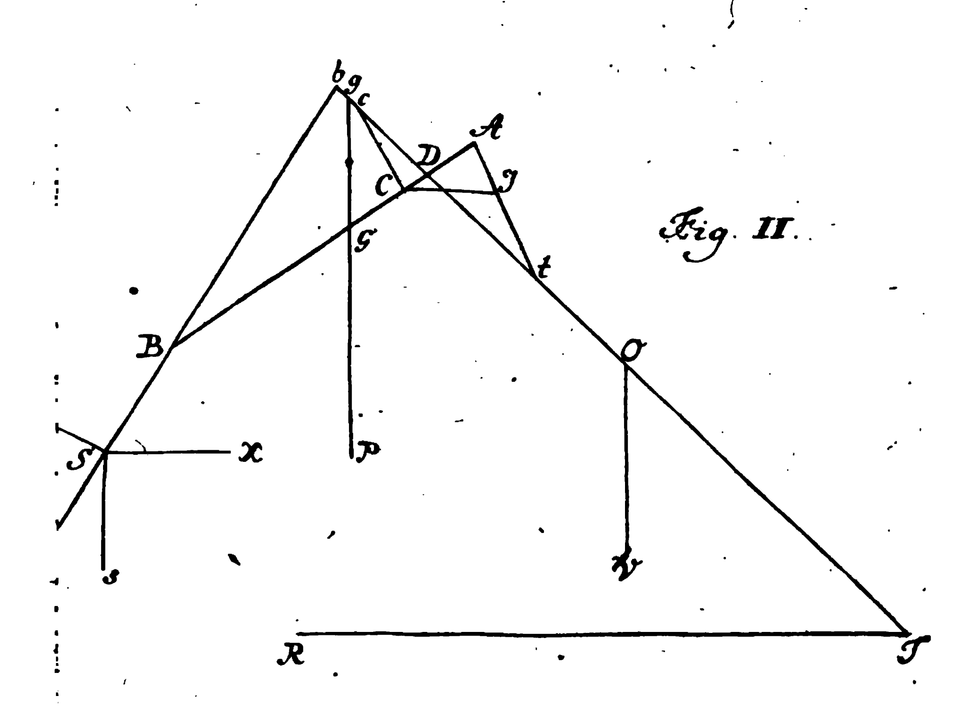

Fig. II.
F
V
E
M m
S
π
T
R
A
P p
B
g. I.
M m
π
S
E
R
P p


Fig. IV.
X
M m
π
V
E
R
A
P p
C
B
ig. III.
M m
π
E
P p
C

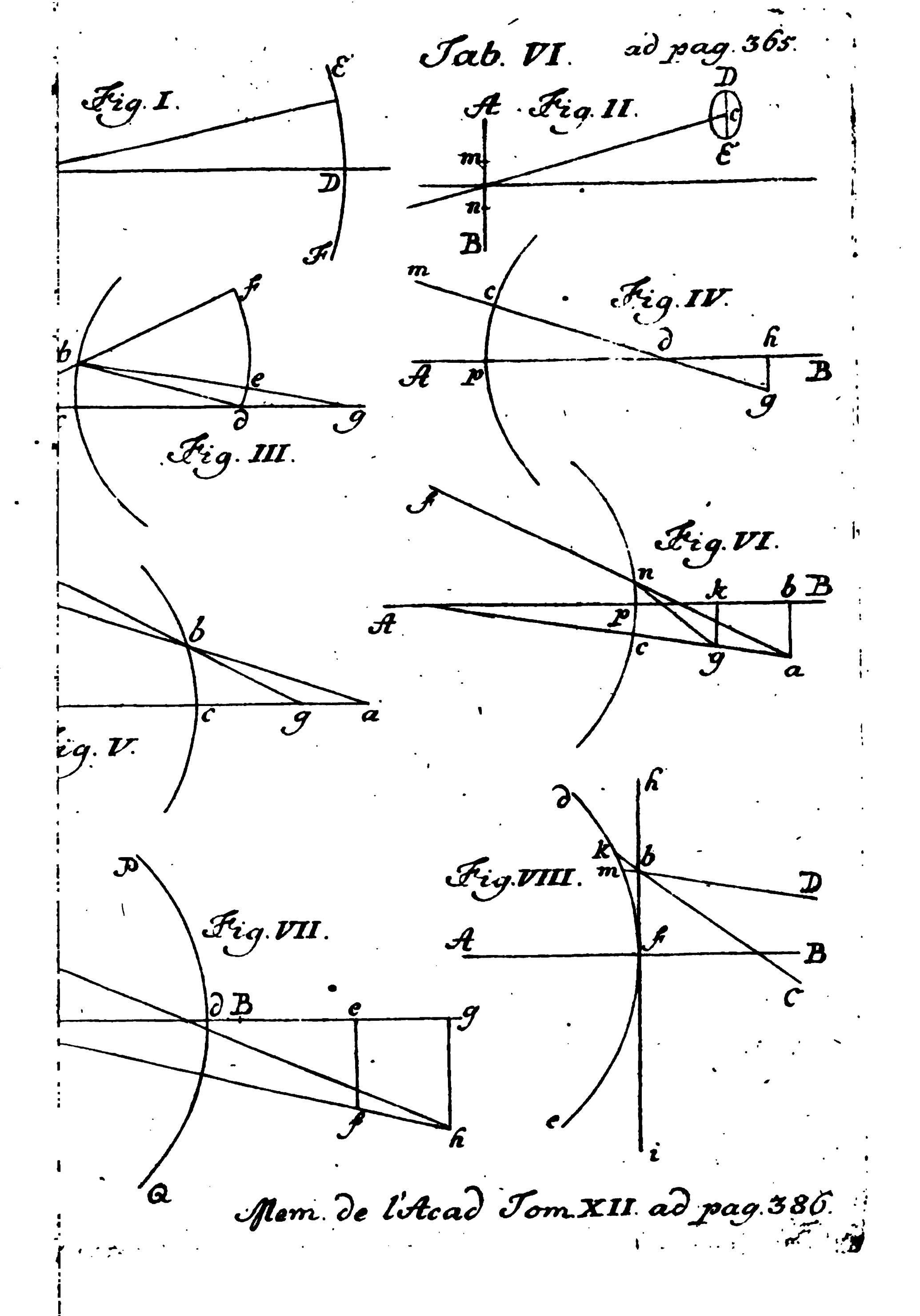
Fr. fe.

Tab. V. ad pag. 322.





Mem. de l'Acad. Tom. XII. ad pag. 386.


Tab. VI ad pag. 365.
Fig. I.
E
D
F
Fig. II.
A
D
c
m
n
B
E
Fig. III.
f
b
e
d
g
Fig. IV.
m
c
d
h
A
p
B
g
Fig. V.
b
c
g
a
Fig. VI.
f
n
k
b
B
A
p
c
g
a
Fig. VII.
P
d
B
e
g
f
h
Q
Fig. VIII.
d
h
k
b
m
D
A
f
B
C
e
i
Mem. de l'Acad Tom. XII. ad pag. 386.

Tab. I. ad pag. 165.

Fig. I.

Fig. II.

III.

Fig. IV.

Fig. V.

Fig. VI.

Mem. de l'Acad. Tom. XII. ad pag. 386

Tab. II. ad pag. 235.

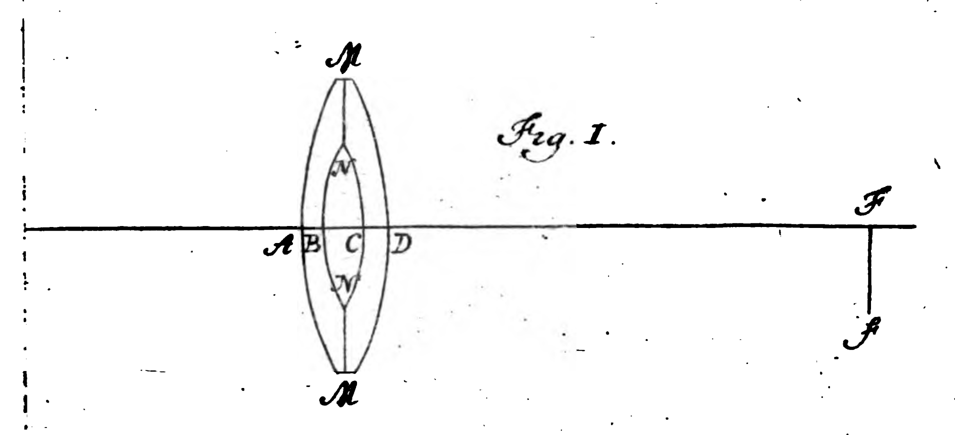


Fig. II.

Mem de l'Acad Tom XII ad pag 386.

Fig. IX.

Fig. X.

Fig. XI.

Fig. XII.

Fig. XIII.

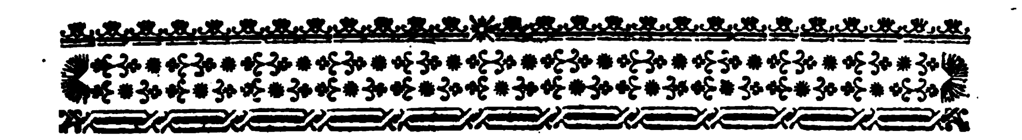
Fig. XIV.

Fr. sc.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

* * *



EXAMEN PHILOSOPHIQUE
DE LA PREUVE
DE L'EXISTENCE DE DIEU
EMPLOYÉE
DANS L'ESSAI DE COSMOLOGIE.

PAR MR. DE MAUPERTUIS.

PREMIERE PARTIE.
Sur l'Evidence & la Certitude Mathématique.

I.

Tandis que les uns ont cru que dans mon Essai de Cosmologie je cherchois à détruire ou à affoiblir les preuves que nous avons de l'existence de Dieu, les autres pensoient que j'avois prétendu en donner une démonstration géométrique. J'ai déjà répondu : mais, si je suis parvenu à calmer les uns, je n'ai pas encor réüssi à dissuader les autres. Cependant j'irois directement contre le principe que j'établis, si je laissois attribuer à la preuve que j'employe un degré de force qu'elle n'a pas. Je l'ai dit dans l'avant-propos de l'Essai, on ne sauroit faire plus de tort à la vérité qu'en voulant l'appuyer sur des fondemens peu solides. Je répéte donc que les preuves que j'ai attaquées, ou plutôt que j'ai cru qu'on ne de-

voit pas admettre, étoient celles dont les ennemis de la Divinité pourroient se servir pour en nier l'existence avec autant d'avantage que ceux qui veulent l'établir : que je n'ai jamais regardé la preuve que j'ai donnée comme une démonstration complette, mais comme un raisonnement plus fort que tous ceux qu'on tire de ces petits détails de la Nature qui souffrent mille exceptions, & où les vues du Créateur restent trop cachées : que plusieurs de ces preuves prises séparément n'ont pas à la vérité toute la force que quelques Auteurs leur veulent donner ; mais que toutes ensemble sont plus que suffisantes pour nous convaincre.

II. Parmi ceux qui ont cru que j'attribuois à la preuve de l'existence de Dieu que je tire de mon principe, plus de force que je ne lui en donne, quelques uns pour en faire une démonstration géométrique n'y trouvoient à redire qu'un point sur lequel j'avois passé assés rapidement parceque je n'y réduisois pas comme eux la force de cette preuve. Ces Philosophes ont dit : ouï, des loix du mouvement où l'action est toujours employée avec la plus grande économie démontreront l'existence de l'Etre supreme ; mais pour cela il faut que ces loix ne soient pas des suites nécessaires de la nature des corps.

III. A cette objection que je m'étois fait moi-même, j'avois répondu en deux mots : que si les choses se trouvent dans le monde tellement combinées que la nécessité y exécute ce que l'intelligence prescrivoit, la souveraine sagesse & la souveraine puissance n'en seroient que plus fortement établies. Cette réponse me parut suffisante alors, & me le paroîtroit encore ; mais, comme je connois des hommes célébres qui ne s'en sont pas contentés, qui ont insisté sur cette objection tirée de la nécessité des loix du mouvement, & qui m'ont invité à leur produire sur cela des éclaircissemens ; je le ferai d'autant plus volontiers que la nécessité ou la contingence de ces loix est une des plus belles questions de la Philosophie Spéculative : & qu'après les efforts des plus grands hommes il y reste encore de grandes obscurités. Pour éclaircir cette matiere il nous faudra remonter jusqu'aux premiers princi-

principes de nos connoiſſances ; marquer ce qui les diſtingue entr'elles par raport à leur certitude, pourquoi les unes ſont plus ſuſceptibles d'évidence que les autres, & jusqu'où nous pouvons compter ſur cette évidence.

IV. Si les matériaux dont eſt bâti l'édifice de nos Sciences étoient tombés du Ciel : ſi, comme quelques Philoſophes l'ont prétendu, nos idées étoient les archetipes éternels des choſes, ou la ſubſtance même divine dont nos ames en naiſſant porteroient certaines empreintes & continueroient dans la ſuite à ſe pénétrer ; ſi ce ſiſtéme étoit vrai, nos ſciences auroient les fondemens les plus ſolides, & une réalité qui ne dépendroit, ni de notre maniere d'apercevoir, ni de notre exiſtence même.

V. Mais, s'il étoit vrai que toutes nos connoiſſances ne dépendiſſent que des premieres impreſſions que les objets ont faites ſur nos ſens, que des perceptions qui s'en ſont formées dans notre ame, que du reſſouvenir, de la comparaiſon, & des différentes combinaiſons que nous avons fait de ces perceptions ; notre Science ne ſeroit plus rien d'abſolu, elle ne ſeroit qu'une propriété apartenante à notre eſpece : un ſens de plus dans quelque eſpece ſupérieure ſeroit pour elle une ſcience nouvelle plus étendue, à laquelle nous ne pourrions jamais atteindre : un ſens de moins dans l'eſpece humaine auroit resſerré nos connoiſſances dans des bornes encor plus étroites qu'elles ne le ſont.

VI. Le peu d'accord que nous voyons entre les Philoſophes ſeroit bien capable de faire penſer que c'eſt cette derniere ſuppoſition qui eſt la véritable : que notre ſcience n'eſt fondée que ſur des principes qui n'ont rien d'abſolu, apropriés à l'eſpece humaine, quelquefois même ſeulement à quelque ſecte de Philoſophes.

VII. Voilà donc une étrange alternative : notre Science eſt-elle la ſcience univerſelle des eſprits, une vuë de vérités éternelles, une partie

partie de la Science de Dieu ? ou n'eſt elle que le réſultat, la combinaiſon de nos ſenſations, notre propre ouvrage, une propriété ſeulement de notre eſpece ?

VIII. Cette queſtion eſt ſi importante & ſi néceſſaire qu'on ne ſçauroit aſſés s'étonner de voir tant de ſyſtèmes bâtis, tant de gros livres faits, avant qu'on l'ait réſolue, & ſouvent même avant qu'on ait penſé à la réſoudre. Peut-être eſt elle au deſſus de nos forces : mais ſi nous ne pouvons nous ſatisfaire entierement, creuſons du moins le plus avant qu'il nous ſera poſſible vers les fondemens de nos connoiſſances.

IX. Si quelque choſe peut nous perſuader que c'eſt ſur des idées éternelles & immuables que nos Sciences ſont fondées, c'eſt l'évidence qu'on trouve dans quelques unes, & cet accord univerſel entre tous ceux qui traitent une même propoſition. Cet accord à la vérité & cette évidence ne ſe trouvent que dans les ſciences mathématiques : tandis que toutes les autres parties de nos connoiſſances ſont ſujettes à des diſputes éternelles, dans la Géométrie tout le monde eſt d'accord ; cette ſcience fixe le Sceptique le plus incertain, convainc l'eſprit le plus obſtiné.

X. Quelques uns attribuent cet avantage à ce que le Géométre n'opere, diſent ils, que ſur des objets qu'il a créés, qui ne ſont préciſément que ce qu'il a voulu qu'ils fuſſent : d'autres diſent que par ſes abſtractions il a dépouillé les corps de toutes les propriétés ſenſibles dont il n'avoit pas des idées aſſés diſtinctes, & ne leur a laiſſé que celles dont il a une connoiſſance parfaite. Enfin, pour ceux qui croyent que la ſeule étendue forme l'eſſence des corps, que les propriétés eſſentielles de la matiere ne conſiſtent que dans ſes trois dimenſions ; que notre eſprit a des idées claires & complettes de ces propriétés ; que toutes les autres modifications n'affectent que nos ſens : pour ceux-là, dis-je, ils ne ſont pas embarraſſés à trouver la cauſe de l'évidence dans une ſcience qui ne conſidére que ces propriétés ſimples & fondamentales,

les, tandis que les autres ſciences roulent ſur des objets qui ne frappent que nos ſens, & dont nous n'avons que des idées confuſes ou imparfaites, nous laiſſent dans le doute & l'incertitude.

XI. Cependant ſi l'on conſidére la choſe avec plus d'attention, on ne trouvera pas ſi facile de marquer la véritable cauſe de l'avantage des mathématiques ſur les autres ſciences, car 1. dire que dans les mathématiques l'eſprit s'eſt formé l'objet qu'il conſidére, c'eſt ne rien dire ou dire quelque choſe de très faux: notre Eſprit ne crée rien, il reçoit par les ſens l'impreſſion des objets; il peut appeller *idées* quelques unes des perceptions, & laiſſer le nom de *ſenſations* aux autres; il les peut joindre & ſéparer de mille manieres différentes, mais il ne crée pas un ſeul objet nouveau, il ne crée pas une ſeule perception nouvelle. 2. L'eſprit peut bien dans un objet faire abſtraction de celles de ſes propriétés qu'il voudra, & réduire cet objet à la ſimple étendue: mais la queſtion eſt, pourquoi les raiſonnemens qu'il fait ſur l'étendue ſont ſuſceptibles de la plus parfaite évidence, tandis que ceux qui portent ſur d'autres propriétés ſont ſujets à tant d'obſcurités & d'incertitudes, & la queſtion ſubſiſte dans ſon entier: car dire que c'eſt parce que l'idée de l'étendue eſt plus claire & plus ſimple que celles des autres propriétés, c'eſt alléguer pour réponſe à la queſtion la queſtion même. 3. Enfin, pour ceux qui ſont une ſi grande différence entre l'étendue & les autres propriétés; qui veulent que l'étendue ſoit l'eſſence du corps, que toutes les autres propriétés n'en ſoient que des modifications qui ne portent à l'eſprit que des idées confuſes; pour ceux-là, s'il en eſt encore, il ſuffit de les prier de lire tant d'excellens ouvrages où l'on a démontré que l'eſſence des corps nous reſtant inconnue, nous n'en connoiſſons que les propriétés, & ne connoiſſons ces propriétés que par les ſens.

XII. Au fond ſi nous devons toutes nos idées aux impreſſions que les objets ont faites ſur les organes de nos ſens, les connoiſſances mathématiques ne ſemblent différer des connoiſſances phiſiques & de toutes les autres, qu'en ce que celles-là ſont fondées ſur une expéri-

rience antérieure ou plus ſimple, & celles-ci ſur une expérience plus tardive ou plus compliquée.

XIII. Ce n'eſt donc, ni dans un privilége imaginaire de créer nous-mêmes nos idées; ni parceque les unes nous repréſenteroient l'eſſence, & les autres les propriétés ſeulement des corps; ni même dans des manieres différentes d'acquérir nos idées, que nous devons chercher l'avantage que procurent aux ſciences mathématiques celles qui en ſont l'objet : ces idées ont un autre caractére diſtinctif auquel eſt due l'evidence qu'elles portent dans ces ſciences : c'eſt la *Replicabilité*; je me ſers ici d'un mot barbare & qui ne rend point tout à fait ce que je veux dire, mais c'eſt ce me ſemble celui qui en approche le plus : il faut le définir.

XIV. Toutes nos idées nous venant des ſens, on peut dire que dans leur origine elles ne ſont toutes que des ſenſations : ce n'eſt qu'après que notre eſprit a réfléchi ſur elles, les à combinées, les a pour ainſi dire *travaillées*, que nous avons laiſſé aux unes le nom *de ſenſations*, que nous avons donné aux autres le nom *d'idées*. C'eſt ainſi que des Senſations les plus topiques & les plus confuſes nous ſommes parvenus aux idées le plus abſtraites, les plus claires, & qui tiennent le moins aux ſens.

XV. Les plus ſimples de ces idées ſont ſans contredit celles des nombres; il ſuffit d'avoir éprouvé une ſenſation de quelque nature qu'elle ſoit, d'en joindre le ſouvenir à une autre ſenſation qu'on éprouve, ou ſeulement au ſouvenir d'une autre ſenſation qu'on a éprouvée, pour avoir l'idée de deux ſenſations; de joindre au ſouvenir de ces deux ſenſations la préſence ou le ſouvenir d'une autre, pour avoir l'idée de trois ſenſations, & de faire enſuite abſtraction des ſenſations mêmes pour avoir les idées des nombres 1. 2. 3. 4. &c.

XVI. Ce ſeroit une queſtion; mais qui me ſemble inutile ici, de ſçavoir ſi une ſenſation unique d'un objet compoſé de pluſieurs parties

ties distinctes ou de différens objets apperçus au même instant, nous donneroit l'idée des nombres : ou si cette idée ne s'acquerroit alors que de la même maniere que nous venons d'expliquer, par une suite, & une répétition seulement plus rapide des sensations de chaque partie de l'objet ou de chaque objet ?

XVII. Dès que j'ai touché des corps, j'ai remarqué ; que quoique plusieurs qualités que j'y appercevois se trouvassent dans les uns & ne se trouvassent pas dans les autres, je retrouvois dans tous longueur, largeur, & profondeur : & faisant abstraction de toutes les autres propriétés, je suis bientôt parvenu à l'idée de l'étendue : ou plutôt aux idées de trois sortes d'étendue ; d'une étendue seulement en longueur, d'une étendue en longueur & largeur, d'une étendue en longueur, largeur & profondeur : c'est à dire aux idées des *lignes*, des *surfaces*, & des *solides*. Je trouve dans les idées de l'étendue le même caractére distinctif que j'ai remarqué dans le nombre, la Réplicabilité : je puis ajouter une étendue à une autre étendue égale, & avoir d'une étendue double, triple &c. une idée aussi claire que je l'avois de la premiere : je puis retrancher la moitié, le tiers de cette étendue, & j'ai une idée aussi claire d'une étendue moitié, tiers, &c. enfin je vois que l'étendue comme le nombre est accrescible & diminuable à volonté, & de parties toujours les mêmes ou égales les unes aux autres : caractére qui n'apartient à aucune autre propriété des corps : non seulement à aucune de ces propriétés variables, qui ne se trouvent pas les mêmes dans tous, mais qui n'appartient pas plus à l'impénétrabilité même, quoique cette derniere comme l'étendue se trouve dans tous les corps : je ne saurois ajouter une impénétrabilité à une autre Impénétrabilité ; retrancher une impénétrabilité d'une autre pour en former une impénétrabilité double ou triple, moitié ou tierce. La réplicabilité ne se trouve pas plus dans les idées abstraites du beau, du bon &c. ni du fort ou du foible ; à moins que je ne rapporte ces qualités aux effets qui les suivent, & que ces effets ne puissent être rapportés aux nombres ou à l'étendue.

XVIII. Tel est l'avantage que les idées du nombre & de l'étendue ont sur toutes les autres idées : il se trouve encore dans leurs origines des différences bien remarquables, d'où peut-être dépend cet avantage. Chaque idée simple ne doit son origine qu'à un seul sens & ne dépend en rien des autres : l'idée du froid & du chaud ne nous viendra jamais de l'ouie, & le tact ne nous fera jamais connoitre les sons : nous avons vû au contraire que chaque sensation, & par conséquent chaque sens, fesoit naitre l'idée du nombre. L'idée de l'étendue a aussi sur les autres idées une prérogative, non pas si grande à la vérité que celle du nombre, mais qui pourtant la distingue assés de toutes les autres idées : deux sens, le tact & la vue la portent également à notre ame : réplicable comme l'idée du nombre, elle nous est introduite comme celle du nombre par plus d'un sens. Telles sont les différences éssentielles qui distinguent ces deux idées de toutes les autres ; la multiplicité des moyens par lesquels elles entrent dans l'ame ; & la réplicabilité.

XIX. Il ne paroit guéres qu'on puisse contester que toutes les idées que nous avons ne viennent de nos sens : si l'on cherche à se rappeller l'origine de chacune, on la trouvera toujours dans quelqu'une de nos premieres sensations, ou dans plusieurs ensemble. La réflexion que nous avons faite sur ces premieres sensations que Mr. *Locke* a été tenté d'appeller assés improprement *le sens intérieur*, ne peut ce me semble être prise pour une source de nos idées simples : si les sens n'avoient apporté ces premieres idées dans notre ame, que seroit-ce que cette réflexion, que cette faculté de réfléchir sur elles, de les joindre, de les séparer ?

XX. Mais ne trouvons-nous pas dans notre ame une certaine idée plus simple, & peut-être antérieure à toutes les autres, & qui ne semble point avoir la même origine ? je parle de ce sentiment de pure existence que l'ame éprouve dans le silence des autres sensations, & lors qu'aucun objet ne l'affecte ? L'homme avant que d'avoir reçu au-

aucune impression des objets, n'auroit-il pas eu une certaine idée de son être ?

XXI. Il n'est pas facile, il n'est peut-être pas possible de décider si cette idée, supposé que l'ame l'eût, tireroit son origine d'une source différente de celle des autres, ou seulement d'une source plus cachée. Comment remonter à cet état dans lequel nos sens n'auroient point encore été affectés par aucun objet sensible ? Quand même cela seroit possible à l'égard des corps extérieurs, tous les corps dont l'intérieur du nôtre est composé, & le sens du tact universellement répandu dans toutes nos parties, ne donnent-ils pas lieu de penser que l'idée de notre existence ne viendroit que de l'impression de quelque corps sur le tact intérieur : que toute la différence entre la maniere dont se produit cette idée & celle dont se produisent les autres, ne consiste qu'en ce que pour les autres c'est l'action de quelque corps extérieur sur quelque organe extérieur de nos sens qui les fait naître, & qu'ici ce seroit l'action des parties de notre corps même sur un organe plus caché. Plus j'examine cette idée de pure existence, plus je tâche de faire taire toutes les autres sensations qui m'en distraient, & plus il me semble que cette idée ne vient que d'une sensation : il me semble toujours que je ne sens mon existence que par quelque partie de mon corps.

XXII. Il ne paroit donc pas que quant à leur origine nos idées différent autrement qu'en ce que, tandis que toutes les autres ne tirent leur origine que d'un seul de nos sens, celles du nombre & de l'étendue reçoivent la leur de plusieurs sens différens ; & quant à la nature même des idées, je ne trouve entre elles de différence essentielle & distincte, que cette réplicabilité qui n'apartient qu'à l'étendue & au nombre.

XXIII. Sans rechercher ici la raison de la connéxion, & le rapport qui peut se trouver entre ces prérogatives que ce genre d'idées a sur les autres : nous proposerons ici une question qui n'en paroitra peut-être pas une au premier aspect, & qui au second sera peut-être bien

bien difficile à résoudre: *y a-t-il d'autres idées que les idées réplicables qui soient susceptibles de plus & de moins ?* Peut-on dire qu'il y ait du plus ou du moins dans une couleur, dans une saveur, dans un son ? Il est bien vrai qu'on dit tous les jours une couleur plus bleue, un fruit plus aigre, un son plus aigu : mais c'est qu'on a lié toutes ces sensations avec l'observation d'une plus grande ou d'une plus petite dose de quelque chose de réplicable: si pour une couleur on a employé une once d'indigo, & pour une autre deux onces, on dit que l'une est plus bleue ou plus foncée que l'autre: mais ce *plus* n'est fondé que sur la quantité réplicable dont on suppose dans la sensation l'effet proportionel à la quantité: sans cette considération on diroit bien que ces deux couleurs différent entre elles, mais je ne sçai si l'on pourroit dire qu'elles différent par *plus* ou par *moins*; & ce que nous disons ici des objets de la vue, nous le dirons de même des objets des autres sens, nous ne pouvons dire qu'un son est plus aigu qu'un autre que parce que nous sçavons que la corde qui le rend est plus courte, ou plus déliée, ou plus tendue par un plus grand poids: sans cela les sons ne seroient que différens, & ne seroient point susceptibles de plus & de moins. La proposition est la même à l'égard des objets moraux; une vertu ne peut être appellée plus grande que parce qu'on en rapporte l'exercice à un plus grand nombre d'actions qu'on regarde comme les mesures de cette vertu.

XXIV. C'est de l'application de ces mesures que naissent [illegible] d'erreurs dans toutes les Sciences, où ces mesures ne sont pas réplicables, ne sont pas les nombres ou l'étendue. Si par ex. les actions qu'on regarde comme les mesures d'une certaine vertu ne sont pas parfaitement égales, ce qui seroit un cas bien rare & hors d'usage, tous les raisonnemens qu'on voudra faire sur cette vertu n'auront rien de précis ni de certain: & si l'on veut donner à ces raisonnemens la précision & la certitude, ce ne pourra être que par des suppositions [illegible] des hypothéses qui les mettront hors de toute application réelle: si ces suppositions ont plus de latitude, chacun les fera à sa maniere; & [illegible]

là résulte cette diversité de sentimens qu'on observe sur les sujets de morale, de politique, de droit naturel, de métaphisique, où l'on se trouve si rarement d'accord avec les autres, & où souvent on n'est pas d'accord avec soi-même.

XXV. Au contraire dans les sciences mathématiques où les objets, le nombre & l'étendue, sont exactement réplicables, on forme des résultats dont tout le monde convient; parce que c'est sur des sujets qui sont pour tout le monde précisément les mêmes: on est encore plus content de la maniere dont soi-même on les conçoit; & c'est en cela que consiste l'évidence & la certitude.

XXVI. Entre les objets purement mathématiques & les objets moraux ou métaphisiques, il est un certain genre où la réplicabilité parfaite ne se trouve pas, mais dont aussi elle n'est pas entiérement exclue: je parle des objets phisiques; dans lesquels outre l'étendue & les nombres on considere quelques autres idées qui se réduisent comme d'elles mêmes à la réplicabilité: la vitesse par ex. des corps en mouvement, le tems qu'il employent à parcourir certains espaces, ont des rapports si naturels à l'étendue & aux nombres, que ces idées deviennent réplicables comme celles des nombres & de l'étendue.

XXVII. On rappelle encore à la réplicabilité quelques autres idées qu'on regarde comme des propriétés universelles des corps, quoique ces idées ne soient pas trop claires: comme certains effets que nous voyons que les corps peuvent produire, certaines forces auxquelles nous attribuons ces effets: mais pour les soumettre à la réplicabilité, il faut que ces effets ou ces forces soient susceptibles de mesures constantes & homogénes qui se rapportent à l'étendue ou aux nombres.

XXVIII. C'est par là que si dans la dynamique on ne trouve pas toujours des résultats qui ayent la même évidence que ceux de l'arithmétique & de la géométrie, elle participe pourtant à l'évidence & à la certitude qui regnent dans ces deux sciences; & ne leur cédera

gué-

guéres à ces égards si elle est traitée avec précaution & avec philosophie.

XXIX. Mais il y a ici beaucoup d'erreurs à craindre : les objets de la dynamique peuvent quelquefois être considérés sous des faces différentes, & par rapport à différentes propriétés, dont quelques unes peuvent être réduites à la réplicabilité tandis que les autres n'y sont pas réductibles, ou n'y sont pas réductibles de la même maniere : on fondera alors des raisonnemens sur ce qui tient à ces propriétés réplicables, on en tirera des conséquences justes; mais qui n'auront point lieu pour l'objet en général, ou qu'il faudra interpréter différemment. C'est ainsi par ex. que les uns prétendent qu'un corps en mouvement a deux fois plus de force si sa vitesse est double ; & que les autres soutiennent qu'il en a quatre fois plus : les premiers considérent la force du corps par son effet instantané, les autres par la quantité d'obstacles égaux qu'il peut vaincre jusqu'à l'extinction de son mouvement. Ce mal-entendu a fait dans des Académies célébres des disputes, qui n'auroient pas été des disputes si l'on y eut usé d'une bonne logique.

XXX. La dynamique ne nous conduira donc pas toujours à des résultats aussi simples & aussi clairs que ceux de l'arithmétique & de la géométrie ; quoiqu'on y puisse trouver l'évidence & la certitude, si l'on y distingue toujours bien dans chaque objet ce qui est réplicable & ce qui ne l'est pas ; qu'on n'applique pas à un objet en général ce qui n'appartient qu'à quelques unes de ses parties ; enfin si l'on a bien soin de s'expliquer & de s'entendre.

SECON-

SECONDE PARTIE.

Où l'on examine les loix de la Nature.

I.

Après avoir recherché autant qu'il nous a été possible quel est l'avantage des sciences mathématiques sur les autres sciences, & fait voir comme nous le croyons, que l'évidence & un certain repos d'esprit qu'on trouve dans l'arithmétique & dans la Géométrie ne viennent que de la replicabilité des objets que ces sciences considérent ; il faut expliquer ce qu'on doit entendre par *vérités nécessaires.*

II. Le *nécessaire* en général est ce qui ne sauroit ne pas être : le *contingent* est ce qui pourroit n'être point. Nos connoissances n'étant que cé que nous avons vû dans la premiere partie, il semble que nous soyons bien éloignés de pouvoir prononcer sur la *nécessité* ou la *contingence* de quoi que ce soit : nous n'avons pour nous conduire dans une telle recherche que cette évidence, que cette foible lumiere, qui dès que nous la voulons porter hors des limites qui lui sont prescrites, s'éteint.

III. Tant que nous nous bornons à des objets parfaitement replicables ; & que des idées que nous avons de ces objets nous cherchons à déduire les conséquences ; nous pouvons suivre le fil d'un assés grand nombre de raisonnemens qui satisfont pleinement notre esprit : nous pouvons voir avec évidence que chacun de ces raisonnemens est lié aux autres : c'est ainsi que des idées du nombre & de l'étendue nous tirons toutes les propositions de l'arithmétique & de la géométrie : c'est dans ce sens qu'on appelle ces propositions des *vérités nécessaires.*

IV. Mais si dans l'explication de quelque phénoméne de la Nature, nous trouvons quelque interruption qui nous empêche de le lier aux

aux premieres idées d'où nous sommes partis ; sommes-nous en droit pour cela de traiter ce phénoméne de *contingent ?* Il me semble que ce seroit bien passer les droits de la faculté qui nous a été donnée de juger des choses : l'interruption peut n'être qu'apparente ; le phénoméne peut être lié dans une chaine qui nous paroit interrompue, par ce que quelque partie nous en échape ; mais dont une intelligence supérieure à la mienne verroit la continuité : & n'arrive t-il pas tous les jours que dans les conséquences tirées des objets mêmes replicables, il se trouve une continuité que nous n'avions point apperçue d'abord, ou que nous n'appercevons pas tandis que d'autres l'apperçoivent ?

V. *Pouvons-nous des idées que nous avons du corps & de la vitesse tirer par une chaine de conséquences sans interruption les loix que les corps observent dans leur mouvement ?* C'est là ce me semble tout ce qu'il nous est permis d'examiner ; & la question est bien encore assés difficile.

VI. Après un grand nombre de siécles écoulés, pendant lesquels il ne paroit pas qu'on eut seulement tenté de découvrir les loix du mouvement, de déterminer les phénoménes qui arrivent lors qu'un corps en mouvement en rencontre un autre soit en mouvement soit en repos : après mille erreurs où dans les siécles suivans on étoit tombé lorsqu'on avoit cherché ces loix : elles furent tout à coup découvertes par Huygens, Wallis, & Wren : elles furent confirmées par les expériences ; & personne ne douta plus de leur vérité. On alla plus loin : comme c'étoient des mathématiciens qui les donnoient ; & qu'ils employoient pour les démontrer des procédés & des calculs mathématiques, on leur attribua la même évidence, & une évidence du même genre, qu'aux vérités qui ne concernent que l'étendue & les nombres.

VII. Ce n'étoit cependant plus sur ces seuls objets, sur ces objets dont la nature est d'être parfaitement *replicables* qu'on opéroit : c'étoit sur des objets phisiques, sur des corps, sur leurs mouvemens, & sur ce qui devoit résulter de leurs mouvemens.

VIII.

VIII Les philosophes des derniers tems avoient entrepris de déduire les loix du mouvement de l'essence des *corps purement mathematiques*, c'est à dire uniquement réduits à l'*étendue*; & tous s'y étoient trompés : l'histoire de leurs erreurs feroit un gros livre ; je ne parlerai que de celles de ces hommes dont la supériorité sembloit promettre plus de succès.

IX. *Descartes* consultant plus ses idées que la Nature, & y ajoutant un principe métaphisique qu'il croyoit vrai & qui ne l'étoit pas, avoit donné avec assurance de fausses loix du mouvement.

X. *Malebranche* le plus célébre de ses disciples, s'égara à sa suite ; & ne changea de sentiment qu'après qu'on lui eut crié de toutes parts que la nature démentoit ses loix, & qu'on lui eut fait connoitre les véritables.

XI. *Leibnitz* s'y trompa aussi bien qu'eux ; il donna des loix fausses ; (*) & ne reconnut que longtems après son erreur. (**) Il avoua qu'elle venoit de ce qu'il avoit voulu déduire ses loix *des seules notions mathématiques*.

XII. Si l'on pouvoit déduire les loix du mouvement de cette idée du corps qui le réduit à ses trois dimensions, à la simple étendue, toutes ces loix seroient susceptibles de la même évidence & de la même certitude que les propositions de la géométrie & de l'arithmétique : & comme on prend ces propositions pour des vérités nécessaires, on pourroit de même prendre les loix du mouvement pour nécessaires, du moins du même genre de nécessité.

XIII. Mais si la chûte de tous les grands hommes qui ont voulu tirer les loix du mouvement de l'essence du corps mathématique, ne suffit pas pour prouver que ces loix ne sont pas nécessaires, la maniere

(*) *Hypothesis phisica nova. Theoria motus abstracti & concreti.* Mogunt. 1671.

(**) *Specimen dynamicum.* Act. erud. 1695.

dont ceux qui ont découvert les véritables loix y sont parvenus, doit achever de nous convaincre. Huygens, Wallis, & les autres qui ont trouvé ou confirmé ces loix, loin de les déduire immédiatement de cette idée simple des corps par des démonstrations purement mathématiques, sont tous partis d'hypotheses qui n'étant rien moins que des vérités nécessaires ne conduisoient point à des vérités nécessaires

XIV. Quant à ceux qui voudroient affoiblir la preuve de l'existence de Dieu qu'on tire des loix du mouvement, parce que, disent ils, de ce qu'on n'a pû jusqu'ici déduire ces loix de la seule idée du corps, il ne s'ensuit pas qu'elles n'en puissent être des suites nécessaires : on peut leur faire voir qu'on pourroit de même soutenir ou soupçonner la nécessité de tout ce qui est dans la Nature. En attaquant par un tel raisonnement la preuve qu'on tire de la sagesse qu'on découvre dans les loix du mouvement, on feroit perdre toute la force à toutes les autres preuves qu'on peut tirer des merveilles de l'Univers : on pourroit soutenir que tout l'ordre & l'arrangement qui paroit dans la Nature, que ces procédés mêmes d'insectes que les auteurs d'histoire naturelle font tant valoir, ne sont peut-être que des suites nécessaires de la nature des corps. L'objection donc qu'on voudroit tirer de la nécessité des loix du mouvement, est contre tous ceux qui veulent prouver l'existence de Dieu par les merveilles de la nature, la même que contre ceux qui la veulent prouver par ces loix ; & l'on pourroit laisser les naturalistes y répondre.

XV. Mais nous répondrons pour eux & pour nous ; que c'est une injustice de vouloir attribuer à une nécessité mathématique des loix que les plus habiles mathématiciens n'ont jamais pû y réduire : l'injustice devient plus grande encore lors qu'au lieu de la nécessité, on découvre dans l'établissement de ces loix des raisons de choix & de préférence.

XVI. Pour en revenir à la question que nous nous proposons d'éclaircir sur la nature des loix du mouvement : j'en distingue de différens ordres ; les unes paroissent si simples qu'on feroit tenté de les pren-

prendre pour des axiomes, & que quelques auteurs les ont données comme des axiomes, d'autres plus exacts comme des hypotheses fondamentales : les autres loix sont plus compliquées, fondées sur un plus grand nombre de principes, & étoient plus difficiles à découvrir.

XVII. Avant que d'entrer dans l'examen de ces loix ; comme plusieurs auteurs dans l'énoncé qu'ils en donnent ont employé le mot de *force*, & que nous serons nous-mêmes obligés de nous en servir ; il faut expliquer ce que c'est que la force, ou plutôt dire ce qu'on entend par ce mot.

XVIII. Le mot de force est pris d'un sentiment que nous éprouvons lorsque nous voulons mouvoir un corps qui est en repos, ou arrêter ou changer le mouvement d'un corps qui se meut : nous sentons que pour cela il nous faut faire un certain effort, employer une certaine force. Nous observons que lorsqu'un corps en mouvement en rencontre un autre en repos, celui-ci se meut ; que s'il se mouvoit déjà, son mouvement est changé ou détruit : & dans l'impuissance où nous sommes d'expliquer comment cela se fait, nous appliquons au corps le même mot de force, un sentiment à un être incapable de sentir : enfin, si nous voyons quelque corps se mouvoir sans aucune action de notre part, & sans l'entremise d'aucun autre corps, nous disons encore que c'est par une force qu'il se meut ; mais ne voyant point d'objet extérieur où la placer, nous en fesons une force immatérielle, une qualité inhérente au corps même qui se meut.

XIX. Après avoir donné un nom à quelque chose que nous connoissons si peu, nous regardons la force comme la *cause* du changement qui arrive dans le repos ou le mouvement des corps, & ce changement comme l'*effet* ; nous calculons ensuite les effets & les causes, & ces calculs sont justes tant qu'ils ne tombent que sur des rapports : notre évidence est entiére dans la partie qui ne regarde que l'objet réplicable : mais nous devons nous tenir en garde dès que nous mêlons dans cet objet d'autres propriétés ; que nous raisonnons sur des choses qui nous sont inconnues, ou qui ne nous sont qu'imparfaitement connues.



XX. Il n'y a peut-être aucun phénoméne dans la Nature qui dût tant nous étonner que de voir un corps en mouvoir ou en arrêter un autre : le mouvement que nous communiquons, ou modifions nous-mêmes, nous paroitroit la merveille la plus surprenante si nos mouvemens n'avoient précédé notre raison.

XXI. Cette ignorance où nous sommes sur la nature de la cause qui fait mouvoir les corps, qui change ou détruit leur mouvement, est ce qui a fait naitre tant de disputes entre les mathématiciens de ces derniers tems : qui a fait que les uns ont pris pour la force d'un corps le produit de sa masse par sa vitesse, les autres le produit de sa masse par le quarré de sa vitesse : c'est que ne connoissant la force que par les effets qui suivent son application, ils ont vû ces effets proportionels tantôt à l'un de ces produits tantôt à l'autre, selon que la considération du tems y entre ou n'y entre pas.

XXII. Mais lorsqu'un corps se meut, ou change son mouvement, sans que l'action ou la résistance d'aucun corps sensible y soit appliquée ; ce qu'on pourroit prendre pour la cause échapant entiérement, on l'exprime encore par le mot vague de force, & on l'employe dans les calculs en lui donnant un signe ; mais ce signe n'est jamais que la répréséntation du phénoméne.

XXIII. Après cet éclaircissement, après qu'on aura bien réfléchi sur le peu d'idée qu'on a de la *cause* & de l'*effet* dans le mouvement des corps ; on trouvera bien étrange de voir les plus grands hommes qui ont traité de la dynamique répéter sans cesse les mots de cause & d'effet ; vouloir expliquer les phénoménes du mouvement par ces prétendus axiomes, *les effets ne doivent pas surpasser les causes* ; *les effets doivent être proportionels aux causes* ; &c.

XXIV. Tandis qu'on abuse ainsi des mots de causes & d'effets, & qu'on les place partout ; quelques autres philosophes nient toute *causalité* : les argumens dont se sert pour cela un des plus grands hommes

mes de l'Angleterre (*) sont assurément des plus ingénieux & des plus subtils : cependant il me semble qu'entre trouver des causes partout & n'en trouver nulle part il est un juste milieu où se trouve le vrai : si c'est refuser à la Providence ce qui lui apartient que de nier les causes, c'est nous arroger ce qui ne nous apartient pas que de nous croire toujours capables de les connoitre.

XXV. Nous allons maintenant examiner les loix du mouvement : & nous commencerons par ces premieres que quelques auteurs ont prises pour des axiomes, ou pour des suites nécessaires de l'idée de l'étendue qu'ils regardoient comme l'essence de la matiére : nous verrons bientôt ce qu'elles doivent à l'éxpérience ; & ce qu'elles ont été lorsqu'on n'a pas voulu les puiser dans l'éxperience.

Loix de Descartes.

XXVI. Descartes posa pour la premiere loi que, *chaque chose entant qu'elle est simple & indivisée demeure tant qu'elle peut dans le même état, & n'en sort que par des causes externes.*

Cette loi qui exposée aussi vaguement n'a rien de clair ni de philosophique, seroit ou sujette à de grandes disputes, ou peut-être fausse, si comme les termes simple & indivisé semblent l'insinuer, on l'appliquoit à des êtres immatériels ou pensants. Descartes à la vérité l'applique d'abord au corps, & nous apprend que c'est des parties de la matiere qu'il parle : sa loi donc dans son vrai sens est que, *toute partie de la matiére persévére dans son état de repos ou de mouvement, à moins que quelque cause externe ne l'en fasse sortir.*

XXVII. La seconde loi est que, *chaque partie de la matiére qui se meut librement se meut en ligne droite.*

Cette loi n'est qu'une suite évidente de la premiere ; car le mouvement dans chaque instant ne se pouvant faire qu'en ligne droite, la persévé-

(*) *Mr. Hume.*

sévérance du corps dans l'état où il est une fois, exige qu'il continue de se mouvoir en ligne droite : aussi Newton ici conforme à Descartes n'a t-il fait de ces deux loix qu'une même loi.

XXVIII. La troisième loi de Descartes est que, *lorsqu'un corps en mouvement en rencontre un autre, s'il a moins de force pour continuer à se mouvoir en ligne droite que l'autre n'en a pour lui résister, il est réfléchi vers le côté opposé, & conservant son mouvement n'en perd que la direction ; mais s'il a plus de force que l'autre n'en a, il se meut avec lui & perd autant de son mouvement qu'il lui en donne.*

On pourroit remarquer ici quel abus Descartes fait du mot de force qu'il n'a point défini : mais nous allons examiner ses trois loix l'une après l'autre.

Examen de la premiere & de la seconde loi.

XXIX. Il semble qu'une loi que les deux Philosophes dont les sentiments en tout ont été les plus opposés ont reçue, dût passer pour un axiome : qu'il fût évident que toute partie de la matiere persévérât dans son état de repos ou de mouvement, à moins que quelque cause externe ne l'en fît sortir. Cependant, en examinant les idées sur lesquelles Descartes & Newton ont fondé cette loi, on verra combien ils sont peu d'accord ; & combien elle est éloignée d'être une suite nécessaire de l'idée que nous avons de l'étendue. Descartes voulut déduire sa loi de l'immutabilité de Dieu : ses disciples ont cru qu'elle étoit fondée sur l'indifférence de la matiere à se mouvoir ou ne se pas mouvoir : Newton ne l'a trouvée que dans l'expérience.

De l'immutabilité de Dieu l'on concluroit plutôt qu'il n'y a point de mouvement qu'on ne déduiroit les loix du mouvement.

De l'indifférence de la matiére au mouvement ou au repos, il ne s'ensuit point qu'un corps étant une fois mû il se meuve toujours, ni qu'étant une fois en repos il y reste toujours : cette indifférence ne

cause

cause ni n'empêche l'un ni l'autre état : si elle ne réduit point au repos un corps qui se meut, elle ne le fait pas non plus continuer à se mouvoir : si elle ne fait pas mouvoir un corps qui étoit en repos, elle ne le fait pas plus persévérer dans son repos ; la persévérance n'est pas plus la suite de l'indifférence que le changement. On ne voit donc pour la loi de Descartes ni l'évidence ni d'autre fondement que l'expérience ; mais sur cette matiére nous verrons à tous momens les auteurs les plus célébres prendre pour la suite de leurs raisonnemens ce qu'ils ne tiennent que de l'expérience.

La seconde loi de Descartes n'étant comme nous l'avons vû qu'une partie ou une suite nécessaire de la premiere, tout ce que nous venons de dire de celle-ci s'y rapporte.

Ces deux premieres loix, quoiqu'on ne les puisse déduire de l'idée que nous avons de l'étendue, étoient confirmées par l'expérience : mais quant à la troisième, on peut dire que l'expérience en démontre la fausseté. Voyons par quels raisonnemens Descartes étoit tombé dans une erreur aussi grossiére.

Examen de la troisième loi.

XXX. Nous avons vû que ne pouvant tirer ses loix du mouvement de son idée des corps, Descartes avoit eu recours à *l'immutabilité de Dieu :* de cette immutabilité ce qu'on devroit conclurre seroit qu'aucun corps ne devroit se mouvoir, ou que si quelqu'un se mouvoit il devroit se mouvoir à jamais : Descartes vit bien que cela n'étoit pas ainsi. De l'indifférence de la matiére à se mouvoir ou ne se pas mouvoir on auroit conclu que le plus petit corps en mouvement rencontrant le plus grand corps en repos, devoit le mouvoir & l'emporter avec toute sa vitesse. Descartes vit bien encore que ceci répugnoit trop à l'expérience ; mitigeant donc l'idée de l'immutabilité absolue, il posa pour principe *que Dieu*, sans laisser chaque corps dans son repos ou son mouvement éternel, *conservoit seulement toujours la même*

même quantité de mouvement dans l'univers : c'eſt à dire la même ſomme de produits des maſſes multipliées par les viteſſes. Il conclut de là que lors qu'un corps rencontroit un autre corps en repos plus grand que lui, le petit étoit réfléchi en ſens contraire avec toute ſa viteſſe ſans en avoir communiqué aucune au grand ; il ne s'apperçut pas que cette conſéquence auſſi étrange que celle qu'il avoit voulu éviter, étoit à tous momens démentie par la nature : & après avoir donné pluſieurs autres régles du mouvement auſſi fauſſes ; il finit par dire, *qu'il n'en ajoute point la démonſtration parce qu'elles ſont évidentes* (*). Voilà où le plus grand génie de ſon ſiécle fut conduit lorsqu'il voulut tirer de l'eſſence de la matiére qu'il ne connoiſſoit pas, & de l'immutabilité de Dieu dont il feſoit mal l'application, les loix du mouvement. Ceci aſſurément ne fera pas croire que ces loix ſoient des conſéquences mathématiques & néceſſaires de la nature des corps.

Loix de Newton.

XXXI. Voici maintenant les loix du mouvement données par Newton. Pour mieux voir d'où il les a déduites nous joindrons à chacune les preuves qu'il en a données, qui ſont apparemment les plus fortes qn'on en peut donner.

XXXII. La premiere loi eſt que : *Tout corps perſévére dans ſon état de repos ou de mouvement uniforme & direct, s'il n'eſt contraint par quelques forces étrangéres à changer cet état.*

Newton pour prouver cette loi allégue les projectiles qui perſévérent dans leurs mouvemens autant que la réſiſtance de l'air qui les retarde, & la force de la peſanteur qui les précipite, le permettent : la toupie qui ne ceſſe de tourner que par la réſiſtance que l'air apporte à ſon mouvement : les grands corps des Planetes & des Cometes qui conſervent plus longtems leurs mouvemens progreſſifs & circulaires, parce qu'ils ſe meuvent dans des eſpaces qui leur réſiſtent moins.

XXXIII.

(*) *Nec iſta egent probatione quia per ſe ſunt manifeſta.* R. Cartes. Princip. philoſ. P. II. N. 52.

XXXIII. La seconde loi est que : *Le changement de mouvement est proportionnel à la force motrice imprimée, & se fait selon la ligne droite dans laquelle cette force est imprimée.*

Si quelque force produit quelque mouvement, une force double produira un mouvement double, une force triple un mouvement triple ; soit qu'elle soit imprimée tout à la fois, soit par degrés & successivement : & ce mouvement étant toujours déterminé dans le même sens que la force motrice, si le corps se mouvoit auparavant, sera ajouté à son mouvement s'il se fait dans la même direction ; en sera retranché si c'est dans une direction contraire ; sera obliquement ajouté ou retranché, si c'est dans une direction oblique : & il se fera une composition de ces deux mouvemens selon la détermination de chacun.

XXXIV. La troisième loi de Newton est que : *L'action est toujours contraire & égale à la réaction : ou que les actions de deux corps l'un contre l'autre sont toujours égales & en sens contraires.*

Tout ce qui presse ou tire est également pressé ou tiré. Si vous pressez du doigt une pierre, votre doigt est également pressé de la pierre : si un cheval tire une pierre attachée par une corde, le cheval est également tiré par la pierre ; car la corde étant partout également tendue & fesant par tout le même effort pour se relâcher, tire également le cheval vers la pierre & la pierre vers le cheval ; & empêche autant le progrès de l'un qu'elle accélère le progrès de l'autre. Si quelque corps rencontrant un autre corps change par sa force de quelque maniere que ce soit le mouvement de celui-ci, il recevra à son tour dans son propre mouvement par la force de celui-ci un changement égal & en sens contraire, puisque la pression mutuelle est égale. Par ces actions il arrive des changemens égaux, non dans les vitesses, mais dans les mouvemens, pourvû que les corps ne soient pas empêchés d'ailleurs : car les changemens de mouvement étant égaux, les changemens de vitesse en sens contraire sont réciproquement proportionnels aux corps. Et cette loi a aussi lieu pour les attractions.



Examen de la premiere loi.

XXXV. La premiere loi de Newton n'eſt, comme nous l'avons déjà dit, que la premiere & la ſeconde de Descartes; elle a l'air d'un axiome: il ſemble qu'on voye clairement qu'un corps en repos y reſte ſi rien d'étranger ne le meut; & qu'un corps en mouvement continue de ſe mouvoir ſi rien ne s'oppoſe à ſon mouvement. Mais il faut ici ſe défendre de l'illuſion de l'habitude: nous avons vû ſi conſtamment que les corps perſévérent dans leur repos & dans leur mouvement, que nous croyons que nous l'aurions pû prédire quand nous ne l'aurions pas vû; & que nous confondons l'expérience avec le raiſonnement. Cependant cette loi eſt ſi peu une ſuite néceſſaire de l'idée primitive que nous avons de l'eſſence des corps, que ceux qui n'ont pas bien conſulté l'expérience, qui n'ont pas vû que ce ne ſont que les réſiſtances & les obſtacles qu'un corps rencontre qui déterminent ou rallentiſſent ſon mouvement; que ceux, dis-je, qui n'ont pas fait cette remarque, voyant le mouvement de tous les corps ſe rallentir, au lieu de convenir de cette loi, en admettroient plutôt une toute contraire; & penſent que les corps en mouvement tendent naturellement au repos. Des auteurs célébres ont cru néceſſaire de prouver la continuation du mouvement, quoiqu'ils ne l'ayent pû faire que par des raiſonnemens qui preſſés remontoient à l'expérience. Newton y recourut tout d'abord, & ſur elle ſeule fonda ſa loi, comme on le voit aſſés par les preuves qu'il en donne: les hommes les plus éclairés, les *Maclaurin*, les *Pamberton*, ſes commentateurs, n'ont pas cherché à tirer cette loi d'aucun autre principe. Les phénomenes ont fait connoitre une nouvelle propriété de la matiére qui ne ſe trouvoit ni dans l'idée de l'étendue ni dans celle même de l'impénétrabilité: c'eſt *l'inertie*, une force, (pour nous ſervir encore ici avec eux de ce terme obſcur,) une puiſſance qu'a le corps de réſiſter au mouvement s'il eſt en repos, & de réſiſter au repos s'il eſt en mouvement. Kepler qui a tant vû de choſes dans l'obſcurité, & Descartes même, avoient eu quelque idée de cette propriété: mais ce n'a été que Newton guidé par l'expérience que mieux qu'aucun homme il ſçut conſulter, qui en a donné la véritable meſure, & qui a établi

établi que *l'inertie dans chaque corps est proportionnelle à la quantité de matiére qu'il contient*.

C'est donc l'inertie qui est le principe sur lequel est fondée la premiere loi du mouvement: c'est en vertu de cette inertie que chaque corps persévére dans son état de repos ou de mouvement; & oppose à tout ce qui pourroit l'en tirer une résistance proportionnelle à sa masse: c'est en vertu de cette inertie que s'il se meut librement c'est toujours dans une ligne droite; & que si par quelque obstacle ou quelqu'autre force il est contraint de décrire une ligne courbe, c'est toujours dans la ligne droite qu'il tend à se mouvoir. Cette derniére circonstance est une suite du même principe: car si un corps décrit une ligne courbe, à chaque instant il décrit une petite ligne droite; & tend à y continuer son mouvement.

Examen de la seconde loi.

XXXVI. Newton dans sa seconde loi partant de la force, tombe malgré toute sa réserve dans l'abus d'un mot qui ne signifie que ce qui a précédé un phénoméne, & qui ne donne aucune idée claire. De cela même on peut conclurre que cette loi qui fait le changement de mouvement proportionnel à la force, n'est rien moins qu'évidente ou qu'une suite de raisonnemens évidents: ou que si par *force* on entend ce qui produit ou détruit proportionnellement le mouvement, cette loi ne seroit plus qu'une proposition identique & puérile. On pourroit encore dire qu'on ne voit point avec évidence que le changement de mouvement se doive faire selon la ligne dans laquelle la force est imprimée. Mais après avoir vû que la premiere loi, celle qui nous aprend que tout corps persévére dans son état de repos ou de mouvement, s'il n'est contraint par quelques forces étrangéres à changer cet état, que cette loi n'est fondée que sur l'expérience, on ne doutera pas que la seconde loi qui détermine la mesure de ces changemens ne soit fondée sur l'expérience aussi; & ne soit une suite non de la premiere

miere idée de l'étendue, mais de cette propriété d'*inertie* qu'une expérience plus tardive a découverte dans les corps.

Examen de la troisième loi.

XXXVII. Dans l'idée que nous avons du corps nous ne trouvons qu'une parfaite indifférence au mouvement ou au repos : ni son étendue ni son impénétrabilité ne nous font voir qu'il doive résister ou réagir ; encore moins que sa réaction doive être égale à l'action : chaque corps pourroit à raison de sa masse avoir un certain degré de réaction au delà duquel il ne pourroit aller : pour trouver l'origine de la réaction, c'est à l'inertie qu'il faut recourir ; à cette propriété des corps dont nous ne devons la découverte qu'à l'expérience.

Loix de Leibnitz.

XXXVIII. Leibnitz sentit l'impossibilité de déduire les loix du mouvement de la seule notion du corps : mais il ne la sentit qu'après le malheureux succès des efforts qu'il avoit faits pour y réussir, qu'après s'être instruit par ses erreurs. Ne consultant que ses idées de l'étendue il avoit (dans sa *theoria motus abstracti & concreti*) donné des loix du mouvement aussi éloignées des véritables loix que celles de Descartes. Cela est d'autant plus remarquable que les véritables loix avoient été déjà données par Huygens : elles avoient été publiées dès 1669 ; & Leibnitz ne donna les siennes qu'en 1671. Selon celles-ci le plus petit corps en mouvement qui rencontroit un autre corps en repos quelque grand qu'il fut, lui communiquoit sa vitesse & l'entrainoit aussi rapidement qu'il s'étoit mû lui même avant le choc. Il ne faloit point un si habile homme que Huygens pour faire connoitre la fausseté d'une telle loi : mais Leibnitz n'en fut désabusé que lorsque sa métaphisique lui eut fourni d'autres principes sur lesquels il pût fonder d'autres loix plus conformes à l'expérience.

XXXIX. Il renonça donc à sa théorie du mouvement abstrait & concret ; & corrigea ses erreurs dans l'excellent mémoire qu'il donna

en

en 1695 ; (*) il établit là l'insuffisance des seules notions de l'étendue & de l'impénétrabilité pour déterminer les loix du mouvement : il crut qu'avec l'inertie même ce n'étoit pas encore assés ; & qu'il faloit encore ajouter un certain principe *supérieur à la matière*, une *forme*, une *Entelechie*, enfin ce qu'il appelle *la force* : & qu'au lieu de déduire ces loix d'une nécessité mathématique, elles dépendoient d'un principe de convenance.

XL. Après un tel aveu, nous pourrions nous dispenser de faire l'examen des loix de Leibnitz pour faire voir qu'elles ne sont point des conséquences mathématiques de l'essence du corps : cependant comme on pourroit craindre que Leibnitz trop prévenu pour sa métaphisique eut refusé à la mathématique ce qui pourroit lui apartenir, il ne sera pas inutile d'examiner ces loix : & nous allons faire cet examen comme nous avons fait celui des loix de Descartes & de Newton. Les loix de Leibnitz devoient se trouver dans un traité de Dynamique dont il n'a donné que quelques morceaux ; nous ne les trouvons rassemblées que dans sa Théodicée (**) d'où nous les tirerons dans l'ordre qu'il leur a donné.

XLI. Premiere loi, *l'effet est toujours égal en force à sa cause, ou ce qui est la même chose, la même force se conserve toujours.*

XLII. Seconde loi, *l'action est toujours égale à la réaction.*

XLIII. Trosième loi, *un mouvement simple a les mêmes propriétés que pourroit avoir un mouvement composé qui produiroit les mêmes phénomènes de translation.*

XLIV. Quatrième loi, *la Nature n'agit point par saults ; mais tout changement se fait par degrès insensibles.*

Examen

(*) V. Act. Erud. Lipf. *Specimen Dynamicum.*
(**) Théodicée, N. 346. 347. 348.

Examen de la premiere loi.

XLV. Cette loi a deux parties qu'à la vérité Leibnitz réunit: cependant il convient d'examiner chacune séparément, pour fixer le sens dans lequel elles doivent être réunies. L'effet est toujours égal en force à sa cause : rien ne ressemble plus à un axiome que cette proposition ; & elle sera en effet un axiome si l'on entend par *cause* ce qui produit un *effet* proportionnel à soi ; ce n'est alors qu'une proposition identique : mais si, comme nous l'avons assés montré, nous n'avons point d'idée des causes, cette loi jusqu'ici ne présente rien de précis à l'esprit. Aussi Leibnitz s'explique-t-il en ajoutant, *la même force se conserve toujours*. Il faut maintenant sçavoir ce que Leibnitz entend par *force ;* car ce n'est plus ce que Descartes & Newton entendoient : c'est cette *forme*, cette *Entelechie*, ce principe supérieur à la matiére, qu'il prétend avoir découvert dans les corps ; cette *force vive* proportionnelle au produit de la masse par le quarré de la vitesse.

Il est vrai que la force ainsi définie, si l'on mesure les effets qu'elle peut produire par la hauteur à laquelle un corps en mouvement peut remonter, par le nombre de ressorts égaux qu'il peut comprimer à un certain degré, l'on trouvera toujours ces effets proportionnels à la force : & ces ressorts, après qu'ils auront arrêté le corps par leur compression, pourront en se débandant lui rendre, ou rendre à d'autres corps, la même force qui les avoit comprimés. C'est vraisemblablement ce phénomene qui a déterminé Leibnitz à prendre ce produit de la masse par le quarré de la vitesse pour *la force*.

On peut de ce principe, de la conservation de la force vive, déduire les loix de la communication du mouvement des corps élastiques; parce que dans le choc de ces corps la quantité de cette force demeure toujours la même. Mais si l'on veut du même principe déduire les loix de la communication du mouvement des corps durs, des corps dont les parties sont infléxibles ; on trouvera des loix très fausses, parce que dans le choc de ces corps la même quantité de cette force ne se retrouve pas.

Il

Il faudroit donc pour maintenir la loi dans son universalité, soutenir avec les Leibnitiens qu'il n'y a point & qu'il ne peut y avoir de corps durs dans la Nature, (ce qui n'est pas soutenable:) ou si l'on veut conserver la loi, il faut la restraindre & ne l'appliquer qu'aux corps élastiques.

On peut juger de là combien peu cette loi est déductible de l'idée des corps, combien elle avoit besoin de l'expérience, & de l'expérience bien consultée; aussi Leibnitz ne la donne-t-il point comme déduite de l'idée du corps: elle tire selon lui son origine d'un principe supérieur à la matiére: mais il la donne comme universelle & elle ne l'est pas.

Examen de la seconde loi.

XLVI. Leibnitz emprunte de Newton cette seconde loi, que l'action est toujours égale à la réaction. Nous en avons donc déjà parlé dans l'examen que nous avons fait des loix de Newton: nous avons fait voir qu'elle est une suite de l'inertie, & que l'inertie est une propriété que nous ne pouvions déduire de la première idée que nous avions du corps; que l'expérience seule nous a fait connoitre.

Examen de la troisième loi.

XLVII. Cette troisième loi est, *qu'un mouvement simple a les mêmes propriétés que pourroit avoir un mouvement composé qui produiroit les mêmes phénoménes de translation.*

Nous ne pouvons pas mieux l'expliquer, ni mieux faire voir qu'elle n'est point une suite nécessaire de l'essence des corps, qu'en rapportant les propres paroles de Leibnitz: voici donc ce qu'il ajoute; „ Il „ n'y a nulle nécessité de dire du mouvement d'une boule qui court „ librement sur un plan horizontal uni avec un certain degré de vitesse „ appellé *A*, que ce mouvement doit avoir les propriétés de celui „ qu'elle auroit si elle alloit moins vite dans un bateau mû du même

„ côté avec le reste de la vitesse pour faire que le globe regardé du ri-
„ vage avançât avec le même degré *A* : car quoique la même appa-
„ rence de vitesse & de direction résulte par ce moyen du bateau, ce
„ n'est pas que ce soit la même chose. Cependant il se trouve que les
„ effets des concours des globes dans le bateau dont le mouvement en
„ chacun à part joint à celui du bateau donne l'apparence de ce qui se
„ fait hors du bateau, donnent aussi l'apparence des effets que ces
„ mêmes globes concourants feroient hors du bateau. Ce qui est
„ beau, mais on ne voit point qu'il soit absolument nécessaire. (*)

On ne peut pas mieux exposer la non-nécessité de cette loi.

Examen de la quatrième loi.

XLVIII. Cette loi, *que la Nature n'agit point par saults ; mais que tout changement se fait par degrès insensibles :* est ce que Leibnitz & ses disciples ont appellé *la loi de continuité*, ils la croyent sans doute appliquable dans bien d'autres occasions que dans le mouvement des corps: mais comme il n'est ici question que de ce mouvement, nous ne l'examinerons que par rapport à lui.

Je fais donc remarquer 1. que pour soutenir cette loi, les Leibnitziens sont réduits à nier l'existence & la possibilité des corps durs, ce qui est ce me semble être réduit à l'absurde. 2. Que dans l'application de cette loi aux seuls corps dont les parties sont fléxibles, ce ne seroit encore qu'à l'expérience qu'ils la devroient.

Mais en poussant plus loin la chose & nous prêtant ici aux abstractions de la métaphisique de Leibnitz : qu'est-ce qu'agir par continuité ? c'est agir par des degrés insensibles : des degrés insensibles ne sont ils pas des saults insensibles ? & des saults insensibles ne sont-ils pas des saults ?

XLIX. Voilà les loix de Leibnitz ; mais je le répéte encore, nous n'avons tiré de l'examen que nous en avons fait que la même con-

(*) Theod. n. 347.

conséquence que lui-même : que toutes ces loix ne sont point *d'une nécessité absolue qui nous force de les admettre comme on est forcé d'admettre les régles de la logique, de l'arithmétique, & de la géométrie.* (*) Leibnitz sentit qu'il faloit avoir recours à un principe métaphisique d'où dépendoient les loix de la communication du mouvement : il prit pour ce principe *la conservation de la force vive* ; c'est à dire du produit des masses par le quarré de leurs vitesses. Descartes aussi métaphisicien que lui avoit pris *la conservation de la quantité de mouvement* ; c. à d. du produit des masses par leur simple vitesse. Le principe de Descartes donne de fausses loix de la communication du mouvement pour tous les corps : celui de Leibnitz n'en donne de véritables que pour les corps élastiques : Leibnitz dit que *Descartes étoit arrivé jusqu'à l'antichambre de la vérité* ; (**) ne peut on pas dire que Leibnitz ici n'a pas pénétré jusqu'au dernier cabinet ?

L. Nous ne parlerons point ici de la foule d'auteurs qui sur cette matiére n'ont raisonné que d'après quelqu'un de ces trois grands philosophes ; si nous voulions en faire mention, il nous faudroit faire un gros livre, & ce livre seroit fort inutile.

LI. Mais nous ne saurions omettre de parler de l'homme illustre qui, s'il ne fut pas le premier, ne fut devancé par personne dans la découverte des vrayes loix de la communication du mouvement ; je parle de Huygens, ce génie si profond & si sublime, qui n'a voulu traiter ce sujet qu'en mathématicien. Leibnitz lui a reproché qu'il n'aimoit pas assés la métaphisique : il l'aimoit peut-être, mais voyant ceux qu'elle avoit égarés dans cette recherche, & ne trouvant point dans la métaphisique ce genre d'évidence auquel la géométrie l'avoit accoutumé, il ne voulut point la prendre pour guide. En effet ce que les philosophes dont nous avons parlé avoient donné comme des axiomes ou des

 loix.

(*) *Theod. n. 346.*

(**) *Recueil de diverses piéces sur la Philos. la Relig. nat. &c. par M. M. Clarke, Leibnitz, Newton, tom. II. pag. 135.*

loix, il ne le donne que pour des hypothefes ou des vérités d'expérience : fous ce nom modefte & plus convenable il parvient d'un pas affuré par une chaine de raifonnemens néceffaires aux loix de la communication du mouvement

LII. Nous ne rapporterons donc point ici les hyppothefes de Huygens comme nous avons fait les loix précedentes pour faire voir qu'elles n'emportent point la néceffité mathématique, puisque lui-même par le nom qu'il leur a donné a foigneufement écarté cette idée : nous les rapporterons pour qu'on voye combien Huygens croyoit peu poffible de déduire les loix de la communication du mouvement de l'effence des corps, les fuppofitions qu'il lui a falu faire pour parvenir à ces loix par une fuite rigoureufe de propofitions : enfin nous les donnons pour conferver la trace des pas qu'a fait ce grand homme.

Hypothefes de Huygens.

LIII. Premiere Hypothefe. *Un corps quelconque qui fe meut une fois, fi rien ne s'oppofe a fon mouvement, continue toujours de fe mouvoir de la même viteffe & en ligne droite.*

Descartes & Newton ont fait de cette hypothefe une de leurs loix.

LIV. Seconde Hypothefe. *Quelle que foit la caufe qui fait réjaillir les corps durs de leur contact mutuel lorsqu'ils fe choquent les uns les uns les autres ; nous pofons que lorsque deux corps égaux qui fe meuvent d'une égale viteffe fe rencontrent directement, chacun réjaillit avec la viteffe qu'il avoit auparavant.*

Huygens entend ici par corps durs les corps parfaitement élaftiques.

LV. Troifième Hypothefe. *Les viteffes refpectivement égales ou inégales des corps qui fe meuvent, doivent s'eftimer par rapport aux autres corps qu'on confidére comme en repos ; quoique peut-être les uns & les autres foient emportés par un autre mouvement commun. Ainfi*

lors-

lorsque deux corps se rencontrent, quoique de plus ils soient l'un & l'autre emportés par un mouvement uniforme, leur choc mutuel par rapport à celui qui est emporté par le mouvement commun est le même que si ce mouvement commun n'existoit pas. „ Comme si quelqu'un placé „ dans un vaisseau qui se meut d'un mouvement uniforme fesoit cho- „ quer deux globes égaux avec une vitesse égale rélativement à lui & „ aux parties du vaisseau ; nous disons que l'un & l'autre de ces glo- „ bes rejailliront avec une vitesse égale par raport au *vecteur ;* tout „ comme il arriveroit si placé sur un vaisseau en repos ou sur la terre „ il fesoit choquer les mêmes globes avec la même vitesse. „

Leibnitz a fait de cette hypothese sa troisième loi.

LVI. Quatrième hypothese. *Si un grand corps en rencontre un plus petit en repos, il lui donne quelque mouvement & perd quelque chose du sien.*

LVII. Cinquième hypothese. *Deux corps durs (élastiques) se rencontrant, si après le choc il arrive que l'un des deux conserve tout le mouvement qu'il avoit, le mouvement de l'autre ne sera ni diminué ni augmenté.*

NB. Cette hypothese est une restriction de la conservation de la quantité de mouvement, qui dans le cas de l'hypothese a lieu.

LVIII. Telles sont les suppositions que l'esprit le plus juste & qui connoissoit le mieux jusqu'où pouvoit s'étendre le domaine des mathématiques, a été obligé de faire, pour déduire les loix de la communication du mouvement d'une suite de conséquences nécessaires.

LIX. Un aussi grand homme que tous ceux dont nous avons parlé a tiré les loix de la communication du mouvement d'un principe tout différent des précédents, & qui paroit bien plus qu'eux en être la véritable source. Mr. *Euler* a déduit ces loix du principe découvert par Galilée, & reçu aujourd'hui de tous ceux qui traitent de la méchanique & de la dynamique : ce principe est que *la force multipliée par l'instant de son application donne l'incrément de la vitesse.* De ce prin-

cipe Mr. *Euler* par une analyse sublime & rigoureuse tire les loix de la communication du mouvement (*).

LX. Mais ce principe est-il une vérité nécessaire? Le seul mot de *force* qui y est employé ne l'exclut-il pas de l'ordre de ces vérités? N'a-t-il pas falu mille expériences répétées sur la chute des corps pour donner quelque confiance à la doctrine de Galilée? & Newton qui en a fait de si grands & de si merveilleux usages, n'y a-t-il pas été conduit ou affermi par l'expérience de tous les mouvemens des corps célestes?

LXI. Toutes les loix de la communication du mouvement quoiqu' universellement aujourd'hui reçues, ne peuvent donc être prises pour des vérités *nécessaires* dans le sens de *nécessité* qu'on donne aux vérités de l'arithmétique & de la géométrie.

LXII. Quand Huygens, Wren, & Wallis, eurent trouvé ces loix tous trois en même tems & sans s'en être fait aucune confidence; malgré l'accord qui se trouvoit entre eux, ne falut-il pas encor qu'elles fussent confirmées par les expériences faites dans la Société Royale de Londres? Ne falut-il pas pour en convaincre celle de Paris toutes les expériences de Mariotte, & que Mariotte en fit un gros livre? A-t-on jamais recouru aux expériences pour confirmer des vérités mathématiques?

LXIII. Après avoir ainsi examiné les premieres loix proposées par les plus grands Philosophes; ces principes dont ils ont tiré les loix de la communication du mouvement, les proportions selon lesquelles le mouvement se distribue entre les corps qui viennent à se rencontrer: nous parlerons d'autres loix plus cachées dont la découverte n'est due qu'à ces derniers tems, qu'on n'a peut-être déduites que des loix mêmes de la communication du mouvement; mais qui bien constatées ont affermi la vérité des principes d'où l'on avoit déduit ces loix, ou en ont limité l'étendue.

LOIX

(*) Comment. de l'Academie de Russie, Tom. IX.

LOIX DU MOUVEMENT.

LXIV. Premiere LOI. *Lorsque deux corps durs se rencontrent, ils se meuvent ensemble d'une vitesse commune: ou leur mouvement cesse tout à fait.*

NB. On entend toujours que les corps se rencontrent directement.

LXV. Seconde LOI. *Lorsque deux corps élastiques se rencontrent, leur vitesse respective demeure la même;* c. à d. *qu'ils se séparent après le choc avec la même vitesse qu'ils s'approchoient auparavant.*

LXVI. Troisième LOI. *Lorsque deux corps durs, ou élastiques, se rencontrent, leur centre commun de gravité se meut après le choc avec la même vitesse & la même direction qu'il se mouvoit auparavant; ou, s'il étoit en repos, il y reste.*

LXVII. Quatrième LOI. *Lorsque deux corps durs se rencontrent, la quantité de mouvement se conserve après le choc la même qu'elle étoit auparavant; s'ils se meuvent dans le même sens. Elle diminue, ou s'anéantit, s'ils se meuvent en sens contraires.*

NB. Cette Loi est une grande restriction au Principe de *Descartes*, qui vouloit que la quantité de mouvement se conservât toujours la même dans la Nature.

LXVIII. Cinquième LOI. *Lorsque deux corps élastiques se rencontrent, la quantité de la force vive se conserve après le choc la même qu'elle étoit auparavant.*

NB. Si les corps étoient durs, la quantité de la force vive diminueroit après le choc, ou périroit entierement.

LXIX. Sixième LOI. *Lorsque deux corps, soit durs, soit élastiques, se rencontrent, la quantité d'action employée pour changer leurs mouvemens est toujours la plus petite qu'il soit possible.*

NB. L'Action est le produit du corps par sa vitesse & par l'espace qu'il parcourt.

LXX.

LXX. En refusant à toutes ces Loix la prétendue prérogative d'une nécessité mathématique, on y en découvre une autre bien plus précieuse ; c'est le caractère du choix d'un être intelligent & libre : C'est de porter l'empreinte de la sagesse & de la puissance de celui qui les a établies.

LXXI. Nous avons, je crois, prouvé que les plus grands Philosophes n'ont pû déduire les Loix du Mouvement de l'idée primitive qu'ils avoient de l'essence des corps.

Nous avons fait voir que ceux qui ont ajoûté à cette idée l'*inertie*, n'ont pû encore parvenir à ces Loix que par des hypotheses précaires, ou des faits tirés de l'Expérience,

Enfin, l'on a vû que Leibnitz ajoutant encore son *Entelechie*, son principe supérieur à la matiere, n'a pas cru possible de trouver à ces Loix un établissement solide sans avoir recours au principe de convenance.

Si après tout cela quelqu'un s'obstine à dire encore: L'idée de l'*étendue* ne vous est venue que par l'expérience de vos sens : plus d'expérience vous a fait ajouter l'*impénétrabilité* & l'*inertie* : plus d'expérience encore vous fera découvrir bien d'autres propriétés. Et si vous pouviez enfin avoir une notion du corps complette, qui sçait si nous n'y verriez pas que toutes les Loix du mouvement y sont liées d'une nécessité absolue ?

Si quelqu'un, dis-je, s'opiniâtre à raisonner ainsi, je ne crois pas qu'on puisse lui prouver l'impossibilité de sa supposition ; mais je le lui répéte, & on peut l'assurer, qu'il n'y a plus rien au monde qui soit à l'abri d'un tel raisonnement, rien dans la Nature dont on ne pût avec autant de droit soupçonner la nécessité.

RECHER-

RECHERCHES MÉTAPHYSIQUES
SUR LES FORCES DES FLUIDES QUI SE PERDENT EN MÉCANIQUE, ET SUR LE PLUS GRAND EFFET QU'ELLES PEUVENT PRODUIRE.

PAR MR. BEGUELIN.

I.

Mr. *Parent*, dans un Mémoire qui fait partie de l'Histoire de l'Académie des Sciences de Paris de l'Année 1704, a montré qu'une machine étant mise en mouvement par un fluide, l'effet qu'elle est en état de produire dans la plus grande perfection, & même abstraction faite de de la résistance de l'air, & des frottements, n'est que la $\frac{4}{27}$ partie de l'effet naturel que cette force pourroit produire.

Dans les profondes recherches que Mr. *Euler* a fait sur la meilleure maniere d'élever les eaux, il est parvenu par une route très différente à la même conclusion, dans le Tom. VIII. des Mémoires de notre Académie, p. 199.

Un paradoxe si surprenant m'a paru digne de faire le sujet d'une recherche métaphysique; d'autant plus que les calculs algébriques sur lesquels ce paradoxe est fondé, prouvent à la vérité la chose d'une maniere qui n'admet plus le moindre doute, mais ils n'en expliquent pas mieux le pourquoi. Tel est l'effet de la methode analytique; quiconque est en état de la suivre, se sent forcé de donner son assentiment aux vérités qu'elle découvre; mais la rapidité dont elle y conduit, & la promtitude avec laquelle elle nous fait perdre de vue l'objet que nous voulons mesurer, dès qu'elle en a pris les dimensions, font que notre esprit est convaincu sans être plus éclairé. Dans le cas que je me propo-

propoſe de déveloper, la raiſon acquieſce au paradoxe au bout de quelques pages de calcul, parce qu'elle voit bien qu'elle ne ſauroit en disconvenir, mais elle ne le fait pas d'auſſi bonne grace qu'elle acquieſceroit à une vérité dont elle connoitroit diſtinctement la ſource. Un fluide tombant d'une certaine hauteur remonteroit à cette même hauteur, ſi la réſiſtance de l'air ne s'oppoſoit à ſon mouvement; c'eſt ce qu'on conçoit clairement : mais que ce même fluide prêtant ſa force à une roue ne lui puiſſe pas même communiquer la puiſſance d'élever à cette hauteur la $\frac{4}{27}$ de ſon poids, c'eſt ce que le calcul prouve, & que la raiſon eſt forcée d'adopter ſans trop le concevoir. Eſſayons de concilier le calcul avec la Métaphyſique.

II. Concevons d'abord une roue dont l'aube inférieure ſoit perpendiculaire au courant de l'eau. Que la viteſſe du courant ſoit de e pieds par ſecondes. Que la largeur de l'aube ſoit $= h$, & ſa longueur $= f$; ſa ſurface ſera $= fh$.

III. Je ſuppoſe que, lorſque la roue eſt en mouvement, & que par conſéquent l'aube frappée quitte la ſituation perpendiculaire, l'aube ſuivante commence à recevoir une partie de l'impulſion de l'eau; de ſorte que l'eau eſt cenſée agir toujours ſur un même plan, & le choquer perpendiculairement, ſoit qu'il y ait du mouvement, ou que la roue reſte immobile; ainſi la grandeur de la ſurface fh reſte la même, ſoit qu'il y ait équilibre, ſoit que la machine ſe meuve; & ne change par conſéquent rien à l'effort du fluide qui frappe cette baſe. On pourroit donc ſe diſpenſer tout à fait de tenir compte de la ſurface de l'aube; mais, quoiqu'elle n'entre ici en aucune conſidération, rien n'empêche qu'elle ne tienne ſa place dans le calcul.

IV. La viteſſe e du courant peut être conçue comme acquiſe par la chûte d'une hauteur proportionnée $= a$. Ainſi la force totale de l'eau contre l'aube, ſera $F = fha$ pieds cubiques d'eau.

V. Si nous ſuppoſons la longueur du rayon de la roue juſqu'au centre de mouvement de l'aube $= R$, le moment de la puiſſance, ou force de l'eau, ſera $= RF = fha.R$.

VI. Si

VI. Si maintenant on conçoit autour de l'axe de la roue un tambour, ou cilindre, dont le rayon soit aussi $= R$, & qu'à ce tambour soit attaché par une corde un poids P, le moment du poids sera $= P . R$.

VII. Supposons qu'il y ait équilibre, cet état donnera

$$f h a R = P . R.$$

Et puisque les rayons, ou les bras, du levier sont égaux, on aura la force, c. a. d. le poids de l'eau qui presse contre l'aube, égal au poids P. ou $f h a = P$.

VIII. Maintenant, pour peu que la force F augmente, ou que le poids P diminue, il y aura du mouvement; (abstraction faite des frottemens.) Mais quelle sera la quantité de mouvement correspondante à chaque diminution de poids? & quelle est la diminution de ce poids d'où résultera la plus grande quantité de mouvement? C'est ce que le calcul *de maximis* indique d'un coup de plume, mais qu'il n'explique pas.

IX. Soit le poids diminué $= p$. Il est évident que l'effet, c. a. d. la quantité de mouvement de p, ou le produit de sa masse par sa vitesse $v = p v$, peut être plus grand par deux endroits; l'un par la grandeur de la masse de p, d'autant plus considérable, plus elle approchera de celle de P; & l'autre par la grandeur de la vitesse v, avec laquelle il sera élevé.

Mais, puisque nous concevons p comme attaché à l'extrémité du rayon de la roue, sa vitesse sera toujours égale à celle du centre de mouvement de l'aube; or cette vitesse de la roue est celle qu'elle a acquise par l'excès de la force F de l'eau sur le poids p: car, tandis que F ne surpassoit pas P, la roue restoit immobile; ce n'est que depuis que P a été diminué jusqu'à la valeur p, que la force F n'employant plus tout son effort à soutenir p, a pû employer l'excédent à mouvoir la roue.

X. De cette considération il résulte nécessairement, que, si d'un côté la quantité de l'effet augmente à mesure que p sera plus grand; d'un autre côté la vitesse de la roue sera moindre, puisque plus p est grand, plus la force F se consume à faire équilibre avec lui, & moins elle conserve de force pour le pousser en haut par le moyen de la roue: on perd donc du côté de la vitesse, à mesure qu'on augmente la masse de p.

XI. Réciproquement, si on donne à p une grande vitesse, il est évident qu'il faut diminuer sa masse, car toute sa vitesse n'est que la vitesse propre de la roue: vitesse que la roue n'acquiert que par l'excédent de la force de l'eau, après que cette force a, pour ainsi dire, anéanti par son contrepoids la pésanteur de p. Ainsi, pour que cet excédent soit considérable, & qu'il puisse communiquer à la roue une grande vitesse, il faut que le poids p n'ait pas été contrebalancé par une partie considérable de la force F; c. a. d. qu'il faut que p ait été fort leger, puisque la pesanteur de son contrepoids sera toujours parfaitement égale à la sienne.

XII. Il est aisé de comprendre à présent, que si p regagnoit toujours précisément en vitesse, ce qu'il perd en poids, ou que réciproquement il ne gagnât pas plus du côté du poids, qu'il ne perd en vitesse, la quantité de son mouvement seroit toujours précisément la même, quelle que fut la vitesse de la roue v, ou la diminution de p. Car, si v devenoit nv, p deviendroit $\frac{p}{n}$, & la quantité de mouvement $\frac{nvp}{n}$, seroit toujours invariablement $= p\,v$. Il n'y auroit donc point de *maximum*.

XIII. Mais il est clair que la chose n'est pas ainsi; puisqu'en diminuant infiniment, soit la vitesse, soit le poids, la quantité de mouvement devient nulle. Il faut donc nécessairement qu'entre ces deux extrê-

extrèmes il y ait un milieu qui donne la plus grande quantité de mouvement possible.

XIV. La raison de cette diversité de résultats n'est pas difficile à découvrir. Lorsque la vitesse de p augmente, la roue acquiert une vitesse égale à celle de p; donc la vitesse respective avec laquelle le courant agit sur l'aube, a diminué d'autant. Or la force de l'eau est estimée par la base sur laquelle elle agit, & par la hauteur d'où le courant doit tomber pour acquérir la vitesse avec laquelle il choque; & comme ces hauteurs diminuent, non en raison des vitesses, mais en raison du quarré de ces vitesses, il est clair qu'une vitesse double suppose une hauteur quadruple, & que par conséquent une vitesse diminuée de la moitié, tandis que la base fh reste la même, ne donnera que le quart de la force que donnoit la vitesse entiere; de sorte que cette force ne pourra soutenir que le quart du poids p qu'elle soutenoit auparavant, & ce quart de poids n'ayant acquis par cette diminution qu'une vitesse double de celle qu'avoit le poids quadruple, n'aura que la moitié de la quantité de mouvement, que le poids quadruple avoit.

XV. Eclaircissons ceci par quelques exemples. Que la vitesse primitive e du courant, avec laquelle il choquoit l'aube pour faire équilibre avec P dans l'état de repos, soit $= 1$, due à la hauteur a. Que le poids P ait été diminué, pour faire naitre du mouvement, & qu'il ne soit plus que $p < P$. Que la roue devenue mobile ait acquis une vitesse uniforme $= \frac{1}{4}$; par conséquent la force du courant n'agira plus sur l'aube qu'avec une vitesse $= \frac{3}{4}$, due à une certaine hauteur $= x$. Or, puisque les hauteurs des chûtes sont comme les quarrés des vitesses, on aura :

$$1^2 \,.\, a :: (\tfrac{3}{4})^2 \,.\, x, \quad \text{ou} \quad x = \tfrac{9}{16}\, a.$$

Donc la force avec laquelle le fluide agira sur l'aube, ne sera plus que $\frac{9}{16} fha$; & par conséquent ne pourra plus faire équilibre qu'avec $\frac{9}{16}$ P, puisqu'on avoit $fha = P$. (§. VII.) Ainsi, si $p = \frac{9}{16}$ P, il semble

qu'il

qu'il devroit encore y avoir équilibre, puisque la force du courant ne peut rien faire de plus, qué de ſoutenir ce poids. Cependant il y a du mouvement ; & la raiſon de ce mouvement eſt que la roue a acquis elle même une viteſſe $= \frac{1}{4}$, & que la réſiſtance de p étant détruite par la force F, rien n'empêche que la roue n'éleve p, avec toute ſa viteſſe $= \frac{1}{4}$. L'effet, ou la quantité de mouvement produite, ſera donc $= \frac{1}{4} p$; ou puisque, $p = \frac{9}{16}$ P, cet effet ſera $= \frac{9}{64}$ P. Or originairement la force F avoit une quantité de mouvement $=$ P, & maintenant elle ne produit que $\frac{9}{64}$ P; il s'eſt donc perdu $\frac{55}{64}$ de l'effet naturel.

XVI. De même, ſi F n'agit plus ſur la roue qu'avec une viteſſe $= \frac{1}{2}$, cette viteſſe ſera due à une hauteur $= \frac{1}{4} a$. Ainſi la force de l'eau ſur l'aube ſera $= \frac{1}{4} f h a$, & ne pourra par conſéquent faire équilibre qu'avec $\frac{1}{4}$ P $= p$.

Ce qui mettra donc p en mouvement, ce ſera la viteſſe propre de la roue $= \frac{1}{2}$. Ainſi la quantité de mouvement produite ſera $= \frac{1}{2} p = \frac{1}{8}$ P; par conſéquent la force F du courant n'aura produit que la $\frac{1}{8}$ partie de ſon effet naturel.

XVII. Donc en général, ſi le fluide n'agit plus ſur la roue qu'avec la viteſſe m, qui correſpond à la hauteur $m m a$: ſa force ſera $= m m f h a$, & ne pourra ſoutenir qu'un poids $p = m m$ P, (où m ſignifie une fraction moindre que l'unité.) La roue tournant avec une viteſſe propre $= 1 - m$, élévera avec cette viteſſe le poids p, dont par conſéquent la quantité de mouvement ſera $= (1 - m) p$ $= (1 - m) m m$ P.

XVIII. Le plus grand effet que la force F du courant eſt donc capable de produire, dès qu'elle n'agit pas immédiatement ſur le poids, & qu'elle eſt appliquée à une roue, ou à un levier, ne ſera que la $m m - m^3$, partie de ſon effet naturel.

Il

Il s'agit donc de déterminer la valeur de la fraction m de maniere, que cette quantité $mm - m^3$, soit la plus grande possible ; ou, ce qui revient au même, qu'elle approche autant qu'il se pourra de l'unité.

XIX. Rien n'est plus aisé que de trouver cette valeur par la méthode de *maximis;* car, en différentiant la formule $mm - m^3$, la nature du *maximum* donne,

$$2\,m\,dm - 3\,mm\,dm = 0$$

$$\text{donc} \quad 2 = 3\,m, \quad \text{ou} \quad m = \tfrac{2}{3},$$

d'où l'on trouve $(m^2 - m^3)\,P = (\tfrac{4}{9} - \tfrac{8}{27}\,P = \tfrac{4}{27}\,P.$

XX. Mais, en employant cette méthode, je n'en vois pas plus clairement encore, pourquoi la chose est ainsi. Essayons donc d'y parvenir par une voye plus lumineuse, quoique plus longue.

XXI. Puisque, tant que la roue n'acquiert point de vitesse, il n'y a point de mouvement ; & que, dès que la roue a une vitesse propre, elle echape d'autant à la vitesse du courant ; la question se réduit à partager la vitesse totale du courant, que nous supposons $= 1$, en deux parties quelconques, u & x, en sorte que $u + x$ soit $= 1$. Ensuite, assignant à la force du courant la vitesse active x, & à la roue la vitesse propre u, le moment de force sur l'aube sera $= x\,x\,f\,h\,a$, (§. XVII.) & sera par conséquent équilibre avec $x\,x\,P = p$. Ce qui mettra maintenant p en mouvement, ce sera la vitesse propre de la roue $= u$, de sorte que la quantité de mouvement produite sera $= u\,p = x\,x\,u\,P$.

Il s'agit donc d'assigner une telle valeur aux fractions x, & u, que le produit de u par le quarré de x soit aussi grand, ou aussi approchant de l'unité, qu'il est possible.

XXII. S'il ne s'agissoit que d'un nombre plan, ou de deux dimensions, le problème se réduiroit à trouver dans un quarré dont le côté est $= 1$, le point M par où il faut partager A B, pour que le rectangle formé par les lignes AM, MB, soit le plus grand possible. Or il est clair que pour cet effet il faudroit que M partageât le côté AB en deux parties égales; & qu'ainsi le plus grand rectangle possible A G seroit $= \frac{1}{4}$.

Car je dois prendre A M, & M B, chacun séparément aussi longs qu'il se peut, pour en former le plus grand rectangle; mais, comme je ne puis allonger l'un qu'aux dépens de l'autre, & qu'il n'y a point de raison pourquoi je devrois donner plus de longueur à celui-ci qu'à celui-là, puisque l'un ne contribue pas plus que l'autre à aggrandir le rectangle, il est évident que je dois les prendre égaux, & par conséquent chacun $= \frac{1}{2}$.

En effet, posant $AM = x$, $MB = 1 - x$, le rectangle sera $= x - xx$; & si c'est un *maximum* j'aurai $dx - 2xdx = 0$, ou $x = \frac{1}{2}$.

XXIII. Ce que je viens de dire à l'égard des nombres plans, peut également s'appliquer aux nombres solides, ou de trois dimensions, tel qu'est notre nombre xxu. Il s'agit de partager le côté d'un cube $= 1$, en deux parties, x & u, telles que, x fournissant deux dimensions, & u la troisième, forment le plus grand paralelepipede possible. Or, puis que chacune des trois dimensions contribue également à la grandeur du solide, chacune a un droit égal à la plus grande longueur, & cette longueur ne pouvant être augmentée qu'aux dépens des deux autres, il est clair que chacune n'aura que le tiers de la longueur totale. Ainsi on aura $u = \frac{1}{3}$, & par conséquent $x = \frac{2}{3}$, ce qui donne $xxu\,P = \frac{4}{27}\,P$.

XXIV.

XXIV. Il eſt donc évident préſentement pourquoi un fluide agiſſant ſur une roue, quelque ſimple que ſoit d'ailleurs la machine, & quoiqu'appliquée de la maniere la plus avantageuſe, ne produira jamais que précifément la $\frac{4}{27}$ partie de l'effet que ſa force promet, abſtraction faite de la plus ou moins grande réſiſtance de l'air, & de la répercuſſion de l'eau. Mais on auroit tort de conclurre de là que les forces ſe perdent dans la Nature, ou, comme l'a cru Mr. *Parent*, que les effets ne ſont pas proportionnels à leurs cauſes.

Car, pour ce qui concerne la perte des forces, il eſt aiſé de voir par ce que nous avons dit, ce que deviennent les forces qui paroiſſent perdues.

Lorsque F étoit en équilibre avec P, il n'y avoit point de mouvement; l'effet conſiſtoit à ſoutenir un poids égal à une égale diſtance du point d'appui.

Lorsque F a élevé $p = \frac{4}{9}$ P, avec une viteſſe de $\frac{1}{3}$, la roue avoit acquis une viteſſe uniforme $= \frac{1}{3}$. Ainſi le courant dont la viteſſe eſt toujours la même $= 1$, n'avoit pas plus de priſe ſur cette roue, qu'un autre courant dont la viteſſe abſolue ſeroit $= \frac{2}{3}$, en auroit ſur l'aube d'une roue immobile. Or la force d'un tel courant ſeroit les $\frac{4}{9}$ de celle d'un courant qui, avec une viteſſe comme 1, choqueroit contre cette même aube immobile; il n'eſt donc pas merveilleux que cette force ne faſſe plus équilibre qu'avec les $\frac{4}{9}$ du premier poids. Mais on ne peut pas dire que le reſte de la force motrice ſe ſoit perdu, auſſi peu que celle d'un courant ſe perd lorsqu'on n'en profite pas. Tout ce qu'on peut dire, c'eſt que l'on n'a pas employé le reſte de cette force, & que la nature de la machine ne permet pas de le faire; parce qu'il implique contradiction qu'une machine joue ſi la principale roue reſte immobile, & qu'il implique auſſi contradiction qu'une roue ceſſe d'être immobile ſans échaper en partie au courant qui la choquoit.

XXV. Remarquons ici en passant, que si la roue prenoit toute la vitesse du courant, il arriveroit que le courant ne feroit que suivre les aubes sans les pousser, & quoiqu'il conservât toute sa force absolue, sa force active sur l'aube seroit = o. Mais, tant que cet état dureroit, la roue ne pourroit élever aucun poids, parce que rien ne le contre-balanceroit.

XXVI. Comparons maintenant les divers effets qu'un courant pourra produire suivant les différentes maniéres de lui appliquer les poids.

Soit la vitesse absolue du courant de 12 pieds par secondes. Puisque la hauteur de 15,625 pieds donne une vitesse de 31,25 pieds par seconde, & que les hauteurs sont entr'elles comme les quarrés des vitesses;

J'ai, $(31,25)^2 . 15,625 :: 144. A.$ hauteur d'où le courant a acquis cette vitesse de 12 pieds, ce qui donne A = 2,304 pieds. Si ce courant heurte perpendiculairement la surface de l'aube $fh = 10'$ sa pression contre l'aube sera = F = 23,04 pieds cubiques d'eau, qui à raison de 70 ℔ feront équilibre avec un poids P = 1612,8 ℔.

Maintenant, pour produire la plus grande quantité de mouvement possible, que la roue acquiere une vitesse de 4' par seconde; la vitesse du courant restant = 12, n'agira pas avec plus de force qu'une vitesse de 8 pieds sur une aube immobile: or une vitesse de 8 pieds par seconde est due à une hauteur a = 1,024 pieds, qui multipliée par la surface de l'aube donne une pression de 10,24 pieds cub. qui sont équilibre avec un poids p = 716,8 ℔; mais ce poids p, étant attaché à une roue qui se meut avec une vitesse de 4', s'élévera avec la même vitesse: ainsi l'effet produit sera pv = 2867,2, en une seconde.

La

La force primitive de l'eau étoit telle qu'elle auroit mû une masse d'eau de 1612,8 ℔. avec une vitesse de 12 pieds; ainsi la quantité de mouvement auroit été $=$ 19353,6, ce qui est précisément $= \frac{27}{4} pv$.

Mais cette masse, ou ce poids, que la force totale auroit pû mouvoir, si elle n'eut pas été appliquée à l'aube d'une roue, n'est que la propre masse de l'eau, ou du courant même, & ne produit par conséquent aucun effet au dehors. D'ailleurs on ne peut comparer le mouvement uniforme du poids élévé p, qu'avec un mouvement uniforme & horizontal du courant; car, dès qu'il s'agit d'élever cette masse d'eau de 1612,8 ℔, dont la vitesse acquise est de 12 pieds, cette vitesse uniformément retardée s'évanouïra à la hauteur de 2,304 pieds. Si l'on veut ici comparer les effets, il faut supposer que p dégagé de la roue, après avoir acquis la vitesse de 4′, s'éléve avec cette vitesse par un mouvement uniformément retardé, & alors les effets seront comme 1612,8 . 844 à 716,8 . 16, ou comme 20,25 à 1. c. a. d. :: 81 à 4. Ainsi la diminution de l'effet est trois fois plus grande que dans le mouvement uniforme; & la raison en est que dans ceux-ci les vitesses respectives, sont, e & $\frac{1}{3} e$, au lieu que dans les mouvemens retardés on considére les quarrés de ces vitesses ee & $\frac{1}{9} ee$.

XXVII. Concevons maintenant que cette masse d'eau coule horizontalement dans un tuyau dont l'ouverture soit de 10 pieds en quarré, & qu'elle y rencontre un solide cilindrique du poids de 716,8 ℔. qui lui fasse obstacle; ce poids joint à celui de la masse d'eau qui est de 1612,8 ℔, formera un poids total de 2329,6 ℔. Or la force totale de l'eau ne peut produire qu'un effet, ou une quantité de mouvement de 19353,6 (§. XXVI.) ainsi elle ne peut mouvoir les deux poids qu'avec une vitesse de 8,3904 pieds, ce qui seroit un peu plus du double de l'effet que cette force produit par l'entremise de la roue, qui n'éléve le même poids de 716,8 ℔, qu'avec une vitesse uniforme de 4′. En effet la quantité de mouvement produite sera $pv = 5954,95$, & la quantité de mouvement totale étoit 19353,6; ainsi celle-ci est à l'autre comme 3,25 à 1. ou comme 13 à 4.

XXVIII. Voyons néanmoins quel feroit en ce cas-ci le plus grand effet que la force mouvante pût produire, lorsqu'elle feroit immédiatement appliquée au poids, qu'il s'agiroit de mouvoir.

Soit la maffe d'eau M, qui en tombant de la hauteur a, ait acquis la viteffe de e pieds par feconde. La quantité de mouvement fera donc Me. Soit le poids placé dans le tuyau horizontal $= p$. Pour trouver la viteffe commune v, avec laquelle la force mouvante pouffera ce poids p, on a par les loix de la communication du mouvement,

$$M + p \,.\, M :: e \,.\, v.$$

donc $v = \frac{Me}{M + p}$. Ainfi la quantité de l'effet produit fera $pv = \frac{Mep}{M + p}$; quantité qui n'a point de *maximum*, mais qui peut toujours plus approcher de la quantité Me, plus on augmentera le poids p.

La raifon en eft aifée à concevoir, puisque plus je diminuerai la viteffe par l'augmentation du poids p, moins la quantité de mouvement de la force mouvante M fera grande; & par conféquent, puisque la quantité totale de mouvement Me des deux maffes eft invariable, plus celle de p doit augmenter.

XXIX. Mais, fi nous concevons que la maffe du courant M, au lieu de fe mouvoir par un tuyau horizontal, l'éléve dans un pareil tuyau vertical, avec fa viteffe acquife e, & qu'elle rencontre au bas de ce tuyau un poids p qui lui faffe obftacle, comme il s'agira ici d'élever deux poids M & p, & par conféquent d'un mouvement retardé, où le poids p continue à chaque inftant de preffer, il faut fuivre d'autres principes. S'il n'y avoit point de gravitation, un corps qui auroit une certaine viteffe continueroit à s'élever verticalement fans rien perdre de cette viteffe là : mais la caufe de la gravité étant comme un poids qui preffe conftamment fur ce corps, retarde à chaque inftant fa viteffe. Or

Or le poids p, qu'il s'agit d'élever, eſt une nouvelle cauſe qui ſe joint à celle de la gravité pour retarder le mouvement de M, & qui agit dans le même ſens.

Soit donc a la hauteur totale où M monteroit par ſa viteſſe e, qu'il a acquiſe en tombant d'une hauteur pareille A, lorsque M ſera parvenu en a, ſa viteſſe e continuellement retardée par la gravitation ſera abſolument éteinte. Mais, ſi dans l'inſtant que M commence à remonter, il rencontre en b un poids p à ſoulever, ce poids hâtera la diminution de la viteſſe de M, & cette viteſſe s'éteindra avant d'avoir élevé les mobiles jusqu'à a: ainſi les deux maſſes $M + p$, ne remonteront que jusqu'à une certaine hauteur x, où leur viteſſe, & par conſéquent leur mouvement ſera épuiſé. Il s'agit de déterminer cette hauteur x, les quantités M, p, e, & a, étant données :

A a X x b

Concevons pour cet effet que M, au lieu de tomber depuis A, ait été avant ſa chûte augmenté du poids p, de ſorte que ſa maſſe étant $M + p = P$, il n'ait commencé à tomber que du point X correſpondant à x; il aura acquis par ſa chûte la force de remonter préciſément jusqu'en x, & le mouvement aſcendant ſe ſera fait préciſément de la même maniére, & dans le même tems, que ſi M tombé de A avoit rencontré p en b. Ainſi la force Ma produit le même effet que la force Px; ce qui donne l'équation

$$Ma = Px, \text{ d'où l'on tire } x = \frac{Ma}{P}, \text{ ou } x = \frac{Ma}{M+p},$$

& puisque les hauteurs ſont entr'elles comme les quarrés des viteſſes, on aura :

$$a \cdot \frac{Ma}{M+p} :: ee \cdot \frac{Mee}{M+p}.$$

Or, puisqu'il s'agit ici d'un mouvement retardé, la quantité de l'effet produit ne peut pas ſe meſurer par la quantité du mouvement, mais par la hauteur, ou le quarré des viteſſes. Ainſi l'effet total que

 le

le courant a produit au dehors est $px = \frac{Map}{M+p}$: cet effet est donc à la force mouvante, comme p à $M+p$, c. a. d. comme le poids à élever est à la somme des deux masses. D'où l'on voit que cet effet n'a point de *maximum*; & qu'il sera toûjours d'autant plus grand, que le poids p le sera; puisqu'à mesure que p augmentera, la différence entre $M+p$, & p, deviendra insensible. Il est vrai qu'à mesure que le poids p augmentera, la hauteur à laquelle il pourra être élevé deviendra plus petite, & qu'ainsi jamais l'effet produit n'égalera l'effet naturel de la force mouvante; mais il y aura pourtant du mouvement aussi longtems qu'on ne supposera pas p infiniment grand. D'où résulte le paradoxe que feu Mr. *Jaques Bernoulli* a soutenu dans une de ses theses: *Pulex insultum in terram faciens eam de suo loco dimovere potest;* ou, ce qui a encore plus d'analogie avec notre cas, qu'il ne sauroit pleuvoir sans que la terre soit poussée hors de sa place, s'il ne tombe en même tems une égale quantité de pluye chez nos antipodes.

COROLL.

Si $M = 1612,8$, $p = 716,8$, $a = 2,304$, l'effet naturel du courant étoit $Ma = 3715,89$, l'effet produit $\frac{Map}{M+p}$ est $= 1143,35$. ainsi l'effet naturel sera à l'effet produit comme $3,25$ à 1, ou comme 13 à 4, de même que dans le mouvement horizontal; au lieu qu'en interposant la roue, il étoit comme 27 à 4.

XXX. J'ai dit §. XXIV. qu'on auroit tort de conclure avec Mr. *Parent*, de la perte apparente des forces des fluides, que les effets ne sont point proportionnels aux forces, ou aux causes qui les produisent, mais aux cubes des racines quarrées des forces du fluide. Voici comme Mr. *Parent* prétend le prouver.

Si au lieu de donner au fluide une vitesse absolue $= e$, on lui donne successivement les diverses vitesses $1e$, $2e$, $3e$, $4e$, $5e$, &c. & qu'on

qu'on substitue dans la formule générale du plus grand effet $\frac{4}{27}Pe$, les termes correspondans à ces vitesses, 1 P, 4 P, 9 P, 16 P, 25 P, on aura ces corrélatifs.

Vitesses,	1 e	2 e	3 e	4 e	5 e	&c.
Forces,	P	4 P	9 P	16 P	25 P	&c.
Effets produits,	$\frac{4}{27}Pe.$	$\frac{32}{27}Pe.$	$\frac{108}{27}Pe.$	$\frac{256}{27}Pe.$	$\frac{500}{27}Pe.$	&c.

Donc &c.

Ce calcul est très juste sans doute, mais la comparaison ne l'est pas; on ne sauroit comparer une quantité de mouvement, c. a. d. le produit d'une masse, telle, par exemple, que $\frac{4}{9} . 16$ P, par sa vitesse $\frac{4}{3}e = \frac{256}{27}Pe$, avec une simple masse sans vitesse 16 P, qui ne représente que la surface de l'aube multipliée par la hauteur du courant. Il falloit prendre le produit de cette masse 16 P, par sa vitesse 4 e, & alors la force mouvante 64 P e, correspond à l'effet $\frac{256}{27}Pe$, comme 27 correspond à 4.

En établissant la comparaison telle qu'elle doit être, les termes correspondants seront.

Vitesses absolues	1 e	2 e	3 e	4 e	5 e
Forces mouvantes,	P e	8 P e	27 P e	64 P e	125 P e
Effets produits,	$\frac{4}{27}Pe,$	$\frac{4 \cdot 8}{27}Pe,$	$\frac{4 \cdot 27}{27}Pe,$	$\frac{4 . 64}{27}Pe,$	$\frac{4 \cdot 125}{27}Pe.$

Où l'on verra clairement, que les effets sont, je ne dis pas exactement proportionnels aux causes, car je n'ai nulle idée de la proportion entre une cause & son effet, mais que ces effets ont précisément entr'eux la même proportion, que leurs causes respectives observent entr'elles.

XXXI.

XXXI. Mr. *Parent* conclut encore de son calcul un second paradoxe, savoir que les efforts du fluide contre l'aube ne sont point proportionnels non plus aux effets qu'ils produisent, mais aux quarrés des racines cubiques de ces effets. Il le prouve ainsi :

L'effort d'un fluide dont la vitesse absolue est $= e$, contre l'aube d'une roue, sera dans l'état le plus parfait de la machine $= \frac{4}{9} ee$. Donc, si l'on donne successivement au fluide des vitesses absolues doubles, triples, quadruples &c. les termes correspondans seront :

Vitesses absolues,	$1\,e$,	$2\,e$,	$3\,e$,	$4\,e$,	$5\,e$,
Efforts sur l'aube,	$\frac{4}{9} ee$,	$\frac{16}{9} ee$,	$\frac{36}{9} ee$,	$\frac{64}{9} ee$,	$\frac{100}{9} ee$.
Effets produits,	$\frac{4}{27} Pe$,	$\frac{32}{27} Pe$,	$\frac{108}{27} Pe$,	$\frac{256}{27} Pe$,	$\frac{500}{27} Pe$.

Donc &c.

Mais encore ici Mr. *Parent* compare des choses qui sont incommensurables ; en appellant *efforts* le quarré des vitesses d'un fluide, il n'est pas étonnant que cet effort ne soit pas proportionnel à un effet qui est le produit d'une masse par sa vitesse. Il faut donc, pour que la comparaison puisse avoir lieu, donner une masse au fluide qui fait effort, & cette masse sera le produit de la surface que le fluide choque par la hauteur d'où il sera tombé pour acquérir la vitesse donnée ; or, puisque ces hauteurs sont entr'elles comme le quarré des vitesses, si la hauteur qui a produit la vitesse e, est $= a$, les hauteurs correspondantes aux *efforts* $\frac{4}{9} ee$, $\frac{16}{9} ee$, $\frac{36}{9} ee$ &c. seront $\frac{4}{9} a$, $\frac{16}{9} a$, $\frac{36}{9} a$.

Posons

Posant donc la base, ou surface de l'aube $= 1$, on aura pour termes, correspondants :

Vitesses Absolues :	e	$2e$	$3e$	$4e$	$5e$
Masse du fluide,	$\frac{4}{9}a.$	$\frac{16}{9}a.$	$\frac{36}{9}a.$	$\frac{64}{9}a.$	$\frac{100}{9}a.$
Vrais efforts, ou moments de mouvement,	$\frac{4}{9}ae,$	$\frac{32}{9}ae,$	$\frac{108}{9}ae.$	$\frac{256}{9}ae.$	$\frac{500}{9}ae.$
Effets produits,	$\frac{4}{27}Pe,$	$\frac{32}{27}Pe,$	$\frac{108}{27}Pe,$	$\frac{256}{27}Pe,$	$\frac{500}{27}Pe.$

Ce qui fait disparoitre le prétendu paradoxe.

XXXII. Après avoir vû que la Machine étant dans l'état de perfection, la force mouvante produit précisément la $\frac{4}{27}$ partie de son effet naturel, il semble qu'il est permis d'en conclure, que, puisque la force de l'eau la feroit remonter jusqu'à la hauteur de sa source, cette eau pourra élever, au moyen de la roue, à cette même hauteur un volume d'eau égal à la $\frac{4}{27}$ partie de sa propre masse, & que réciproquement elle pourra élever un poids égal à sa masse jusqu'à la $\frac{4}{27}$ partie de la hauteur de sa chûte.

Mais il est évident d'abord que la derniére conclusion ne sauroit être vraye, puisque, si le poids est égal à la force mouvante, il y aura équilibre (§. VII.) & par conséquent la roue sera immobile.

Ce qui paroitra plus paradoxe, c'est que la premiere conclusion n'est pas vraye non plus. La raison en est évidente par notre théorie. Car l'état de perfection de la machine mue par un fluide, est de faire soutenir à ce courant les $\frac{4}{9}$ de son poids. Ainsi, lorsqu'il n'en élévera que les $\frac{4}{27}$, la machine ne sera plus dans l'état le plus avantageux possible. Voyons quel sera l'effet produit dans un tel cas.

Si la ſurface de l'aube eſt toujours $= f h$, la hauteur de la chûte du courant $= g$, ſa viteſſe acquiſe par cette chûte $= e$, ſa force ſera $= f g h$ pieds cubiques d'eau.

Si maintenant on lui donne à élever un poids $p = \frac{4}{27} f h g$, pieds cubiques d'eau, pour que la quantité de l'effet répondit à la $\frac{4}{27}$ partie de la force mouvante $f h g e$, il faudroit que p fut élevé avec toute la viteſſe e. Or il eſt évident que cela ne ſe peut, puiſqu'il faudroit qu'en ce cas la roue eut elle-même une viteſſe $= e$. Mais ſi le courant lui avoit communiqué toute ſa viteſſe, il n'agiroit plus ſur les aubes; ainſi il ne pourroit pas contrebalancer le poids $\frac{4}{27} f h g$, qui par conſéquent deſcendroit, bien loin de monter.

Pour déterminer précisément quelle eſt la viteſſe de la roue lorſque la force $f h g$ éleve un poids $= \frac{4}{27} f h g$; il n'y a qu'à conſidérer qu'alors la force du courant ſur l'aube n'eſt que $\frac{4}{27} f h g$ (§. IX.) donc ſa viteſſe rélative, ou, ce qui revient au même, l'excès de ſa viteſſe totale ſur celle de l'aube eſt due à une hauteur $= \frac{4}{27} g$ (§. XXIV.)

Or par la théorie des mouvements accélérés, les hauteurs ſont entr'elles comme les quarrés des viteſſes acquiſes; ainſi on a,

$$g \,.\, e e :: \frac{4}{27} g \,.\, \frac{4}{27} e e$$

& puiſque $\frac{4}{27} e e$, exprime le quarré de la viteſſe reſpective du courant, cette viteſſe elle-même ſera $= e \sqrt{\frac{4}{27}}$. Or la viteſſe abſolue du courant étoit $= e$. Il faut donc que l'aube lui échape avec une viteſſe propre $= e - e \sqrt{\frac{4}{27}}$; & ce ſera avec cette derniere viteſſe que le poids $\frac{4}{27} f h g$ ſera élevé; par conſéquent la quantité de ſon mouvement, ou de l'effet produit, ne ſera que $= \frac{4}{27} fhge - \frac{4}{27} fhge \sqrt{\frac{4}{27}}$; il s'en faudra donc de toute la valeur $\frac{4}{27} f h g e \sqrt{\frac{4}{27}}$, que ce poids n'ait toute la quantité de mouvement, que la perfection de la machine permet de produire.

Pour trouver exactement la hauteur x, à laquelle ce poids $\frac{4}{27} f h g$ pourroit s'élever avec cette viteſſe, $e - e \sqrt{\frac{4}{27}}$ il n'y a qu'à

qu'à considérer que dans les mouvemens retardés les hauteurs sont en raison des quarrés des vitesses acquises; ce qui donnera cette proportion

$$ee \,.\, g :: (e - e\sqrt{\tfrac{4}{27}})^2 \,.\, x$$

doù l'on tire, $x = g(1-\sqrt{\tfrac{4}{27}})^2$: or $\sqrt{\tfrac{4}{27}}$ est à peu près $= 0,3849$, ainsi $x = g\,(0,6151)^2 = 0,37835g$, & par conséquent il s'en faudra de $\frac{12433}{20000}$, c. a. d. de presque les deux tiers, que le courant ne puisse faire remonter la $\frac{4}{27}$ partie de son poids à la hauteur de sa chûte.

XXXIII. Il est donc évident que, pour disposer une machine de maniere qu'elle produise son plus grand effet à l'aide d'un fluide, il faut la charger d'un poids qui soit les $\frac{4}{9}$ de la masse du courant qui frappe les aubes; bien entendu que les bras des leviers, c. a. d. les rayons des roues sur lesquels le courant & le poids agissent soient égaux; car s'ils ne l'étoient pas, il faudroit que la masse du courant multipliée par le levier sur lequel il agit, fit un produit égal aux neuf-quatrièmes du produit du poids par sa distance du point d'appui; & que par conséquent cette distance fut diminuée à proportion que le poids augmenteroit.

XXXIV. Ainsi, si le poids étoit un cilindre d'eau à élever à une hauteur donnée $= g$, pour y être degorgée dans un reservoir; la machine étant disposée comme elle doit l'être pour produire le plus grand effet; la surface des aubes étant toujours $= fh$, & la hauteur de la chûte de l'eau $= a$, d'où elle ait acquis une vitesse de e pieds par seconde: la masse d'eau, qui exprime la force, sera F $= fha$.

on aura donc (§. XXXIII.) $\frac{4}{9} fha = p = \frac{4}{9}$ P.

Or, p le poids à soutenir est ici le poids d'une colonne d'eau dont la base est $=$ B, & la hauteur $= g$; ainsi on a $p = $ Bg, ou plûtot, parce que, dès qu'il y aura du mouvement, la pression sera plus forte que la simple hauteur perpendiculaire du tuyau de conduite, nommant

 la

la hauteur qui exprimera cette pression totale $= \lambda g$; on aura $p = B \lambda g$, & $B = \frac{p}{\lambda g}$.

Or le plus grand effet possible, est d'élever p avec le tiers de la vitesse du courant (§. XXIII.) Ainsi p parcourra en une seconde $\frac{1}{3} e$ pieds. Il sortira donc chaque seconde un volume d'eau $= \frac{1}{3} B e$ pieds cubiques, si au moyen de deux pompes qui aspirent alternativement on produit un refoulement continuel. Posant donc la quantité d'eau qui sera dégorgée en une heure $= M$, on aura $M = 1200\, B e$; & substituant la valeur de $B = \frac{p}{\lambda g} = \frac{4}{9} \frac{fha}{\lambda g}$, on trouve $M = \frac{4 \cdot 1200\, fhae}{9 \lambda g} = \frac{1600 \cdot fhae}{3 \lambda g}$.

Or on sait que l'on a toujours $a = \frac{2}{125} ee$, puisque les hauteurs des chûtes sont en raison du quarré des vitesses, & que l'expérience a appris qu'un corps acquiert une vitesse de 31,25 pieds de Rhin dans la premiere seconde, en tombant d'une hauteur de 15,625 pieds. Substituant donc $\frac{2}{125} ee$, à la place de a, on aura $M = \frac{1600,2}{3 \cdot 125} \cdot \frac{e^3 fh}{\lambda g} = \frac{128}{15} \frac{e^3 fh}{\lambda g}$, ce qui est la formule trouvée par Mr. *Euler*, pag. 167. *in fin.* où il y a par une faute d'impression $\frac{123}{15}$ au lieu de $\frac{128}{15}$, que son calcul donne.

COROLL. I.

Puisque la vitesse de l'aube doit être le tiers de la vitesse absolue du courant; & la periphérie de la roue dont le diametre est $2r$, étant $= 2\pi r$; la roue achevera sa révolution en $\frac{2\pi r}{\frac{1}{3} e}$ secondes $= \frac{6\pi r''}{e}$, & si les pistons jouent μ fois en un tour d'axe, & que leur jeu s'acheve en t secondes, on aura $\mu t = \frac{6\pi r}{e}$, & $t = \frac{6\pi r}{\mu e}$.

co-

COROLL. 2.

Dès qu'on a la quantité d'eau dépensée en une heure $M = \frac{128 . e^3 fh}{15 \lambda g}$; il est aisé de déterminer les autres conditions de la machine. Car, si le diametre des pompes $= a$, leur hauteur $= b$, leur nombre $= 2n$, le tems d'un jeu entier de piston $= t$, on sait que la quantité d'eau dépensée est la même qui sort des pompes à chaque coup de piston; ainsi la capacité des pompes étant $\frac{1}{4} \pi aab . 2n = \frac{1}{2} \pi naab$, il sortira un pareil volume d'eau à chaque t secondes. On a donc

$$t'' . \tfrac{1}{2} \pi naab :: 3600'' . M$$

donc $M = \frac{1800 \pi naab}{t} = \frac{128 . e^3 fh}{15 . \lambda g}$; & puisque $t = \frac{6 \pi r}{\mu e}$, on a, $\frac{1800 \pi naab \mu e}{6 \pi r} = \frac{128 . e^3 fh}{15 . \lambda g}$, ou $1125 . naab \lambda g \mu = 32 eefhr$ d'où l'on tire

1°. $aab = \frac{32 eefhr}{1125 \lambda \mu n g}$, comme Mr. *Euler* l'a trouvé p. 183.

2°. $\lambda = \frac{32 eefhr}{1125 naab g \mu}$.

XXXV. Avant Mr. *Euler*, personne que je sache, n'avoit estimé la pression de l'eau que par la simple hauteur perpendiculaire g, bien loin d'évaluer précisément le surplus exprimé par le coëfficient λ, que Mr. *Euler* a déterminé le premier à l'aide de la plus sublime Géometrie.

Essayons d'y parvenir au moyen des notions métaphysiques.

Il est d'abord évident que si un tuyau de conduite est rempli d'eau jusqu'à la hauteur perpendiculaire g, & que cette eau soit en repos, la pression au bas des tuyaux sera en vertu des loix hydrostatiques égale

 à la

à la hauteur perpendiculaire g, quelle que soit la longueur, & l'inclinaison du tuyau de conduite, & que cette hauteur g, multipliée par la base du tuyau, donnera en pieds cubiques le poids d'eau qui presse sur cette base.

Mais, dès qu'il y a du mouvement, dès qu'il faut soulever cette masse d'eau pour la faire dégorger, la force qui soutenoit cette colonne ne suffira pas; il faut un surcroit de force ϕ, qui agissant sur les pistons souleve cette masse d'eau.

Or la réaction est toujours égale à l'action, & c'est le bas du tuyau qui reçoit l'impression de cette réaction; ainsi, puisqu'il faut une force ϕ pour produire l'action, la pression du bas du tuyau, qui étoit $g \cdot \frac{1}{4}\pi aa$, durant le repos, sera maintenant $= g \cdot \frac{1}{4}\pi aa + \phi$. Et comme nous ne cherchons que la hauteur p de la colonne d'eau, qui multipliée par la base $\frac{1}{4}\pi aa$, produiroit cette pression. Nous aurons cette hauteur, ou pression linéaire $p = g + \frac{\phi}{\frac{1}{4}\pi aa}$.

XXXVI. Maintenant pour déterminer ce surcroit de force ϕ, il n'y a qu'à mesurer son effet. Car réellement nous ne connoissons ce que nous nommons *forces*, ou *causes*, que par les effets qui en résultent.

Or que fait la force ϕ, lorsqu'il y a deux pompes qui refoulant alternativement produisent un refoulement continuel? C'est qu'agissant alternativement sur chaque pompe, elle chasse successivement de chacune en un tems $= \frac{1}{2} t$, un volume d'eau $= \frac{1}{4}\pi aab$, & fait entrer ce volume d'eau dans un tuyau de conduite, dont la base sera $= \frac{1}{4}\pi cc$, & dont la longueur sera $= l$.

Mais ce tuyau de conduite est actuellement rempli d'un volume d'eau $= \frac{1}{4}\pi ccl$; ainsi le volume d'eau $\frac{1}{4}\pi aab$, qui doit y entrer en déplacera un volume pareil, & y occupera un espace dont la longueur β, sera proportionnelle à la différence des ouvertures aa, & cc, de la

pompe

pompe & du tuyau. On aura par conséquent, puisque l'eau ne se comprime point, $\frac{1}{4}\pi cc\beta = \frac{1}{4}\pi aab$; d'où l'on tirera $\beta = \frac{aab}{cc}$.

Ainsi, pour que la force Φ fasse entrer l'eau de la pompe dans le tuyau montant, il faut que cette force fasse parcourir à toute la masse d'eau qui est dans le tuyau montant, un espace de $\frac{aab}{cc}$ pieds dans le tems de $\frac{1}{2}t$ secondes.

Or, puisque pendant le refoulement la soûpape est levée, le tuyau montant & la pompe sont censés ne faire qu'un seul tuyau, dont la masse d'eau, suivant les principes de l'hydrostatique, doit être estimée par la grandeur de la base, qui est celle de la pompe $= \frac{1}{4}aa\pi$, & par toute la longueur $l + b$.

Ainsi la masse d'eau mise en mouvement dans le tems $\frac{1}{2}t''$, est $= \frac{1}{4}\pi aa \ . \ (l + b)$, ou si l'on néglige b, à cause de sa grande disproportion à l, on aura la masse $= \frac{1}{4}\pi aal$ pieds cubiques.

L'effet total de la force Φ est donc de faire parcourir à la masse $\frac{1}{4}\pi aal$, un espace de $\frac{aab}{cc}$ pieds en $\frac{1}{2}t$ secondes, avec une vitesse uniformément accélérée à commencer du repos.

Or dans les mouvemens uniformément accélérés, la quantité de l'effet s'estime par la masse & le quarré de la vitesse; ou, ce qui revient au même, par le produit de la masse & de l'espace, divisé par le quarré du tems employé à le parcourir.

Donc la quantité de l'effet produit par la force Φ, ou, ce qui est la même chose, la quantité de l'effort même Φ, sera

$$\Phi = \frac{1}{4}\pi aal \ . \ \frac{aab}{\frac{1}{4}cctt} = \frac{\pi a^4 bl}{cctt}.$$

Reste

Reste maintenant à réduire cette valeur trouvée $\frac{\pi a^4 bl}{cctt}$ à une quantité homogene.

On a les valeurs a, (& par conséquent π,) b, l, e, exprimées en pieds de Rhin ; mais t est exprimé en secondes. Pour trouver la valeur de t en pieds, il n'y a qu'à se souvenir que les corps tombent de 15,625 pieds de Rhin dans la premiere seconde, & que les espaces sont comme les quarrés des tems, & nous aurons dans notre cas, où il s'agit de mouvemens accélérés, cette proportion :

$1''$, donne 15,625 pieds, donc tt'' donnent 15,625 tt pieds, ce qui substitué dans la formule de $\Phi = \frac{\pi a^4 bl}{cctt}$, donnera $\Phi = \frac{\pi a^4 bl}{15,625\, cctt}$ pieds cubiques d'eau ; ou, mettant pour π sa valeur, $\Phi = \frac{3,14159 . a^4 bl}{15,625\, cc\, tt}$, & enfin $\Phi = \frac{0,20106 . a^4 bl}{cc\, tt}$.

C. Q. F. T.

COROLL.

Que si l'on veut tenir compte de la masse d'eau $\frac{1}{4} \pi aab$, on n'a qu'à substituer dans la formule $(l + b)$ à la place de l.

XXXVII. Puisque la hauteur de la colonne d'eau qui exprime la pression, est $p = g + \frac{\Phi}{\frac{1}{4}\pi aa}$. (§. XXXV). Substituant la valeur trouvée de Φ, on aura $p = g + \frac{0,20106\, a^4 bl}{\frac{1}{4}\pi\, aa\, cc\, tt} = g + \frac{0,20106\, aabl}{0,78539 . cctt}$, ou $p = g + \frac{0,256 . aabl}{cc\, tt}$, comme Mr. *Euler* l'a trouvé. Ou si

si l'on y fait entrer la petite masse d'eau $\frac{1}{4}\pi aab$, on aura
$$p = g + \frac{0{,}256.\,aab\,(l+b)}{cc\,tt}.$$

C O R O L L.

Puisque $\lambda g = p$. (§. XXXIV.) on a maintenant
$$\lambda g = g + \frac{0{,}256\,aabl}{cc\,tt}, \text{ ou } \lambda = 1 + \frac{0{,}256\,aabl}{cc\,ttg}.$$
& le poids total qui pese sur le bas du tuyau sera
$$= \frac{1}{4}\pi\,aag + \frac{0{,}256.\,\pi a^4 bl}{4\,cc\,tt}, \text{ pieds cubiques d'eau.}$$

E X E M P L E.

Soit $a = \frac{4}{3}$. $b = 4$, $c = \frac{3}{4}$. $l = 3000$. $g = 60$. $t = 6''$. le poids que le bas des tuyaux aura à supporter, sera, (à raison de 70 ℔. le pied cubique d'eau,) de 32254 ℔.



RECHERCHES
SUR UN PRINCIPE FIXE, QUI SERVE A' DISTINGUER LES DEVOIRS DE LA MORALE DE CEUX DU DROIT NATUREL.

PAR MR. SULZER.

Tous ceux qui ont écrit sur le Droit Naturel, Philosophes ou Jurisconsultes, ont remarqué que les devoirs naturels de l'homme sont de nature très différente. Ils ont vû que l'obligation à certains devoirs est si parfaite & si bien constatée, qu'en cas de refus, on pourroit obliger qui que ce soit, même par force, à les remplir; d'autres leur paroissoient d'une obligation moins parfaite, & point du tout sujets à la contrainte. Ils voyoient que l'observation de ces devoirs doit être abandonnée aux sentimens & à la bonne volonté de chacun. Pour peu qu'on y réfléchisse, on verra p. ex. que chacun est dans une obligation très parfaite de rendre à un autre ce qu'il a emprunté de lui, au point que le créancier peut poursuivre en Justice son débiteur, ou même, (en supposant les hommes dans leur état naturel & hors de la société civile,) lui ôter par force ce qu'il lui doit. D'un autre côté tout le monde conviendra que je ne puis pas obliger de la même façon un autre à me rendre service, ni à me faire une charité, quelque besoin que j'en puisse avoir, & quelque facilité que l'autre ait de le faire.

Cette différence assez visible des devoirs a fait naitre la distinction entre la Morale & le Droit Naturel. On a compris dans la Morale les devoirs d'une obligation imparfaite, qu'on nomme devoirs d'humanité, & dans le Droit Naturel ceux dont l'obligation est parfaite. Quoiqu'il n'y ait aucun doute, que cette distinction ne soit solide & réelle, on trouve les Philosophes assez embarrassés à en donner des raisons bien claires, & assez générales pour être appliquées à tous les cas.

Ils

Ils ne se sont jamais nettement expliqué sur le principe qui rend cette distinction nécessaire, & qui est assez général pour servir de régle à tous les cas.

Un homme respectable par ses lumières & par ses grandes connoissances dans tout ce qui regarde les loix naturelles, ou civiles, m'ayant fait remarquer, qu'il est d'une très grande importance pour l'établissement des loix, d'avoir un principe fixe, qui serve à distinguer solidement ces deux especes de devoirs, j'ai cherché dans les livres des Philosophes & des Jurisconsultes ce qu'ils disent touchant ce principe ; & j'ai été surpris de les voir passer si legèrement sur un point de cette importance.

La plûpart des Jurisconsultes, qui ont écrit sur le Droit Naturel, posent pour principe de ce Droit la régle : *Qu'il ne faut offenser personne, & qu'il faut rendre à chacun ce qui lui est dû* (*); & ils rangent dans la classe des devoirs parfaits tous ceux qu'on peut déduire de cette régle fondamentale. Mais il n'est pas difficile de voir que cette régle, surtout sa seconde partie, n'est pas si bien déterminée qu'elle puisse servir de principe. Le précepte *de rendre à chacun ce qui lui est dû*, ne renferme point le principe d'où l'on pourroit connoitre ce qui est dû aux autres. Ce n'est que par les principes du Droit Naturel même qu'on connoit cela. La régle suppose donc déjà ce qu'on en devroit conclure.

Monsieur *de Wolff* n'est pas allé beaucoup plus loin. Il fait comme les autres la distinction entre l'obligation parfaite & imparfaite, sans nous dire précisément sur quoi elle est fondée. Sa définition du *droit parfait* semble à la vérité indiquer un principe, quand il dit, que le droit parfait est celui que nous donne la loi naturelle pour satisfaire à nos devoirs. Mais il est bien difficile d'appliquer cela à des cas particuliers ; & il paroit qu'on en pourroit inférer qu'on a quelquefois le droit de forcer un autre à nous rendre service, où à nous faire des charités. D'un autre côté il y a certains droits très parfaits qu'on ne déduiroit de ce principe, que difficilement. J'ai un droit parfait sur

 une

(*) *Neminem lædere ; suum cuique tribuere.*

une partie des biens de mon débiteur, quoique la loi naturelle ne m'o-
blige pas toujours à me faire rendre ce qu'on me doit.

C'est cette incertitude sur le premier principe du Droit Naturel, qui m'a engagé d'entreprendre la recherche d'un principe vraiment fondamental, clair & déterminé, & qui par conséquent soit d'une application facile à tous les cas particuliers. Après plusieurs réflexions, qui ne m'ont mené à rien de positif, j'ai vû qu'il falloit commencer par chercher l'origine & l'esprit général des loix. Je crois avoir remarqué, que ce qui a empêché les Jurisconsultes de trouver le véritable principe du Droit naturel, est la fausse supposition qu'ils ont faite de l'état naturel des hommes. Ils commencent toujours par supposer, que naturellement les hommes vivent hors de toute société, détachés l'un de l'autre, & ne se rencontrant que par hazard, comme les bêtes dans les forêts. Pour nous mieux faire comprendre cet état chimérique, qu'il leur a plû de nommer *état de nature*, ils nous proposent d'abord que deux hommes, vivant chacun à part dans une isle de l'Océan. Dans cette belle supposition, ils cherchent quels peuvent être les droits mutuels de ces solitaires. D'autres n'ayant pas trouvé cette supposition assez féconde pour en déduire tous les droits, nous représentent les deux premiers hommes dans un état beaucoup plus triste. L'un nageant dans la mer, & prêt à succomber sous les vagues de cet élément impitoyable ; l'autre voguant sur une planche qui le soutient, & qui paroit lui promettre d'être sauvé. Dans cette heureuse supposition, ils cherchent combien de droit a le premier de s'accrocher à la planche de l'autre, & combien de droit a l'autre de l'empêcher de partager avec lui sa planche, de crainte que n'étant pas suffisante à les porter tous deux, elle n'enfonçât dans la mer. Il n'est pas surprenant que de pareilles suppositions n'ayent mené à rien de certain. En effet il seroit inutile de rechercher les droits de gens assez barbares pour rester séparés les uns des autres. Depuis que les hommes ont eu du bon sens & de la raison, ils se sont naturellement joints en petites sociétés, & ces sociétés ont naturellement formé des Etats & des Républiques. Je commence donc par supposer, que les hommes ne vivent

vivent que dans de grandes sociétés, dont le but est de rendre chacun aussi heureux qu'il est possible. Des sociétés sans ce but ne sont que des amas de gens barbares qui ne connoissent, ni droits, ni loix; & auxquels on feroit connoitre en vain la différence des devoirs. Je suppose de plus que les Legislateurs de telles sociétés, n'ayant égard qu'aux devoirs naturels, laissent à part toutes les loix dont un tel Etat pourroit avoir besoin par rapport à des circonstances particulieres, d'où résultent les loix civiles, ignorées du Droit Naturel.

Je vois bien ce qu'on pourroit m'objecter contre cette supposition. Il a semblé aux Jurisconsultes que les Souverains sont dans le cas de ces hommes détachés, hors de toute société. Voulant rechercher les droits d'un Souverain à l'autre, & surtout les droits de la guerre, ils ont crû cette supposition absolument nécessaire pour leur recherche. Mais il en est des Souverains comme des particuliers. Dans les parties policées du monde, les Souverains ne sont point du tout des personnes détachées l'une de l'autre. Quiconque fait jetter un coup d'oeil judicieux sur les affaires de l'Europe, verra sans peine que tous les Souverains ensemble forment une espèce de République, qui a ses loix fondamentales, quoique tacites. Aucun Souverain de l'Europe ne peut se regarder comme hors de liaison & exemt de toute obligation envers les autres. D'ailleurs, si un Souverain est sage & politique, il se dictera lui-même ses devoirs envers les autres; s'il ne l'est pas, il ne lui sert de rien de connoitre ses devoirs envers les autres Souverains; & ce sera toujours la force qui décidera, indépendamment de toutes les décisions des Jurisconsultes. Nous chercherions en vain les droits de ces Souverains barbares de l'Afrique & de l'Amérique.

Laissons donc à part tout ce qui est inutile, & commençons notre recherche par la supposition des Etats formés, dont le but est d'obtenir le plus grand bonheur possible. Il est d'abord clair que la félicité d'un peuple dépend de l'observation exacte de tous les devoirs de l'homme. Si tous les hommes étoient moralement bons & sages, la société n'auroit pas besoin de loix, chacun feroit exactement tout ce qui est de son devoir, & tout iroit bien. Mais la foiblesse des uns &

la méchanceté des autres ne permettent pas d'abandonner l'observation des devoirs au gré des membres qui composent la société. Le repos & la felicité publique seroient trop mal assurés.

De là nait la nécessité des loix, qui prescrivent à chacun ce qu'il doit faire, & dont la sanction oblige les foibles & les méchans à contribuer malgré eux à la félicité des autres. Maintenant on voit d'abord qu'il est très essentiel qu'un Legislateur sache au juste dans quels cas il peut obliger parfaitement un citoyen, & dans quel cas il ne le peut pas. Car d'un côté ce seroit un défaut & une foiblesse marquée des loix d'abandonner au gré des citoyens des devoirs auxquels on peut les obliger; & de l'autre ce seroit un grand inconvénient de vouloir obliger un citoyen à des choses, qui par leur nature ne sont point sujettes à la contrainte des loix.

De là nous pouvons tirer un principe qui servira à nous conduire sûrement dans la recherche, que nous avons entreprise. Si le but général des loix est d'obliger chacun à autant qu'on peut raisonnablement demander de lui, il s'ensuit qu'un Legislateur doit revendiquer aux loix tout devoir naturel, sans se relâcher sur aucun, & qu'il ne doit laisser au gré des citoyens que ce qui par sa nature même ne peut pas être exigé par force. Car plus on laisse à la volonté des membres de la société, plus on risque de voir mal remplir les devoirs, & plus on manque le dernier but de la société civile.

Je serois fâché, si l'on pensoit que je parle de cette façon par une humeur de misantropie; & je le serois d'avantage, si l'on croyoit que je veux ôter la liberté aux citoyens, lorsque je dis qu'un Souverain doit laisser à leur gré aussi peu qu'il est possible. Qu'il me soit donc permis de m'expliquer en peu de mots là dessus. J'ai déjà dit qu'on n'auroit besoin, ni de loix, ni d'aucune contrainte civile, si tous les hommes étoient bien sages. Il est certain qu'ils ne le sont pas. Il faut donc absolument les empêcher d'être méchans, & même les en empêcher autant qu'il est possible. Je crois que cette maxime n'a rien d'injuste, ni de préjudiciable à la liberté, qui doit être l'idole d'un Philosophe. Lors donc qu'on assujettit à la contrainte des loix

civi-

civiles tous les devoirs de l'homme, qui par leur nature sont susceptibles de cette contrainte, on ôte par là aux méchans & aux foibles la liberté de faire du mal, & on n'ôte rien aux sages & aux gens raisonnables, qui font le bien indépendamment des loix. Ces loix ne les gênent jamais, parce que que par leur bonne volonté ils vont au devant des loix.

Mettons donc pour premier principe, que les loix doivent exiger tout ce qu'elles peuvent exiger, & ne se relâcher, que sur les choses, qui par leur nature ne sont point sujettes aux loix. Tout devoir qui est sujet aux loix est un devoir parfait ; & le devoir imparfait est celui qui ne peut point être sujet aux loix. Chaque loi doit avoir sa sanction, & ce qu'elle ordonne doit pouvoir être exigé par force ; non pourtant, par une force arbitraire & tirannique, dirigée par le caprice du plus fort, mais par une force que la raison & la bonté dirigent.

Ceci étant supposé, il est clair, que la force ne peut jamais être employée que dans le cas où celui qui est le dépositaire de la force peut savoir avec certitude, que ce qu'on demande d'un autre est réellement un de ses devoirs, & qu'il a tort de vouloir s'en dispenser. Dans tous les autres cas, ce seroit agir despotiquement & sans raison. D'un autre côté, dans un cas où tout le monde peut connoitre avec certitude, que tel est mon devoir, ce seroit une foiblesse dans les loix de me laisser le maitre de le faire, ou de ne pas le faire.

De là nous tirons aisément le principe que nous cherchons, & qui décidera très positivement sur ce qui est devoir parfait ou imparfait. *De tous les devoirs de la Morale ceux qui sont d'une certitude absolue & d'une notoriété publique, sont des devoirs parfaits ; & ceux dont la connoissance ne dépend que de mon propre jugement, sont des devoirs imparfaits & ne sont point sujets aux loix.* On ne trouvera pas ce principe fort difficile dans l'application. Il est aisé de voir généralement, que tout devoir fondé sur la notion générale de l'humanité est du nombre de ceux dont la certitude est constante pour tous les hommes ; & il n'est pas difficile non plus de voir, que tout devoir qui résulte d'un état personnel, de la connoissance des biens, des forces, & des facultés d'un

d'un particulier, ne peut être exactement connu que de lui, & qu'il ne peut par conséquent qu'être au nombre des devoirs imparfaits.

Ce principe est de plus très fecond en conséquences, qui sont d'une grande utilité. Mais comme il ne s'agit ici que de bien établir ce principe, je ne m'arrêterai pas à ces conséquences. L'application à un cas dont on a assez disputé, suffira pour faire connoitre la facilité de l'application du principe. Se conformer à la Religion dominante du païs où l'on vit; est-ce un devoir parfait, ou imparfait? La foi, & toute la Religion, dépend des lumières & des connoissances qu'on a; personne ne peut juger de ce que je crois, ou de ce que je connois, que moi seul. Il est donc évident, qu'on ne peut pas m'obliger à des devoirs, qui ne peuvent résulter que de mes lumières & de ma façon de penser. Chacun doit donc avoir la liberté de conscience [illegible] de la Nature. Mais comme toutes les loix civiles s'écartent quelquefois des loix naturelles, c'est une autre question; si un Souverain peut établir telle ou telle loi, qui n'est point fondée dans le Droit Naturel?

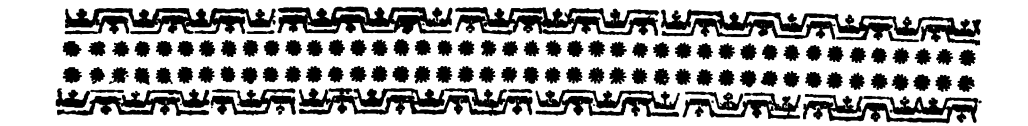
Après avoir trouvé un principe solide pour le cas que nous avons supposé, il n'est pas difficile de voir, que ce même principe subsiste encore, quand il ne s'agit que de deux hommes, hors de toute société civile, & vivant dans l'état véritablement naturel. Dans ce cas, la question est telle. Me supposant hors de toute société civile, quel est le principe, qui me sert à connoitre ce que je puis exiger d'un autre homme, même par force en cas de refus, sans blesser l'équité & le Droit Naturel? Je dis donc, qu'il est évident: 1. Que ce que je demande de l'autre, doit être une chose à laquelle je ne puisse pas renoncer, sans pécher contre un de mes devoirs naturels. 2. Qu'il doit être un des devoirs de l'autre de m'accorder ce que je lui demande. Dans ce cas, je puis exiger par force, qu'il me satisfasse, puisque par là même je remplis un de mes devoirs, & j'oblige l'autre de satisfaire à un des siens. Il est donc évident, que ce principe revient au même que nous avons trouvé pour les sociétés. Le devoir parfait doit toujours être tel, que celui qui veut l'exiger, soit en état de connoitre avec certitude, que c'est une des obligations naturelles de celui dont on l'exige.

MÉMOI-

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

* * *



COURTE DESCRIPTION
DES PEUPLES ET DES PROVINCES SITUÉES A L'OCCIDENT DE LA MER CASPIENNE, DEPUIS ASTRACAN JUSQU'AU FLEUVE KURA, TELLES QU'ELLES SE TROUVOIENT EN 1728.

PAR MR. VOCKERODT.

Traduit de l'Allemand.

On compte non seulement, parmi les Peuples qui habitent les bords Occidentaux de la Mer Caspienne, les *Cosaques*, les *Tartares*, & les *Czirkæses*, mais encore les Peuples du *Dageſtan*, ceux du *Lesgint*, ceux du *Tauliſtan*, les *Chaitaky*, les *Carachaitaki*, les *Schirwaniens*, les *Avari*, & les *Kacheti*. Il y a auſſi quelques Juifs, des *Armeniens*, & des *Arabes*, qui s'arrêtent dans ces contrées.

Coſaques.

Ce qui ſe trouve de *Coſaques* aux environs de la Mer Caſpienne eſt diviſé en *Grebensky* & en *Tersky*. Les premiers habitent le long du fleuve *Terek*, du côté des Montagnes : ce fleuve a ſéparé jusqu'en 1722. le territoire Ruſſe d'avec celui des *Perſes* : ils ont quatre villes munies de remparts, dont la principale eſt *Kordukowa* : ils parlent Ruſſe, & ont adopté la religion Grecque. Comme ils ſe ſont reconnus de tout

tems dépendans de la *Russie*; leur Chef, ou *Ataman*, a toujours été obligé de rendre compte de ses actions au Gouverneur d'*Astracan*. Les *Grebensky* n'ont été originairement qu'une troupe de bandits, composée de *Russes* & de *Cosaques*: ces brigands, pour voler avec plus de commodité & de sureté, s'étoient retirés sur cette chaine de montagnes qui borde le fleuve *Terek*. C'est ce qui leur fit donner le nom qu'ils portent; car *Greben* signifie en *Russe* une chaine de montagnes qui s'élevent en pointes. De semblables voisins étoient trop incommodes pour qu'on ne cherchât pas, où à les disperser, ou à les contenir dans leur devoir: on leur offrit pour cet effet un pardon général, à condition qu'ils iroient s'établir dans les demeures qu'on leur assigneroit, qu'ils obeiroient au Chef qu'on leur donneroit, & quils serviroient dans l'occasion contre les *Tartares*, dont les excursions incommodoient beaucoup. Ils accepterent ces offres, & allerent s'établir un peu au delà de ces montagnes, où ils s'étoient refugiés pour exercer leur brigandage. Ils font tous le mêtier de Soldat, ils sont bien armés, & servent à cheval: ils recoivent à *Terky* de l'argent & des provisions.

Les *Cosaques* surnommés *Tersky* habitoient autrefois la Ville de *Terky*: ils avoient un Chef qui étoit à la nomination du Gouverneur de cette Ville: on les y avoit appellés dans le tems qu'on étoit occupé à fortifier *Terky*. Ils furent tirés alors en partie des *Grebensky*, & en partie des *Jaiki* & des *Doniens*; quelques *Tartares* de *Terski*, qui avoient été baptisés se joignirent à eux. Mais ces *Cosaques* n'y resterent pas; la mauvaise situation de cette derniere Ville engagea les *Russes* à la démolir, & à bâtir la forteresse de *Suetoykrest*, près du fleuve *Sulack*: & ce fut là qu'ils allerent s'établir avec la garnison Russe. Les *Tersky* servent ainsi que les *Grebensky*, & ils reçoivent des Russes de l'argent & des Vivres.

Tartares.

Les *Tartares* des Contrées que nous examinons, ont aussi différens noms qui les distinguent. Ceux qu'on appelle *Tersky*, habitoient autrefois

trefois les fauxbourgs de *Terky*, & quelques chétives bourgades aux environs de cette Ville. Leur Chef étoit à la nomination du Commandant de *Terky* : une partie d'entr'eux vivoit du bêtail qu'elle mettoit à l'engrais, une autre de la pêche, & la troisième servoit en tems de guerre. Ces derniers tiroient de *Tersky* de l'argent & des vivres. Mais aujourd'huy la plus grande partie d'entr'eux se trouve établie près de *Suetoykrest*, dans de petits bourgs, qu'elle a environnés de remparts : où elle est sous la jurisdiction du Commandant de cette Forteresse. Ces *Tartares* tirent leur origine, en partie des anciens habitans du Païs, & en partie des *Tartares* surnommés *Nogaizi* : ils sont sous la domination des Russes depuis l'établissement de la Forteresse de *Terky* : leur langue est celle des *Nogaizi*, leur religion celle des *Turcs*.

Les *Tartares* qu'on appelle *Nogaizi*, vivent en pleine campagne : ils habitent les plaines situées entre les fleuves *Sulack* & *Axay* ; quelques uns aussi le long des Montagnes : ils s'arrêtent là où ils trouvent de bons pâturages : ils n'ont ni Maisons ni villages ; mais ils passent l'été, & l'hyver qui n'y est, ni trop froid, ni trop long, sous des cabanes qui peuvent être transportées, & qui le sont aussi ; ils vivent de leurs troupeaux, qui consistent en Dromadaires, en Chameaux, en Chevaux, en Bœufs, & en Moutons. Ils sont attachés à la religion des Turcs, & se servent d'une langue qui leur est particulière : autrefois ils dépendoient uniquement du *Scham-Chal* de *Tarku*, qui jouissoit aussi des revenus du Païs : mais depuis 1722 ils se sont soumis aux Russes, & obéissent au Commandant de *Suetoykrest*. Il y en a pourtant quelques uns qui reconnoissent pour leur Souverain le Sultan d'*Axay*. Les premiers ayant été impliqués, quoiqu'après y avoir été forcés, dans la révolte du *Scham-Chal* qui arriva en 1725, furent dispersés & punis ; mais celui-ci ayant été arrêté, & la rebellion étant assoupie, une bonne partie d'entre eux revint dans les endroits, d'où la guerre les avoit chassés.

Les *Tartares* du territoire d'*Axay* ont bâti plusieurs Villages le long du fleuve dont ils portent le nom : ils dépendent du Sultan *Mah-*

mud Axay. Ce Prince & ses prédécesseurs avoient paru attachés Russie, & sembloient s'y soumettre depuis l'établissement de la Forteresse de Terky, qui pouvoit les tenir en respect; mais au fond ils étoient entierement dévoués aux Perses. Le Czar Pierre le Grand étant arrivé dans ces contrées, lors de son expédition de 1722, le Sultan se soumit entierement aux Russes sans perdre cependant aucun de ses privileges, & sans s'engager à payer aucune espece de tribut. Comme le Sultan Mahmud étoit un des plus puissans Princes de ces contrées, le Scham-Chal songea à se le donner pour successeur, afin qu'il fut en état de défendre dans l'occasion la liberté du Païs: cela se fit aussi, & le Sultan prit dès-lors suivant l'usage de sa nation le titre de Crim-Scham-Chal. Quelques années après, (en 1725) le Scham-Chal s'étant révolté, & ayant été pris & envoyé en exil, cette dignité fut abolie, & les espérances du Sultan Mahmud s'évanouirent, bien fondées qu'elles lui eussent paru, puisqu'il eut l'ingratitude de contribuer beaucoup à la perte & à l'exil de son bienfaiteur. Ceux d'Axay se servent de la langue ordinaire des Tartares, & ils sont de la religion des Turcs; ils vivent de leurs troupeaux, de l'agriculture, & du coton qu'ils recueillent en abondance: ils sont obligés de servir à la guerre: ils ont des armes à feu, quelques uns des arcs & des fleches: le fleuve Axay borne le Dagestan du côté du Nord.

Il y a des Tartares dans le territoire de Stauropol, situé entre les fleuves Sulack & Agrahan, qui sont sous la domination des Russes depuis 1722. Cette contrée où il n'y avoit autrefois ni villages ni habitans, a été appellée depuis très longtems par les Russes Stauropol; les Grecs doivent y avoir eu une Ville, qui a été ruinée après la décadence de leur Empire, & l'établissement du Mahometisme; ce qui est d'autant plus croyable que cette portion de terre, qui s'étend dans la Mer Caspienne, entre les fleuves Agrahan & Sulack, est encore appellée aujourd'huy par les Tartares Chutsch, c'est à dire, Croix. Le Czar Pierre le Grand se retirant de Derbent à Astracan faute de vivres, s'arrêta pour examiner cette contrée: il lui parut que cette presqu'isle étoit

étoit un endroit très propre à une Place, qui pût contenir dans le devoir les Peuples du *Dageftan*, & conferver la communication avec *Derbent*. Ces raifons, la bonté du terrain, & l'abondance du bois, l'engagèrent à y faire élever un Fort de fix baftions, qu'il nomma *Suetoykreft*, ou Sainte Croix, & qui entre autres avantages a celui de la communication avec le fleuve *Agrahan*. Sa Majefté Impériale fit enfuite démolier *Terky*, fituée au Nord, & à 80 Werftes (*) de *Suetoykreft*, & transporter la Garnifon Ruffe & les habitans de l'ancienne Fortereffe dans ce nouveau Fort: on bâtit auffi le long des deux fleuves plufieurs villages, tant pour les *Tersky* & les *Doniens*, que pour les *Czirkæfes*. Dans la fortereffe il n'y a que des Soldats, & les *Cofaques* qui fervent à la guerre; hors de la Fortereffe il y a des Ruffes, des *Czirkæfes*, & des *Dageftaniens*, que le commerce y retient. La religion & la langue font les mêmes que celles des Ruffes. Quelques familles des *Czirkæfes* venues du *Cabardah* s'étant établies à *Terky*, & ayant multiplié jufqu'à faire un nombre de 300. têtes, on leur affigna quelques places près de *Suetoykreft*; on leur donna un Chef tiré de leur Nation, qu'ils appellent *Ell-Murfa*, ou *Knays Bekewitz*, & qui dépend du Commendant de la Fortereffe: ils font tous, à l'exception de ceux qui ont été baptifés, de la religion des Turcs: ils habitent un petit village environné d'un bon rempart, & fitué affez près de la Fortereffe; ils entretiennent d'affez grands troupeaux, & vivent de ce commerce. Ils font obligés de fervir en tems de guerre; & lorsqu'on s'apperçoit que quelques Tartares recommencent à exercer leur brigandage ordinaire, ils font les premiers à les pourfuivre, & à leur enlever leur proye, ce qui fait leur unique falaire: il n'y a que leur Chef qui tire une penfion, & ce n'eft que lorsqu'ils ont fait quelque belle action, qu'on leur donne une petite récompenfe. Ce font de bons Soldats qui fervent à cheval.

Czir-

(*) *Werft*, mille Ruffe: on en compte 104½ fur un degré: *Agatfch*, mille Perfanne: on en compte 21 fur un degré.

Czirkæſes.

Les *Czirkaſes* habitent le *Cabardah* ; la partie ſupérieure qui eſt fort montagneuſe, eſt bornée par le *Tauliſtan*, par le Païs des *Avari*, par les Montagnes de la *Georgie* nommées *Imirette*, & par les *Tartares* ſurnommés *Cubani* : la partie inférieure s'étend depuis les Montagnes de la premiere jusqu'aux fleuves *Terek* & *Syntſch*. Tout le Païs n'eſt pas fort grand, & dans huit jours il eſt facile de le parcourir d'un bout à l'autre ; la partie ſupérieure eſt remplie de défilés, elle n'a point de Villes, à peine peut-on appeller ſes habitations des Villages, puisque les habitans placent leurs cabanes où bon leur ſemble. Pour le *Cabardah* inférieur il a beaucoup de plaines, & des plaines fort étendues, des bois, & des prairies : il s'y trouve cependant peu de Villages. Entre les Montagnes du *Cabardah* ſupérieur on en trouve une d'où trois fleuves tirent leur ſource : le premier coule vers l'Occident, traverſe le païs des *Tartares*, ſurnommés *Cubani*, & ſe jette dans la Mer Noire : le ſecond eſt le fleuve *Terek*, qui ſépare le *Cabardah* ſupérieur de l'inférieur, & coulant enſuite dans la plaine va ſe jetter dans la Mer Caſpienne : le troiſième eſt le fleuve *Kuma*, qui coule d'abord entre les montagnes, & enſuite le long de ces montagnes, & après s'être conſidérablement accrû en ſe joignant à plusieurs autres fleuves, il prend ſa courſe au travers des plaines vers la Mer Caſpienne, qu'il n'atteint cependant pas ; il ſe perd inſenſiblement après avoir formé quelques marais, couverts de joncs : là ou il ſe réunit au fleuve *Byruma*, il y a de très belles campagnes, de belles forêts, & pluſieurs ruines d'anciennes habitations, de villages, & de bourgs : on remarque entre autres celles d'une grande Ville, qui a de très belles Maiſons fort bien voûtées, & qui renferme une quantité de monumens travaillés avec beaucoup d'art, ce qui perſuade qu'autrefois cette Ville étoit conſidérable & floriſſante : on l'appelle encore aujourd'huy *Madſchar*, & comme ce nom eſt celui que les Polonois & les Turcs donnent aux Hongrois, & que les Hongrois ſe donnent à aux mêmes, il ſe pourroit fort bien que les fondateurs du Royaume de Hongrie tiraſſent leur origine

gine de là. Les *Czirkæſes* forment un ſeul Peuple, libre autrefois; car, bien qu'ils ayent toujours paru attachés aux Ruſſes, & que quelques uns de leurs Princes ſe ſoyent ſoumis avec leurs ſujets au Czar, ce qui a fait mettre à quelques Auteurs le *Cabardah* au nombre des Provinces de l'Empire de *Ruſſie*, il eſt certain, qu'ils ont toujours conſervé toutes les prérogatives de la liberté & de l'indépendance. Au milieu du ſiécle paſſé, le *Cham* de la *Tartarie Crimée* les obligea à lui promettre une eſpece de tribut annuel; il conſiſtoit dans le meilleur cheval, le plus beau ſabre, le plus bel arc, & la plus jolie fille qui ſe trouvoit dans tout le *Cabardah*: le *Cham* envoyoit tous les ans un Ambaſſadeur pour faire le choix & pour prendre le tribut; cet Ambaſſadeur devoit être bien acceuilli; auſſi lui laiſſoit-on la liberté de s'amuſer avec les femmes & les filles du Païs. Ce fut là le ſeul échec qu'on donna à leur indépendance: le mal dura jusqu'au commencement de ce ſiècle; honteux à la fin d'une pareille ſervitude, ils maſſacrerent l'Ambaſſadeur & ſa ſuite. Le *Cham* irrité envoya ſon Vizir à la tête de 30 mille hommes pour punir cette injure: les *Czirkæſes* ſe délivrerent de leurs ennemis ſans perdre de monde: ils choiſirent quelques gens affidés, qui allerent trouver les Tartares, & leur offrirent de les conduire par des chemins très courts, & très commodes jusques dans le ſein du *Cabardah*: les Tartares trop crédules ſuivirent ces guides, & ſe trouverent enfin dans des défilés, qu'on avoit eu ſoin de boucher; ils périrent miſérablement ſans qu'aucun d'entr'eux eut pû ſe ſauver. Depuis ce tems les *Czirkæſes* ont vêcu en pleine liberté: cette indépendance ne ſubſiſte pas ſeulement vis à vis de leurs voiſins, mais encore vis à vis de leurs Princes, dont le nombre eſt aſſés grand dans l'un & l'autre *Cabardah*; ils ne leur obéiſſent qu'autant & qu'auſſi longtems que cela les accommode, ils exigent que ce ne ſoit que le mérite perſonel des Princes, qui les faſſe diſtinguer de leurs ſujets. Le plus puiſſant des Princes du *Cabardah* ſupérieur étoit en 1728 *Islam Beck*, eſtimé de tous les autres à cauſe de ſon âge & de ſon mérite: dans le *Cabardah* inférieur, c'étoit *Caſybc-Beck*, non ſeulement eſtimé par ſon Peuple, mais encore par ſes voiſins, les *Awary*, & les *Tawlinsky*.

 Les

Les sujets vivent en camarades avec leur Prince, qui est obligé de les consulter : s'il leur déplait, ils le quittent & en vont trouver un autre, ce qu'ils ont droit de faire sans en avoir même de raison legitime. Ces Princes n'ont jamais rien à eux, parce qu'ils n'osent pas refuser ce qu'on leur demande, fut-ce même leur habit, à moins qu'ils ne veuïllent s'exposer à être abandonnés de celui qui n'a pû obtenir ce qu'il a demandé : ils n'ont d'autres revenus, que ce qu'ils tirent de leurs vassaux, *Georgiens* pour la plus grande partie ; & cela ne consiste qu'en quelques agneaux, & en quelques jeunes filles. On apprend à ces jeunes filles, à coudre & à broder ; on les vend ensuite aux Perses, aux Turcs, aux Tartares, à tous ceux qui veulent les acheter, & en donner depuis 100 jusqu'à 500 Roubles, suivant qu'elles sont plus ou moins belles. Les femmes du *Cabardah* ne sont point exemtes du malheur de passer entre les mains du premier acheteur ; comme elles sont assez jolies, les Turcs & les Perses en achetent beaucoup, les parens les leur vendent : & les Tartares en enlevent quelquefois.

Les *Czirkæses* ne frappent point de monnoyes ; ils se servent de celle des Perses, des Turcs, & des Russes : ils vivent surtout de leur bêtail, ils ont de beaux chevaux connus par la vitesse de leur course : ils sont fort habiles à faire des selles, & des courroyes, c'est une bonne partie de leur commerce avec les Tartares. Ils sont bons Soldats, & fort adroits à tirer de l'arc, qu'ils portent ainsi que le sabre, & la cuirasse. Leur plus grande étude, ou plutôt leur étude unique, est l'art de voler avec adresse, surtout les Tartares *Cubani*, qui ne leur cedent en rien. Entre eux ils ont un espece de cartel assez singulier. C'est que, lorsqu'une troupe vient d'enlever quelques chevaux, quelques brebis, ou autre chose, ceux qui ont été volés peuvent la poursuivre & l'attaquer, pourvû qu'elle n'ait pas à sa tête un Prince ou *Myrsa*, (comme ils l'appellent,) car alors il ne leur est pas permis de mettre la main aux armes, mais d'un autre côté ils sont dédommagés par la restitution du plaisir de la vengance.

Dès

Dès que le fils d'un Prince a atteint l'age de douze ans, il quitte la maison paternelle, pour servir chez un autre Prince, comme *Jusderim*, ou Cavalier de Cour: c'est là qu'on lui apprend à voler adroitement. On commence par lui faire enlever les fruits d'un jardin voisin; après cela on lui demande des troupeaux de moutons, & enfin c'est à enlever avec adresse beaucoup de chevaux qu'on reconnoit, s'il a profité des leçons de ses maitres. On ne vole cependant guère à force ouverte: on n'use de violence que dans des haines particulières.

Il y a 80 ans ou environ que les *Czirkæses* étoient Chrêtiens, & attachés à l'Eglise Grecque. Mais mal instruits & vivant peu avec des Chrêtiens qui le fussent plus qu'eux, le Mahométisme a pris la place du Christianisme. Comme ils n'avoient point de livres, pas même de caractères pour écrire dans leur langue, qui paroit n'avoir aucun rapport avec les autres, le service divin s'étoit fait en langue Grecque, qu'ils n'entendoient pas, & que leurs Prêtres n'entendoient guère mieux: cela joint aux liaisons où ils se trouvoient avec les Tartares de la *Crimée*, qui les obligerent à apprendre le Turc, & le Tartare, explique comment le Mahométisme a détruit la Religion Chrêtienne: quelques uns se disent encore Chrêtiens, mais ils n'en portent que le nom, vivant dans la plus crasse ignorance, & n'ayant point abandonné leurs anciennes cérémonies superstitieuses: c'est la secte des Turcs, que les Mahométans de ces contrées ont embrassée.

Le Dagestan.

Dans la partie supérieure on trouve *Tarku*, *Andre-Ofka* ou *Endery*, *Tschytschin*, *Boynak*, *Uthæmisch*, & *Kubeschah*.

Le district de *Tarku*, quelquefois nommé simplement *Dagestan*, est beaucoup plus considérable que tous les autres du même païs. Du côté du Nord il touche au fleuve *Sulak*, du côté de l'Orient à la Mer, du côté du Midi aux montagnes de *Boynak*, & du côté de l'Occident

cident il s'étend le long des Montagnes jusqu'au Païs des *Tawlinsky*, & des *Akuſchintzy*. Ce Diſtrict renferme outre la Ville de *Tarku* pluſieurs grands & beaux villages, dont les uns ſe trouvent dans les plaines le long de la Mer, & les autres entre les Montagnes. Les habitans, nommés *Dageſtaniens*, quelquefois auſſi *Kumuky*, ſe ſervent d'une langue qui eſt un compoſé de celle des Turcs, & de celle des Tartares, en ſorte qu'ils peuvent ſe faire entendre des deux Peuples. On s'en ſert tout le long de cette côte de la Mer jusqu'à *Gilan*. Le Peuple eſt de la Religion des Turcs; il a de belles Vignes, de beaux jardins, des champs bien cultivés, & des troupeaux: on trouve ici beaucoup de Coton. Les habitans de *Tarku* commercent avec les Perſes, & les Ruſſes: ceux qui vivent dans les Montagnes, enlevent des *Georgiennes*, des *Armeniens*, & des *Czirkaſſes*, & les vendent aux Tartares de la *Crimée*, & aux Tartares ſurnommés *Cubani*. Communément ils ſont de fort bons Cavaliers; ils ont des armes à feu, & des ſabres: peu d'entre eux ſe ſervent de flêches. Ils reconnoiſſoient autrefois pour leur Chef le *Scham-Chal*, ſous la protection cependant des Perſes; ils ſont depuis 1722 ſous celle des Ruſſes: le *Scham-Chal* tira les revenus du Païs jusqu'en 1725. Depuis les Ruſſes les ont laiſſés aux petits Princes du Païs, jusqu'à ce que les affaires ſoient miſes ſur un autre pied. La Ville de *Tarku* eſt ſituée à 5 Werſtes de la Mer vers l'Occident; elle eſt entourée de hautes Montagnes, qui la couvrent de tous côtés, excepté du côté de la Mer: elle eſt bâtie en partie ſur la Montagne; elle eſt d'une aſſez grande étendue, & ſelon les apparences fort ancienne: le Palais du *Scham-Chal* eſt placé ſur l'endroit le plus élévé de la Ville, qu'il domine: les ruës ſont fort irrégulières, & les maiſons bâties à l'orientale avec des toits plats: quoiqu'aſſez médiocres par l'extérieur, elles ſont fort bien diſtribuées dans l'intérieur. Ce qu'il y a de plus remarquable, ce ſont les aqueducs, qui portent l'eau partout, & au moyen desquels on a beaucoup de baſſins & de bains: on tire l'eau de quelques ſources, qui ſe trouvent ſur les montagnes; elle paſſe par le Palais du *Scham-Chal*, & s'étend de là par des canaux dans toute la Ville: il n'y a pas d'écurie, ni de Cour, qui

qui ne soit arrosée. Le *Scham-Chal*, qui résidoit autrefois à *Turku*, avoit un pouvoir fort étendu. Cette dignité doit son origine aux Arabes qui demeuroient à *Damasco*, autrement *Scham*, & qui envoyoient de là des Gouverneurs dans les Païs qu'ils venoient de soumettre : ils poussèrent leurs conquêtes dans les premiers siècles du Mahométisme jusqu'à la Mer Caspienne. Comme *Chal* signifie en Arabe Prince, on voit d'où dérive le nom de *Scham-Chal*, dénomination conservée jusques à nos jours. Le pouvoir de ce Prince ne s'étendoit pas seulement sur tous les autres Princes du *Dagestan*, mais encore sur les *Taulintzy*, & bien au delà des Montagnes, presque jusques à *Schamachie*.

Pour contenir dans le devoir, & dans la paix, tous ces différens peuples, il étoit obligé d'avoir sur pied une Armée assez considérable : pour l'entretenir il avoit, outre les revenus qu'il tiroit des Provinces du *Dagestan*, une pension annuelle de la Cour de Perse de 4000 Tumées, ou 40000 Roubles. Le Roi de Perse l'avoit mis du nombre des quatre grands soutiens de son Empire : dans les grandes Cérémonies il se trouvoit à la Cour de ce Monarque, & s'asseyoit à côté du Thrône, comme celui qui défendoit l'Empire contre les Russes : de même que le Chan, ou Gouverneur de *Candahar*, y étoit comme le défenseur de l'Empire contre les *Indiens*, le Prince de *Georgie* comme soutien de la Perse contre les Turcs, & un quatrième Gouverneur pour les frontières du côté de l'*Arabie*. Quoique le *Scham Chal* eut besoin de la confirmation du Roi de Perse, il avoit cependant le droit de nommer de son vivant celui qui devoit lui succeder, & celui qu'il avoit désigné, étoit appellé *Crim-Scham-Chal*; les Russes & les Perses le caressoient également, & il recevoit de part & d'autre des présens considérables. Le dernier *Scham-Chal* s'appelloit *Abdulgieray* : il fit si bien, que, quoique le Roy de Perse en eut confirmé un autre pour succéder a son prédécesseur, il conserva le gouvernement à l'aide des Russes qui lui avoient envoyé du secours pour chasser son compétiteur ; il obtint à force d'intrigues la confirmation que la Cour de Perse

parois-

paroiſſoit d'abord fort éloignée de lui accorder. Son compétiteur, ſentant bien qu'il n'étoit pas en état de faire valoir ſes droits, ſe borna à demander une petite étendue de terrein, ſituée entre *Suetoykreſt* & *Axay*, qu'on lui donna; & c'eſt ce qui le fit appeller dans la ſuite *Schubgan-Scham-Chal*. *Schubgan* ſignifie en langue Tartare un homme qui garde des troupeaux. En 1722 il ſe ſoumit aux Ruſſes, & il jouit tranquillement depuis ce tems là des revenus de ſon petit Païs; il ne paye aucune eſpece de contribution. Pour ce qui regarde *Abdul-gieray*, il demanda au Czar une garde, qui lui fut accordée: on lui envoya un bas officier, douze Soldats, & un Tambour, qu'il garda à *Tarku* jusques à ſa révolte.

Pendant les derniers troubles dont la Perſe fut agitée, il fit tout ce qu'il put pour rétablir la paix: mais n'étant pas aſſez puiſſant pour donner la loi, & voyant que du côté des Perſes on ne choiſiſſoit pas les moyens les plus convenables pour rétablir la tranquillité publique, il s'adreſſa au Czar, qui entreprit enſuite la Campagne de 1722. Lorsque le Czar paſſa par le *Dageſtan*, le *Scham-Chal* alla lui prêter hommage, & ſe mit ſous ſa protection, en conſervant cependant tous les privileges & toutes les prérogatives dont il jouiſſoit. Cette liaiſon dura peu: l'établiſſement de la fortereſſe de *Suetoykreſt* lui déplût beaucoup; les Turcs l'engagerent à prendre les armes, en lui promettant bien plus qu'ils n'avoient deſſein de lui tenir: il raſſembla toutes ſes forces, elles montoient à 30 mille hommes; il fut battu, & dans l'eſpérance d'appaiſer le Czar, il alla dans le Camp des Ruſſes, où il fut arrêté, & envoyé en exil. La révolte étant aſſoupie, la Ruſſie jugea à propos de ne pas rétablir cette dignité: il fut réglé que le Général qui commanderoit le corps de troupes, qui étoit dans le *Dageſtan*, exerceroit en même tems les fonctions de cette charge. La principale des femmes du *Scham-Chal* étoit une fille du Sultan *Mahmud Axay*; elle avoit beaucoup d'eſprit, & fit tous ſes efforts pour détourner ſon Mari du deſſein que les Turcs & *Suetoykreſt* lui avoient fait naître: comme il traitoit avec la plus grande cruauté les Marchands Ruſſes qui ſe trou-

voient

voient à *Tarku*, elle facilita la fuite de tous ceux qu'elle put soustraire à la fureur de son époux: mais voyant que ses prières, & ses conseils n'étoient d'aucnn effet, elle se retira dans les Montagnes, où elle mourut de chagrin, avant les malheurs du Prince rebelle.

Les petits Princes ont gagné par la chûte du *Scham-Chal*: la Cour de Russie n'a rien retiré, & ne retire rien encore de ces Princes qui ont été obligés de se soumettre.

André-ofka, ou *Endery*, est un grand village environné de montagnes, & de forêts, & situé entre les fleuves *Sulack* & *Axay*, auquel il faut encore joindre quelques autres villages voisins. Cet endroit a été bâti par quelques Russes & par quelques Cosaques vagabonds, qui se sont joints aux Tartares dispersés dans ces contrées. Après que ces brigands se furent établis dans cet endroit, que la Nature avoit fortifié, ils se rendirent si redoutables de tous côtés, que leurs voisins n'oserent plus mener leurs troupeaux dans les prairies, ni passer les chemins qui menent d'*Astracan* à *Schamachie*, parce que tout le monde y étoit pillé. Ils se soutinrent dans cette indépendance jusqu'en 1722, où, malgré la situation avantageuse d'*Endery*, & le désespoir où le Peuple avoit été réduit, la Ville fut prise d'assaut, ruinée de fonds en comble, & la plus grande partie de ses habitans massacrée. Cette ville a été rétablie dans la suite, ce qui étoit resté d'habitans, s'étant soumis aux Russes, & ayant promis de substituer la culture des terres au brigandage qu'ils avoient exercé jusques alors. Ils se servent d'armes à feu & de flêches: ils sont de la Religion des Turcs, leur Prince ou Chef s'appelle *Eidemir*, ou *Mussal*; il jouit de tous les revenus du païs sans payer de tribut aux Russes: la langue du Païs est celle des Tartares.

Les habitations du *Tschytschin* s'étendoient autrefois presque depuis les Montagnes d'*Endery* jusqu'à la Mer. Comme les habitans enlevoient beaucoup de chevaux & de bétail aux *Cosaques* surnommés *Grebensky*, & à ceux qu'on appelle *Doni*, on envoya contr'eux en 1718 quel-

quelques milliers de ces *Cosaques*, & leurs habitations furent ruinées : quelques uns d'entr'eux échapés à la poursuite des Cosaques, ont été habiter les Montagnes, & se sont soumis aux Russes en 1722. Le gouvernement de ce petit peuple est entre les mains de quelques habitans, qu'ils appellent *Anciens* : ils dépendoient autrefois du *Scham-Chal*, qui tiroit aussi les revenus du Païs, qui ne consistent que dans quelques moutons & autres piéces de betail. Ils vivent de leurs troupeaux ; leur langue est celle des Tartares, & leur Religion celle des Turcs.

Le District de *Boynack* est situé près de la Mer entre les Montagnes de *Boynack*, près d'*Uthæmisch* ; il renferme quelques villages. Les habitans sont de la Religion des Turcs : ils vivent de la culture des terres & de leurs troupeaux : leur langue est un mélange de Turc, & de Tartare : leur Prince *Mehemed*, qui dépendoit autrefois du *Scham-Chal*, s'est soumis aux Russes en 1722, il jouit de tous les revenus de son Païs. Ce Prince est fort foible ; il a toujours été obligé, ainsi que ses prédécesseurs, de se conformer aux volontés du *Scham-Chal* : il fut envelopé dans la révolte de 1725, mais s'étant soumis aussitôt aux Russes, & leur ayant représenté que ce n'avoit été que pour éviter sa perte, qu'il s'étoit joint au *Scham-Chal*, il fut rétabli.

Le District d'*Uthæmisch* s'étend le long de la Mer, entre *Boynack* & la Montagne d'*Usmey* ; & renferme quelques villages, parmi lesquels celui d'*Uthæmisch* est le principal. Les habitans sont de bons Cavaliers, comme tous ceux du *Dagestan* ; ils portent le sabre, se servent d'armes à feu, vivent de leurs troupeaux & de la culture des terres, parlent le Tartare, & suivent la Religion des Turcs. Quoiqu'ils ayent près de la Mer assez de champs, il ne peuvent cependant pas recueillir assez de grains pour leur subsistance : la sécheresse, & les sauterelles, les obligent de chercher au pied des Montagnes du District d'*Usmey* des terres plus favorables à la récolte. Leur Prince, le Sultan *Mahmud Uthæmisch*, qui dépendoit autrefois d'*Usmey*, & des Perses, osa attaquer toute l'Armée des Russes à son passage par *Derbent* ; il avoit 16000 hommes, qu'il avoit tirés de son district, & de

celui

celui des *Chaitaki* : il fut bientôt repoussé, ses troupes furent dispersées, & son païs, avec le village d'*Uthæmisch*, fut ruiné par le fer & le feu. Il a rétabli ces villages dans la suite, & s'est soumis aux Russes, ainsi que l'*Usmey* : pour plus de sureté, on exigea qu'il envoyât à *Derbent* son fils âgé d'un an & demi, comme *Amanate*, ou ôtage. Il jouit de tous les revenus de son païs, sous la dépendance de l'*Usmey*, sous le commandement duquel il est obligé de servir à la guerre.

Kubeschah est un grand village, au dessus du païs des *Chaitaki*, & à côté de celui des *Karachaitaki*, vers le Nord : il est situé entre de hautes montagnes, sur une petite élévation : comme on n'y peut parvenir que par un défilé, cet endroit est regardé comme un des plus forts de toute la contrée : les habitans sont de la Religion des Turcs, & leur langage n'a rien de commun avec celui de tous les Peuples de ce païs. Ils se donnent à eux-mêmes le nom de *Frænki*, nom qui en Orient est commun à tous les Peuples de l'Europe : ils disent que leurs Ancêtres sont venus s'établir dans cet endroit il y a plus de mille ans, mais ils ignorent à quelle occasion : ils présument qu'ayant fait le commerce par mer, l'orage les a jettés sur ces bords, & que leurs pères n'ayant pas vû le moyen de retourner dans leur Patrie, s'y sont établis. D'autres, curieux de rechercher l'origine de leur établissement, disent que des Marchands Grecs & Genois, il y a plusieurs siècles, avoient fréquenté les bords de la Mer Caspienne, comme ceux de la Mer Noire ; qu'ayant trouvé des mines sur ces montagnes, ils les avoient exploitées, & en avoient tiré du cuivre, de l'argent, & d'autres métaux ; qu'outre cela ils y avoient établi des fabriques, & fait de très beaux ouvrages ; que dans le dessein de les faire valoir, ils y avoient envoyé des ouvriers qui avoient attiré plusieurs habitans du païs pour les instruire ; que l'invasion des *Arméniens*, des *Osmannes*, des habitans du *Dzingischan*, & du *Batty*, ayant ruiné les fabriques & les mines, les ouvriers s'étoient réunis, & avoient formé une espèce de République. Le fait paroit d'autant plus vraisemblable, que les habitans du païs en général sont de très bons ouvriers ; ils font de très bonnes armes à feu, des sabres, des cuirasses : ils excellent dans les ouvrages en or & en argent.

Ils ont aussi pour leur défense plusieurs Canons, qu'ils ont fondu eux-mêmes, & qui sont de cuivre. Ils frappent de la monnoye Turque & Perse: ils ont même réüssi à contrefaire les Roubles de Russie, qu'on prend volontiers partout parce qu'ils sont de poids. Ils ont bien quelques champs sur les plaines, & des prairies pour leurs troupeaux; mais ils achetent pourtant la plus grande partie de ce qu'il leur faut de grain & de bêtail, & vivent de l'ouvrage de leurs mains qu'on admire dans tout l'Orient, & qui est transporté en Perse, dans la Turquie, & dans la Tartarie Crimée. Ils sont pour la pluspart à leur aise; ce sont de bons Soldats, qui se bornent à conserver leur liberté. S'ils se sont quelquefois liés avec le *Scham-Chal*, ou bien avec l'*Usmey*, ce n'a jamais été que par des Traités d'amitié, & sans se soumettre à personne, pas même aux Perses. Leur village a même été le lieu où l'*Usmey*, le *Scham-Chal*, & d'autres Princes de ces contrées, se sont rendus comme à un endroit neutre, pour pacifier les troubles qui s'étoient élevés entr'eux, & remettre la paix. En tems de guerre ou de troubles plusieurs personnes y portent leurs biens & leurs effets, comme dans un endroit sûr: le Chan de *Surchai* y porta tout ce qu'il possedoit, ce qui étoit fort considérable, & qui avoit été amassé dans le tems de la révolte, & par le pillage de *Schamachie*, d'*Ardebil*, & d'autres endroits. Pendant cette révolte, le *Bey Daud* jetta les yeux sur cet endroit, à cause des richesses qui y étoient, il forma le dessein de le surprendre: mais les habitans allerent au devant de lui, & borderent de canons les defilés qu'il avoit à passer; il fut si maltraité dans cette expédition, qu'il fut obligé de rechercher leur amitié, & de se la concilier par des présents. Tous les ans ils élisent douze Anciens, qui jugent de toutes les quérelles, & à qui tout le monde est obligé d'obéir: comme ils sont tous égaux, personne n'est exclus du Gouvernement. En 1725 leurs Anciens se soumirent aux Russes; mais cela s'est fait sans que leur liberté & leur païs en ayent souffert, ou en souffrent le moins du monde.

Le bas *Dagestan* comprend cinq districts & six gros villages: les districts sont, 1) *Alty Parah*, près du fleuve *Sumura*, du côté du Sud,

il

il est borné à l'Orient par *Cubah*, à l'Occident par *Ruthul*, au Midi par la haute Montagne de *Schalbrus*.

2. *Ruthul*, près du fleuve *Samura*, du côté du Sud, un peu plus vers l'Occident, où il confine à *Achty*; à l'Orient il est borné par *Alty Parah*, & au Midi par les Montagnes nommées *Schattgory*.

3. *Achty*, près du fleuve *Samura*, encore plus vers l'Occident que les deux autres, où il confine au district de *Tokus Parah*; il est borné au Midi par les Montagnes de *Schat*, & à l'Orient par *Ruthul*.

4. *Mischgenscha* est situé au Nord du fleuve *Samura*, près d'une haute Montagne nommée *Gattun-Küll*, vis à vis d'*Achty*, dont il est séparé par le fleuve *Samura*.

5. *Tokus-Parah* est situé entre les Montagnes de *Schalbrus*, & de *Schatt*: les Montagnes l'environnent du côté du Midi, & du côté de l'Occident.

Tous ces districts renferment quelques villages, situés entre les montagnes, les uns rassemblés, les autres dispersés dans des plaines arides: on ne peut y arriver que par des sentiers pierreux & fort étroits; ils sont bordés de rochers, & de montagnes couvertes de neige l'été & l'hyver: mais en revanche les chemins qui conduisent d'un district à l'autre sont spacieux & commodes; les habitans les ont faits afin de pouvoir se secourir mutuellement. Les habitans parlent la langue de ceux du *Lesgint*, qui n'a rien de commun avec les autres langues du Païs: ils sont tous de la Religion Mahometane, & tous de la Secte des Turcs, excepté ceux de *Mischgenscha* qui suivent la Secte d'*Aly*. Ce peuple est presque sauvage, adonné tout entier au pillage: il a quelque peu de bétail, mais presque point de champs; il est obligé de troquer à *Cubah* son bétail contre du bled: c'est là la raison qui lui fait ménager le district de *Cubah*, qui est à l'abri de ses excursions, dans la crainte qu'on ne lui ôte la liberté d'y venir acheter du froment & du ris. Chaque village a bien son *Ancien*, qui se joint à ceux des autres districts; mais on ne leur obéit qu'autant qu'on veut, chacun étant son maitre.

De ces cinq districts il n'y a que celui d'*Alti-Parah* qui ait été laissé aux Russes, lorsqu'on est convenu des limites, qui devoient séparer leur domaine de celui des Turcs : les quatre autres sont sous la domination du Grand Seigneur : personne cependant ne s'est encore mis en possession de ce qui lui est échu en partage, tout est resté dans l'état où il étoit, & y restera sans doute bien longtems, car ces peuples ne veulent point entendre parler d'un semblable partage ; ils prétendent être libres, & ne dépendre de qui que ce soit, & croyent avoir possedé cette liberté depuis un tems immémorial. Comme ils se soutiennent mutuellement, & qu'il est difficile de parvenir jusques à eux, qu'outre cela ils sont pauvres, & qu'il seroit imprudent de s'y fier après les avoir soumis, il ne paroit pas que les Russes, ni les Turcs, fassent jamais de grands efforts, pour les obliger à les reconnoitre pour Souverains. Les Perses en ont agi ainsi autrefois ; il les ont bien comptés au nombre de leurs sujets, mais ils leur ont laissé toute leur liberté, & ils y ont été obligés, car le Sultan de *Derbent* n'y envoya jamais de détachement de troupes qui ne fut repoussé vigoureusement. C'est la *Georgie* qui souffre le plus des incursions & des brigandages de ces Peuples, qui y vont enlever des bestiaux, des chevaux, & des hommes : il se servent d'armes à feu & de sabres ; ils sont courageux, & même intrépides. Dans la derniere rebellion ils ont rendu de bons services au Bey *Daud* & au Chan *Surchai*, sans oublier pourtant leurs intérets particuliers, car ils pillérent partout à leur profit. Ils ont été attachés en quelque maniere à *Temur-Axak*, ou comme on l'appelle autrement, à *Tamerlan*, mais non point de force & par devoir : ils prétendent qu'ils ne l'ont suivi dans la guerre, qu'en vertu des Traités d'amitié qui subsistoient entr'eux. Ils racontent que *Tamerlan*, après avoir pillé le plat païs, & les bords de la mer, étoit entré subitement dans le *Dagestan*, mais que leurs pères s'étant emparés des chemins & des défilés, avoient massacré presque toute son Armée, & que *Tamerlan* avoit eu de la peine à se sauver avec quelques uns des siens : ils ajoutent à cela qu'irrité de cet échec, & dans le dessein de se relever, il étoit entré deguisé dans le *Dagestan*, pour juger par lui-même par quel chemin il

pourroit

pourroit y pénétrer plus facilement ; qu'il avoit passé la nuit chez une vieille veuve, qui ne l'ayant pas connu lui avoit présenté suivant l'usage une bouillie ; qu'ayant eu faim, il s'étoit mis à manger, & s'étoit brûlé pour n'avoir pas attendu que la bouillie eut perdu une partie de sa chaleur ; que là dessus cette femme lui avoit dit : *tu es aussi imprudent que Temur-Axak, qui vint au milieu du Dagestan, & qui s'y brûla comme toi ; s'il fut resté aux bords, il se seroit rassasié, & les peuples du Dagestan aussi :* que *Tamerlan* surpris de ce discours, avoit changé d'avis, & lié amitié avec ce Peuple, qui l'avoit beaucoup aidé dans les conquêtes qu'il avoit faites depuis. C'est *Tamerlan* qui leur persuada d'embrasser le Mahométisme, & de quitter l'Idolatrie Payenne : ils ne le firent guère qu'en apparence : leurs Prêtres sont les plus grands voleurs.

Les six grands villages du bas *Dagestan* sont

1. *Buduch*, au dessus de *Rustan* vers l'Occident, au bas des hautes Montagnes.
2. *Chanaluk*, au dessus de *Cuba* vers l'Occident : au Nord de ce village sont situées les Montagnes de *Schatt*.
3. *Krisch*, près de *Chanaluk* entre des Montagnes.
4. *Dschæk*, près de là aussi, & près de *Kapulh*, plus vers l'Occident, au bas d'une haute Montagne.
5. *Alihk*, près de *Krisch*, plus vers l'Orient, entre des Montagnes.
6. *Kapulh*, près de *Krisch* & de *Dschæk*.

Entre ces villages il n'y a que *Chanaluk* qui ait un district, auquel appartiennent 2 ou 3 petits villages : ils sont tous six assés près les uns des autres, & au Nord ainsi qu'à l'Occident ils sont environnés de hautes montagnes : les avenuës sont fort étroites, & lorsqu'ils brisent les ponts qu'ils ont au dessus de quelques gouffres remplis d'eau, que la neige fondue y a amassé, il est presqu'impossible d'y parvenir.

Les habitans sont de la Religion des Turcs; ils se servent de la langue du *Lesgint*, quoique plusieurs entendent ce langage mêlé de Turc, & de Tartare, sur tout ceux de *Buduch*, d'*Alihk*, & de *Kapulh*. Leur façon de vivre est semblable à celle de tous les Peuples du *Dagestan;* ils vivent de ce qu'ils enlevent à leurs voisins: il arrive pourtant rarement, qu'ils volent ouvertement. Comme ils ont quelques champs dans la plaine de *Rustan*, qui est sous la domination des Russes, où ils mènent paître en hyver leurs troupeaux, qu'ils ne peuvent pas garder sur les montagnes à cause de la neige, ils sont obligés de ménager ce côté là, & de n'y pas exercer leur brigandage ordinaire.

Chaque village a son Ancien, qui conjointement avec les Prêtres termine les quérelles & rend la justice: ces peuples ne reconnoissent pas d'autres supérieurs, ils veulent être libres comme leurs voisins. *Buduch* appartenoit autrefois à *Rustan*, mais il s'en est séparé, & les habitans se sont réunis aux *Dagestaniens*.

Dans la démarcation des limites, ces six villages ont été laissés au Turc, mais les habitans n'ont pas voulu se soumettre, & ils ne sont pas encore soumis. Ils se soutiennent mutuellement, & vivent en bonne harmonie avec les cinq districts voisins; ils ont de la peine cependant à se rassembler, parce que les montagnes de *Schatt* empêchent la communication, ou du moins la rendent très difficile. N'ayant pas comme les cinq autres districts l'avantage des hautes montagnes, & des défilés étroits, ils ne sont pas également à l'abri de perdre leur indépendance; le Chan de *Schamachie* pourroit bien avec le tems les soumettre. Au reste on peut remarquer que le mot *Dagestan* vient du mot Tartare *Dag*, par où l'on entend une montagne médiocre, & qu'il signifie par conséquent un païs rempli de montagnes d'une hauteur médiocre.

Les Chaitaky, & les Karachaitaky.

Les *Chaitaky* habitent les bords de la Mer Caspienne, depuis *Uthemisch* jusqu'es aux frontières du *Schirwan*, dont ils sont séparés par la

rivière

riviére nommée *Darbach*; ils ont les *Karachaitaky* à l'Occident. Leur païs est grand, beau, & fertile; il renferme plusieurs villages parmi lesquels *Baschlo* & *Medschilis* sont les principaux, & en même tems la résidence ordinaire de l'*Usmey*. La plûpart des habitans se sont établis dans les plaines depuis la mer jusqu'es au bas des montagnes; ils ont de beaux champs, des vignes, des jardins, & de belles prairies: les *Akuschintzy*, & ceux du *Tawlistan*, y menent en hyver leurs troupeaux, que la neige empeche de paître sur les montagnes; & l'*Usmey* tire de là des sommes assez considérables, vû qu'on y mene plus de cent mille Moutons.

Les *Karachaitaky*, ou les *Chaitaky* noirs, habitent les Montagnes au delà des plaines dont nous venons de parler, & qui sont pour eux à l'Orient: du côté de l'Occident leur païs est borné par celui des *Kumuki*, au Nord par le *Kubeschah*, & au Midi par *Tabassaran*: leur district comprend plusieurs beaux villages; *Karagurasch* est le principal: le païs n'est pourtant pas aussi bon que celui des *Chaitaky*, c'est pourquoi les habitans n'y sont pas aussi riches, & c'est ce qui les a fait surnommer *Kara*, c'est à dire noirs, ou pauvres: ils ont pourtant quelques champs dans les plaines, & quelque peu de commerce.

Les uns & les autres sont de la Religion des Turcs; ils ont leur propre langue, qui a quelque rapport avec celle des *Kumuky*: les principaux d'entre eux parlent aussi cette langue, qui est un composé de Tartare & de Turc: ils vivent de la culture des terres, & de leurs troupeaux: ils sont de bons Soldats, & de bons Cavaliers; ils se servent d'armes à feu & de sabres. Leur Prince, qu'on nomme communément *Usmey*, s'appelle à présent *Ahmed*; il porte le titre de Chan des *Chaitaky* & *Karachaitaky*, & a toujours été le premier Prince de ces contrées après le *Scham-Chal*: les *Akuschintzy*, une partie des *Tawlintzy*, & des habitans de *Kubeschah*, dépendent de lui sous certaines conditions. Aussitôt que la femme de l'*Usmey* accouche d'un fils, on l'envoye dans le plus grand village du Païs, où toutes les femmes sont obligées de lui donner le sein: quand on a fait le tour,

on

on porte l'enfant dans un autre village, & ainsi de suite jusques à ce qu'il ait fait le tour du païs. Les habitans croyent être obligés par là à le défendre au prix de leur sang, puisqu'il a sucé avec eux le même lait. Le Prince qui regnoit en 1728 étoit un homme fort rusé, & fait aux intrigues: ce fut lui qui porta le *Scham-Chal* à la révolte; il lui avoit promis du secours, mais comme il vit que les Turcs ne venoient pas aussi-tôt qu'il l'avoit crû, il ne remua pas: en 1725 il se soumit aux Russes, à qui il prêta homage conjointement avec son fils, & les Anciens du Païs: on lui laissa tous ses revenus, on lui accorda même une pension annuelle de 2000 Roubles, à condition qu'en tems de guerre il serviroit avec ses sujets.

Le Legistan.

Les habitans du Païs sont appellés *Lesgih*, *Lesgintzy*, & *Kumuky*: on y remarque les Districts d'*Akuschah*, *Tabassaran*, *Cuba*, *Dschahr*, & *Gulachan*, & les Nations nommées *Chassuh-Kumuky*, *Kuraelih*, *Kureih*, *Kumuky*, & *Schaky*.

Le District d'*Akuschah* est situé entre des montagnes, & séparé des *Tawlintzy* par une chaine de hautes montagnes, couverte de neige l'été & l'hyver. Il n'est pas fort grand, mais il est peuplé, & il a plusieurs villages, chaque village a son Ancien; ces *Anciens*, quoique soumis à l'*Usmey*, exigent que ce Prince les traite avec beaucoup d'égards: les habitans, qu'on appelle *Akuschintzy*, ont leur langue propre, & sont de la Religion des Turcs: ils ont peu de champs, mais de grands troupeaux, surtout de Moutons, dont la laine est la plus fine de tout le païs; ils en font quelques étoffes portées par le Peuple de ces contrées. Autrefois cette Nation étoit libre & ne dépendoit de personne: mais l'*Usmey* les ayant porté à se joindre à lui dans le tems qu'il songeoit à se mêler dans la révolte du *Scham-Chal*, & se trouvant ensuite obligé de faire hommage aux Russes, & de leur donner des ôtages, il accusa les *Akuschintzy* de ne vouloir plus le reconnoitre pour leur Souverain

verain quoiqu'il le fut véritablement ; il pria les Ruſſes de vouloir bien dans cette occaſion lui envoyer des troupes, & les obliger à ſe ſoumettre : de cette maniere il intimida ſi fort ce Peuple qu'il le contraignit de ſe mettre ſous ſa protection, de lui demander ſon interceſſion auprès des Ruſſes, & de lui donner des ôtages. Cependant, ni l'*Urmey*, ni les Ruſſes, n'en tirent aucune eſpèce d'impôt ; il ne s'eſt obligé qu'à ſervir en tems de guerre : les habitans d'*Akuſchat* ſont de bons Soldats, ils portent presque tous des cuiraſſes, & ſe ſervent de ſabres & d'armes à feu.

Tabaſſaran eſt ſitué entre les montagnes : au Nord il eſt borné par le fleuve *Derbach*, qui le ſépare du païs des *Chaitaky* & des *Karachaitaky*, à l'Occident par la Ville de *Derbent*, au Midi par le païs des *Kuræhli* dont il eſt ſéparé par une chaine de montagnes, & à l'Occident par le *Surchai*, entre lequel & *Tabaraſſan* coule le fleuve *Agulah*. Cette contrée eſt étendue ; elle comprend pluſieurs villages parmi leſquels il y en a de conſidérables. Les habitans ſont de la Religion des Turcs ; ils ont une langue qui leur eſt propre ; ils vivent de la culture des terres & de leurs troupeaux. Ceux qui habitent près de *Derbent*, ſont plus civiliſés que les autres, qui ſont presque ſauvages, & qui ne font autre choſe que piller & ſe révolter. Les premiers ont de beaux champs, & de beaux jardins : ceux qui ſont près du païs des *Kuræhli* & des *Chaſſuh-Kumuky* ne peuvent point cultiver leurs champs à cauſe du froid & des neiges perpétuelles des montagnes, & comme ils n'ont ni bois, ni forêts, ils vivent miſérablement & presqu'en ſauvages ; ils n'ont que quelque peu de bêtail : ils ſe ſervent d'armes à feu & de flêches : la plûpart cependant ont des ſabres & des fuſils rayés : ils étoient obligés autrefois de ſervir à la guerre lorsque le Sultan de *Derbent* en avoit beſoin, & ils étoient ſoudoyés ; on s'en eſt ſervi peu à cauſe de la difficulté qu'il y avoit à les diſcipliner : on ſe voit contraint pour les contenir de ruiner quelques uns de leurs villages dès qu'ils font mine de ſe révolter. Ils ont leur Prince qu'on appelle *Machſum* : en 1728, c'étoit *Muhamed* qui l'étoit ; & un *Cadi*, appellé alors *Rustanbek* ;

tanbek; ils étoient autrefois sous la domination des Perses, & leurs Chefs dépendoient du Sultan de *Derbent*. En 1725, ils prêterent hommage aux Russes; & depuis on leur a donné pour Gouverneur, ou surveillant, le *Naip*, ou le Commandant de *Derbent*. La dignité de *Machsum* est héréditaire, & le successeur est toujours confirmé à *Derbent*. On demande auparavant au Peuple si ce Successeur leur convient, & il n'y a pas un habitant qui ne donne sa voix, prétendant tous que le païs est un païs libre: ils n'obéissent aussi que foiblement: les revenus du *Machsum* & du *Cadi* sont médiocres, les Russes ne tirent rien, ils sont même obligés de faire quelques présents au Prince.

Cuba est borné au Nord par le fleuve *Samura*, à l'Orient par *Muschkura*, au Midi par *Rustau*, & à l'Occident par le *Dagestan*, par *Alty Parah*, & par les montagnes de *Schat*. Ce district est étendu, & rempli de montagnes extrêmement élevées: on voit le long des bords de plusieurs lacs & de quelques petits fleuves, qui coulent entre ces montagnes, des villages assez considérables: le premier entre tous étoit *Cudath*, il a été détruit; *Kallassahar* est une espece de Fort près du fleuve *Samura*: les habitans ont de beaux champs, & des troupeaux nombreux; ils faisoient de la soye avant la rebellion.

Gulachan est situé entre *Cuba*, les montagnes de *Schat*, & le bas *Dagestan*: le district n'est pas fort grand, & n'a que quelques villages fort peu importans: les champs sont très mauvais, parce qu'étant bordés du côté du Sud-ouest par une chaine de montagnes fort élevées, & par des rochers escarpés tout couverts de neige, ils ont l'ombre depuis deux heures de l'après-midi.

Les habitans de ces deux derniers districts ne font qu'une seule & même Nation; ils sont de la Religion des Turcs; leur langue est un composé de Turc & de Tartare; ils parlent aussi la langue du *Lesgint*. Ce sont de bons Soldats, & de bons Cavaliers; ils ont des sabres & des armes à feu. Ils ont été longtems sous le Gouvernement d'un Chan, que les Perses confirmoient, de maniere cependant que la succession

cession restoit toujours héréditaire. Dans la derniere révolte ces deux districts se séparerent, l'un suivit le parti des révoltés, l'autre resta attaché au Chan qui ne vouloit point avoir de part à la révolte: ils se sont affoiblis & presque ruinés par cette division: les rebelles en vinrent enfin aux dernieres extrémités: ils massacrerent la Chan avec sa famille malgré les sermens les plus formels, ils ruinerent sa résidence & le bourg de *Coudath*, & n'en firent qu'un monceau de cendres & de décombres: un Prêtre sauva un fils du Chan âgé d'un an & demi; il le cacha dans les montagnes, & refusa de le livrer aux ennemis, quelque considérable que fut la somme que lui offrit pour le corrompre le Bey *Daud*. Cette Province s'étant soumise aux Russes en 1726, cet enfant qui n'avoit encore que 8 ans fut mis à la place de son Père, & accordé aux instances réitérées des habitans: on lui donna un *Naip* & un *Nasir* pour administrer le Gouvernement pendant sa minorité. Après que tout eut été tranquillisé & réglé, les habitans de *Cuba* & de *Gulachan* furent appellés pour prêter hommage aux Russes, & ils s'y trouverent, l'amnistie ayant été publiée en faveur de tous les rebelles, & de ceux qui avoient eu part au massacre du Chan: ils baisèrent l'*Alcoran*; mais quelques habitans de *Cuba* attachés aux Russes leur découvrirent, que ce serment ne les lioit point assez, pour qu'ils pussent se reposer sur eux, qu'il falloit encore les obliger à s'engager de consentir, en cas qu'ils vinssent à le rompre, à faire regarder leurs femmes comme autant de prostituées dont il étoit permis d'abuser: que de cette manière on les lioit de façon à être regardés comme infames, s'ils rompoient leur serment. Les Russes suivirent cet avis, & les obligèrent à prêter le serment avec cette formule; ils s'y opposerent longtems, mais ils y furent contraints, & depuis ils n'ont rien fait dont les Russes ayent pû se plaindre.

Le Chan jouït seul des revenus du païs: il est seulement obligé de servir en tems de guerre avec les habitans en état de porter les armes. Il y a six villages du district de *Gulachan*, qui sont tombés en partage aux Turcs dans la derniere démarcation des limites.

 Le

Le district de *Dschahr* est situé dans les montagnes: au Sud-ouest, il est borné par le païs des *Kacheti* & par la *Georgie*, au Nord par le *Tawlistan*; il est environné de montagnes élevées; son etenduë est considérable, & il a plusieurs villages: les habitans ont une langue qui leur est propre, ils sont de la Religion des Turcs, ils vivent de leurs troupeaux, & de ce qu'ils enlevent à leurs voisins: ils ont du courage, & se servent d'armes à feu & de sabres: quoiqu'ils ayent des *Anciens* & un *Cadi* qui jugent des quérelles qui s'élevent entre eux, ils ne reconnoissent point de maitres, & n'ont été soumis à aucune Nation voisine. Ils ont même défendu leur liberté contre les tentatives des Turcs, à qui ils étoient échus en partage, & qui étant maitres de la *Georgie*, croyoient pouvoir les soumetre; les défilés qu'il faut passer pour parvenir à leurs habitations, & leur courage, les ont maintenus dans leur indépendance & dans leur brigandage.

Le Chan *Surchai* les soutient; ses sujets, les *Chassuh Kumuky*, perdroient trop si les Turcs parvenoient à soumettre les habitans de *Dschahr*: car comme ceux-ci font de fréquentes invasions en Georgie pour y enlever des hommes & des chevaux, & qu'ils ont pour cela des chemins fort commodes, les *Kumuky* qui en font autant, passent au travers du district de *Dschahr*, & se servent de la même route. Les Turcs vouloient boucher ce passage en 1727, par une Citadelle afin de mettre la *Georgie* en sureté, & de dompter s'il étoit possible les habitans du *Dschahr*: mais ceux-ci incités par le Chan *Surchay*, s'attroupèrent, surprirent les Turcs, en massacrèrent une centaine, chassèrent les autres, & détruisirent ce qu'on avoit élevé.

Le district des *Chassu-Kumuky* est borné au Nord par le païs des *Karachaitaky*, à l'Orient par *Tabassaran*, à l'Occident par le district des *Kumuky*, qui sont sous la domination du Bey *Sutay*, au Midi par le bas *Dagèstan*: il est presqu'entierement environné de montagnes couvertes toute l'année de neige. Ce district n'est pas fort étendu, mais il a plusieurs villages, dont le principal est Ch[illegible]mak, la résidence de leur Prince; entre les montagnes il y a de belles & de fertiles

les plaines; les habitans ont de nombreux troupeaux, furtout de moutons, & fuffifamment de champs cultivés, quoique les bleds y meurissent fort tard, à caufe du froid occafionné par les neiges dont les montagnes font couvertes. Les habitans font de la Religion des Turcs; ils ont leur langue propre, qui n'a rien de commun avec les autres : ce font des brigands qui ont un Prince inftruit comme eux dans le brigandage : autrefois ils formoient un Peuple libre, mais quelques années avant la derniere révolte des Perfes, leur Prince, le Chan *Surchai*, fe foumit aux Perfes, dont il fe déclara le vaffal : cependant ce fut plutôt en apparence qu'en effet, car le Sultan de *Derbent* fut obligé de le déclarer *Jusbafchi*, & de lui donner par an une penfion de 200 Roubles pour l'empêcher d'exercer fon mêtier de brigandage.

Le même Chan *Surchai* fe trouva avec le Bey *Daud* à la tête de la dernière révolte dans le *Schirwan;* il fe fit un gros parti parmi les Nations qui habitent ces contrées, au moyen des tréfors qu'il enleva à *Schamachie*, à *Ardebil*, & en d'autres endroits: cette troupe de vagabonds le fuit encore conftamment.

L'Armée des Ruffes s'étant approchée en 1722, le Chan *Surchai*, le Bey *Daud*, & d'autres rebelles, fe mirent fous la protection des Turcs : ce dernier fe rendit même à Conftantinople, fous prétexte de veiller aux intérêts communs des révoltés : mais quand il y fut, il ne fongea qu'aux fiens, & il fit fi bien qu'on le déclara Chan du *Schirwan* & de *Schamachie* : le Chan *Surchai* devoit avoir part à cette faveur, mais on ne lui en accorda aucune marque; cela l'irrita fi fort contre *Daud*, qu'il refufa de le reconnoitre pour Chan, & qu'il fit favoir aux Turcs, que, puisqu'ils lui avoient préferé *Daud* qui n'étoit qu'un païfan d'origine, tandis qu'il étoit Prince par fa naiffance, il les remercioit de leur protection, qu'il comptoit auffi n'en avoir pas befoin, qu'il ne s'entendroit à aucun accommodement que *Daud* ne lui eut rendu toute la fatisfaction poffible, & qu'il n'eut fait voir à cet homme qu'il vivoit encore. Après cette déclaration, il traita le Bey en ennemi, & incommoda beaucoup les Turcs par les habitans du *Dfchahr*, & par d'autres

Peuples du *Lesgint* : il les obligea enfin à chercher les voyes de la douceur, puisqu'ils voyoient qu'ils ne le dompteroient jamais par la force ouverte : les Russes en revanche cherchoient à s'assurer de lui, & à mettre de leur côté un homme qu'il leur importoit d'avoir pour ami. Le Chan donnoit des espérances aux deux partis, négocioit avec eux, & attendoit à se décider qu'il vît, qui seroit celui qui lui offriroit le plus : les Turcs lui ayant enfin offert, en 1727, la charge de Bacha avec 300 Roubles de pension, & la propriété du district de *Caballah*, il embrassa leur parti, se mit sous leur protection, & leur prêta le serment de fidelité. Cela ne l'empêcha cependant pas, dès qu'il eut été mis en possession de *Cabbalah*, de s'emparer d'*Agdasch* malgré la Porte; il traita *Schamachie* en païs ennemi, jusqu'à ce qu'enfin le Bacha de *Jenidsche* se vit obligé de le satisfaire en tout, de s'assurer du Bey, sous prétexte de quelques infractions faites au Traité fait avec la Porte, & de déclarer *Daud* Chan de *Schamachie* : cela le satisfit, & il resta depuis tranquille. Ce Chan *Surchai* n'avoit qu'une main, il avoit perdu l'autre dans sa jeunesse dans une expédition de brigand : dès le bas âge il exerça ce mêtier avec ses sujets, & il amassa tant de biens dans le pillage du *Schirwan*, d'*Ardebil*, de *Schamachie*, & de *Karabay*, qu'il put contenir tous les habitans du *Tawlistan*, du *Lesgint*, les *Kuræhli*, & tous les autres brigands de ces contrées, & les faire agir au premier coup d'oeil. Voici un trait qui peut faire juger de ses richesses : dans l'hyver de 1725, il assembla 6000 hommes, les conduisit vers *Muschkura*, assiégea la petite Ville de *Dædæly*, que le frère du Bey *Daud* avoit fortifiée d'une bonne muraille : il ne put la prendre, quelques efforts qu'il fit; il avoit fait construire une machine des plus ridicules : il entretint ces 6000 hommes pendant 4 mois, il leur donnoit un *Abas*, ou 25 *Copyks* (*), par jour, & faisoit de gros présents à ses Officiers.

Les revenus qu'il tire des *Chassu-Kumuky* ne consistent que dans la dixme des grains; & pour ce qui regarde le butin qu'on enleve, on ne lui en donne que ce qu'on veut.

Selon

(*) 15 *Copyks* font 8 gr. *Vingt-cinq* valent donc 13 gr. 4 pf. ces Soldats coûtèrent donc pendant 4 mois, 407666 Rs. 12 gr.

Selon la teneur du dernier Traité de paix que les Turcs ont fait avec les Russes, une partie des païs du Chan *Surchai* est soumise aux derniers ; mais, comme il n'a point voulu consentir à voir ses possessions séparées, & que les Turcs n'ont pas osé l'y contraindre, ils ont laissé aux Russes la liberté de s'en mettre en possession par la voye de la douceur, ou par celle des armes : ce dernier moyen étoit bien difficile, & comme il ne seroit pas d'ailleurs plus facile de conserver ce qu'on lui auroit arraché, les Russes ont renvoyé à d'autres tems l'exécution de ce projet, & le soin de faire valoir leurs prétentions. [illegible] est vraisemblable que tôt au tard les Russes en viendront aux m[illegible] avec lui, & cela d'autant plus que les *Kuræhli* & les *Kuræih*, qu[illegible] le dernier Traité doivent être sous la domination des Russes, [illegible]nent fermement attachés au Chan, qui les regarde comme ses sujets, & qui les soutient dans le brigandage qu'ils exercent continuellement [illegible]

Les *Kumuky* qui sont sous l'empire du Bey *Sutay*, habitent une plaine environnée de hautes montagnes, au Nord du fleuve [illegible] *ra* ; à l'Occident ils sont bornés par le païs des *Chassuh-Kumuky* [illegible] païs n'est pas considérable, il consiste en quelques villages [illegible] par de forts petits chemins, qu'ils ont percés à travers les montagnes. Leur Prince jouït des revenus du païs, sans être sous la domination d'aucun autre Prince : ils sont de la Religion des Turcs, & ont leur [illegible] particulière. Ils ont bien quelques champs, qu'ils cultivent, [illegible] vivent surtout de leurs troupeaux : quoique fort propres à la [illegible] ils sont fort tranquillement chez eux, n'inquietent jamais leurs [illegible] & n'en sont point attaqués, à cause des défilés qu'il faut passer [illegible] pénétrer dans leur district. Le Bey *Daud* & le Chan *Surchai* [illegible] ce qu'ils purent dans la dernière révolte pour engager le Bey [illegible] se joindre à eux, mais ils n'en vinrent pas à bout : ce Prince [illegible]pondit qu'il étoit content de ce qu'il possedoit, & qu'il n'envioit [illegible] ce qui appartenoit à d'autres : aussi fut-il fort tranquille pendant ces troubles. Le nom de *Kumuky*, est commun à tous ceux [illegible] *gint*, à quelques *Dagestaniens*, & *Tawlistaniens*; mais ceux [illegible]

venons de parler, ſont ceux qu'on appelle proprement ainſi ; on ne peut les diſtinguer des autres qu'en ce qu'ils ſont les ſujets du Bey *Sutay*.

Les *Kurælih* habitent près de *Tabaſſaran*, dont ils ſont ſéparés par des montagnes : leur diſtrict eſt borné à l'Orient par des montagnes & par des forêts, au Midi par le fleuve *Samura*, & à l'Occident par le païs des *Kuræih*. Ce païs qui n'eſt qu'à deux milles (4 heures de chemin) de la Mer, renferme une vingtaine de villages ſitués le long du fleuve *Samura*, & près les uns des autres.

Les *Kuræih* habitent auſſi les bords de ce fleuve, mais plus vers l'Occident : leur diſtrict confine à la haute montagne de *Gattunkul*. Il s'y trouve 10 ou 12 villages, qui ſont également ſitués le long du fleuve *Samura* les uns près des autres.

L'une & l'autre de ces deux Nations ſont de la Religion des Turcs : ils parlent & la langue du *Lesgint*, & celle qui eſt un mêlange de Tartare & de Turc. Chaque village a ſon *Ancien*, mais cela n'empêche pas que chacun ne ſoit ſon maitre, & n'agiſſe ſuivant ſon caprice : ces deux Nations ſemblent n'en faire qu'une, tant elles ſe tiennent l'une à l'autre : elles ont peu de champs à cultiver, & peu de bêtail, mais elles ſe repoſent ſur les Nations voiſines. Elles n'ont d'autre mêtier que celui de brigand : elles ont coutume de tomber tout à coup dans *Muſchkura*, *Tabaſſaran*, *Cuba*, & même dans *Schabran*, & d'emporter au plus vite ce qu'elles trouvent à leur portée ; ce ſont ſurtout les chevaux & les beſtiaux qu'elles enlevent avec adreſſe : les habitans des villages qui confinent à leur païs, les laiſſent paſſer volontiers, & en cachette ; ils les aident même quelquefois dans ces expéditions, afin de ne pas ſouffrir le même ſort. Ces gens ſont de bons Soldats, hardis, & capables des coups les plus déſeſpérés : il leur eſt déjà arrivé d'être chaſſés de leurs habitations, & de voir leurs villages dévaſtés, mais ils ſe ſont toujours rétablis.

Lors

Lors du dernier Traité, qui régloit les limites entre la Porte, & la Russie, ces deux Nations échurent en partage aux Russes; comme on les en avertit, & qu'on exigea le serment de fidélité, en leur communiquant les articles de ce serment, par lequel ils promettoient foi & hommage à l'Empire de Russie, & s'engagoient à cesser d'infester les terres de leurs voisins par leur brigandage, il y en eut quelques uns que la crainte força de subir le joug, & de prêter le serment de fidélité, mais la plûpart le refusèrent, & répondirent que le brigandage avoit été le seul champ, que leurs Péres avoient cultivé & dont ils avoient vecû; qu'ils n'en avoient pas hérité d'autres biens, & que ce qu'ils possedoient n'étoit autre chose que ce qu'ils avoient enlevé de côté & d'autre: qu'à ce compte ils seroient obligés de périr de faim sous la domination des Russes, qu'on pouvoit leur faire tout ce qu'on voudroit, qu'ils défendroient leur vie & leurs biens, & qu'ils aimoient mieux mourir en braves Soldats, que souffrir la faim. La Cour de Russie n'a pas encore jugé à propos d'employer la force pour les soumettre, autant parce que le Chan *Surchai* les reconnoit pour ses sujets, Prince qu'il faut encore flatter, que parce que ces Nations sont en liaison étroite avec les *Chassu-Kumuky*, & une partie des *Dagestaniens*. Quand même on les forceroit à prêter hommage, on en tireroit peu de profit, & il faudra sans doute à cause de cela en venir à les disperser & à ruiner leurs habitations.

Les *Schaki* habitent entre les montagnes de *Schat*, qui sont fort élevées & fort escarpées: la plus haute est appellée *Schalbras*, elle est toujours couverte de neige; leur district est composé de plusieurs villages, qui sont assez près les uns des autres: ils sont aussi de la Religion des Turcs, & parlent la langue du *Lesgint*: ils ont peu de champs, & le blé a de la peine à y venir à cause du grand froid; ils sont extrèmement pauvres, n'ayant que quelque peu de bétail, & vivant d'un brigandage qu'ils exercent en secret. Ils sont armés, & se servent de sabres, & de fusils rayés. Leur Prince, le Sultan *Aly*, autrefois indépendant, s'est soumis aux Turcs en 1727. Comme il est

eſt hors d'état de ſe ſoutenir ſeul; il ſe tient fort attaché au Chan de *Schamachie*, qu'il ſert auſſi pour de l'argent dans le beſoin.

Le Tawliſtan.

Les habitans du *Tawliſtan* ſont partagés en deux Nations principales: les *Sontii* & les *Tawlintzi*: les *Tawliſtaniens* ſurnommés *Sontzi* habitent les montagnes ſituées vers la *Georgie*: ils ont une langue qui leur eſt propre, & leur Religion eſt un amas de ſuperſtitions payennes. Parmi les uſages qui leur ſont particuliers, il en eſt un de remarquable, le voici: les Pères choiſiſſent la femme qu'ils deſtinent à leurs enfans mâles, ils la leur font épouſer la plûpart du tems dès que ces enfans ont l'âge de trois ans, ces Pères habitent avec ces femmes, les enfans qui en naiſſent ſont cenſés dans la ſuite appartenir aux fils, & leur ſont remis avec la Mere lorsqu'ils ſont parvenus à l'âge de raiſon. Ce Peuple eſt pauvre, ſimple, vivant ſeul & ſans ſe communiquer à ſes voiſins, il a quelque peu de champs cultivés, & il vit de ſes troupeaux; le païs eſt d'un accés extremèment difficile: il eſt libre, & ne dépend d'aucune puiſſance, il ne paye aucun tribut, & ſe fait gouverner par des Juges appellés *Anciens.*

Les *Tawlintzi* habitent entre de fort hautes montagnes, presque toujours couvertes de neige: (*tau* ſignifie chez les Tartares une haute montagne;) leur païs eſt borné par la *Georgie*, par le *Dageſtan*, & par le païs des *Awari.* Il eſt diviſé en un grand nombre de diſtricts, qui ſe communiquent fort peu. De leurs langues il y en a cinq de connues, qui n'ont rien de commun, & il doit y en avoir plus de vingt autres d'une nature entièrement différente; mais on ne ſauroit en déterminer au juſte le nombre, perſonne n'ayant encore fait le tour de tous ces diſtricts, & ne s'étant mis au fait de ce qui s'y paſſe. Les habitans du païs ont des champs, des troupeaux, & des vignes lorsque le terrain le permet; il y en a qui n'ont qu'un peu de bétail, & qui ne ſavent ce que c'eſt que du pain: ces derniers ne valent guère

mieux

mieux que des sauvages; ils font de fréquentes incursions dans la *Georgie* & dans le païs des *Czirkæses*, où ils enlevent hommes & bêtes, qu'ils vendent aux Tartares qui viennent les trouver pour leur acheter ce qu'ils ont enlevé. Ils ont des armes à feu, & des fusils rayés: ils se servent aussi de l'arc, mais leur arme favorite est un sabre courbé. Ils ont dans leurs districts des *Anciens* qu'ils élisent, & qui conjointement avec le *Cady*, ou le Prêtre, termine tous leurs différens: lorsque ces *Anciens* ne leur plaisent plus, ils les congédient, & les massacrent quelquefois: ils ne sont assujettis à aucune Puissance, & comme on ne trouveroit rien dans leurs montagnes, personne n'a songé à les soumettre. Les peuples des districts voisins du *Dagestan* ont servi, il est vrai, le *Scham-Chal*, en partie par crainte, & en partie parce qu'il les payoit; ils l'ont suivi dans la dernière révolte contre la Russie, & la Porte pouvoit prétendre, lors de la démarcation des limites, que tous les habitans de cette Province lui prêtassent le serment de fidélité, mais on les a laissé jouïr tranquillement de leur liberté, par la raison qu'il seroit peut-être impossible de les contenir dans le devoir, quelques efforts qu'on fit. Ils se disent Musulmans, & sont attachés à la Secte des Turcs, mais ils observent tant d'usages & de cérémonies payennes dans leur culte, qu'ils sont plutôt idolatres que Mahometans. Une bonne partie de ce Peuple observe une coutume qui fait foy de sa barbarie: lorsqu'un étranger arrive dans une maison, l'hôte lui envoye une de ses filles, pour serrer son bagage, mener son cheval à l'écurie, lui donner à manger, conduire le nouvel arrivé dans sa chambre, lui présenter ce qu'il peut souhaiter, & passer la nuit avec lui. Cela dure aussi longtems que l'étranger reste chez son hôte; lorsqu'ils veut partir, la même fille selle le cheval, & plie le bagage: on feroit mal reçu si l'on s'y opposoit.

Les Awari.

Cette Nation habite les montagnes situées entre les *Czirkæses*, le *Tawlistan*, & la *Georgie*; elle a une étendue de païs assez considérable,

rable, qui comprend plusieurs villages. Elle a des champs & des troupeaux : les habitans vivent en paix, & on ne peut pas les accuser d'imiter leurs voisins, les uns pourtant plus tranquilles que les autres : ils se servent les uns de fusils, les autres d'arc, mais tous ont des sabres ; ils ont une langue qui leur est propre, & ils sont de la Religion des Turcs. Ils sont gouvernés par plusieurs petits Princes, qui ne sont assujettis à personne. Le plus puissant d'entre eux, nommé *Usmey Awar*, ou *Umah Chan*, se présenta en 1727 dans le Camp des Russes, à la persuasion de l'*Usmey* des *Chaitaky* & *Karachaitaky*, & demanda à être pris sous la protection du Czar: il prêta librement le serment de fidélité. Son dessein étoit peut-être de parvenir par le moyen des Russes à soumettre les autres petits Princes de son païs: il ne le fit pourtant pas paroitre, il dit seulement que le succès que les Russes avoient dans ces contrées l'y engageoient, que d'ailleurs il n'étoit pas bien sûr s'il ne pouvoit pas se vanter d'être Russe d'origine : qu'il savoit qu'un de ses prédécesseurs ayant été chassé de son païs dans une révolte avoit eu recours aux Russes, qui l'avoient rétabli sur le thrône ; qu'il avoit un Ecrit Russe, que ce Prince chassé de son païs avoit apporté de Russie, & qui avoit été soigneusement conservé par sa famille ; qu'il ignoroit s'il étoit signé par l'Empereur des Russes ou par quelqu'un des Princes de sa Cour, parce qu'ignorant cette langue, il n'avoit trouvé personne qui la sçut pour pouvoir lui expliquer cet Ecrit ; enfin que l'éloignement avoit sans doute été cause, que la Russie l'avoit comme oublié, ainsi que de son côté, ce même éloignement l'avoit empêché de penser aux Russes. Depuis ce tems ce Prince est compris parmi les vassaux de la Russie. On a trouvé que cet Ecrit n'étoit point en langue Russe, mais dans celle des Tartares, & qu'il étoit signé par un Prince Tartare nommé *Baty*, qui dans le XIV. Siècle vint du Zagathay fondre sur la Russie, qu'il dévasta en partie.

Les Kacheti.

Ce païs est situé au Sud-Oueſt du *Dſchahr*, & ſéparé du *Caballah* par de hautes montagnes : il eſt près de la *Georgie*, & renferme dans ſon étendue aſſez conſidérable nombre de beaux villages, parmi les quels *Karaagatſch* eſt le plus grand, & en même tems la réſidence du Chan. Il s'y trouve beaucoup de champs & de troupeaux ; le païs a peu de montagnes, & près de *Kardwel*, Province de *Georgie*, il y a de très belles plaines. Les habitans ſont bien armés ; ils ſe ſervent de la langue des *Georgiens*, comme auſſi de cette langue qui eſt un mêlange de celle des Turcs, & de celle des Tartares : ils ſont Mahometans, quelques uns pourtant ſe diſent Chrêtiens. Ce païs faiſoit autrefois partie de la *Georgie* ; il en fut ſéparé lorsque dans le XV. ſiècle un Prince de *Georgie* partagea ſon païs en cinq Provinces, & en donna une à chacun de ſes fils, qui étoient pour lors Chrêtiens : ces cinq Provinces étoient, *Kardwel*, le païs des *Kacheti*, la *Mingrelie*, l'*Affchaſie*, l'*Imirette*, & *Guriel*. Depuis les trois dernieres Provinces tombèrent ſous la puiſſance des Turcs, & les deux premieres ſous celle des Perſes. Le Schah des Perſes s'empara des deux jeunes Princes, les fit conduire à *Iſphahan*, les éleva dans la Religion Mahometane, & les laiſſa jouïr de leur Province après la mort de leur père : il fut réſolu depuis que ce ne pourroit jamais être qu'un Mahometan qui fut Chan de *Kardwel*, ou du païs des *Kacheti* : on laiſſa cependant aux habitans la liberté de profeſſer la Religion qu'ils voudroient. Dans la ſuite des tems, le Chriſtianisme ſe perdit inſenſiblement dans cette derniere Province, & cela au point qu'à préſent il n'y en a même que peu qui portent le nom de Chrêtiens, quoiqu'ils ayent l'Ecriture ſainte & quelques Livres de dévotion en leur langue. On trouve bien encore dans le païs quelques Egliſes, mais les unes ſont abandonnées, & les autres ſont deſſervies par des Prêtres ignares, en ſorte que de néceſſité ces établiſſemens doivent périr entièrement. Dans la Province de *Kardwel*, ou de *Gurgiſtan*, il y a un plus grand nombre d'Egliſes & de Cloitres, & un aſſez grand nombre de Chrêtiens, mais on les contraint

 ſous

ſous la domination de la Porte à embraſſer le Mahométisme: quelques uns ſont obligés de ſervir comme des Eſclaves. *Wachtar*, Chan de *Gurgiſtan*, ou Prince de *Kardwel*, embraſſa publiquement le Chriſtianisme en 1722, & ſe mit ſous la protection des Ruſſes; mais n'ayant pû en être ſoutenu, *Muhamed*, Prince des *Kacheti*, l'accuſa de rebellion auprès du Schach *Tachmaſip*, & demanda la permiſſion de le dépoſſeder, & de s'emparer de *Kardwel*: il l'obtint, & aidé des Peuples du *Lesgint*, des *Chaitaki*, & de quelques *Dageſtaniens* que l'eſpérance du pillage lui avoit attirés, il fit une invaſion dans la Province de *Kardwel* au mois de Decembre 1723. il s'empara de la Capitale nommée *Tiflis*, la fit piller, & chaſſa *Wachtan* qui ſe retira en Ruſſie. Les Turcs étant entrés l'année ſuivante en *Georgie*, *Muhamed* fut obligé de ſe ſoumettre à la Porte, de ſe contenter de ſa Province, & d'abandonner *Kardwel*, où les Turcs mirent un Bacha, dont *Muhamed* eſt obligé de ſuivre les ordres.

Schirwan.

Ce païs comprend les diſtricts de *Derbent*, *Muſchkura*, *Nieſavay*, *Schabran*, *Ruſtau*, *Scheſparah*, *Spiz-Bærmak*, *Schamachie*, *Cabbalah*, *Adgaſch*, *Baku*, *Sallian*, & *Dſchewath*.

Derbent.

La Ville, qui donne ſon nom à ce diſtrict, eſt ſituée aux bords de la Mer; ſes murailles s'étendent jusques au rivage, & elle eſt environnée de ces hautes montagnes qui bordent la mer, en ſorte qu'occupant la place qui ſe trouve entre les montagnes & la mer, elle eſt un paſſage général. La Ville eſt diviſée en quatre Quartiers ſéparés par des murailles: la haute Ville, ou le Château, eſt le plus petit, elle eſt ſituée ſur le haut d'une montagne, & commande les autres quartiers: c'eſt là qu'eſt la garniſon Ruſſienne, & elle y eſt ſeule; dans les deux quartiers du milieu ſe trouvent le *Naip*, les marchands, & les autres habitans,

tans; le dernier quartier eſt un deſert, qui n'eſt habité par perſonne. Les habitans ſe perſuadent, & croyent pouvoir le prouver par les documens de leurs Archives, qu' *Iskender*, ou *Alexandre* le Grand, eſt le fondateur de leur Ville: ils diſent même que ce Prince a non ſeulement bâti la haute Ville, mais encore la muraille qui s'étend au Nord de la Ville jusqu'à la mer, pour ſervir de défenſe contre les ſauvages qui habitoient alors une partie du païs, qui eſt ſituée au Nord de *Derbent:* le reſte de la muraille ne doit avoir été élevé que longtems après. Les pierres de ce mur ont une forme aſſez particulière, on diroit à les voir qu'ils ſont composés de coquilles briſées; on trouve encore de ces pierres dans quelques carrières, comme auſſi des coquilles entieres. On a de la peine à comprendre comment on a pû raſſembler aſſez de monde, & trouver aſſez d'argent, pour élever non ſeulement une ſi haute & ſi longue muraille, & les tours qui la bordent, mais encore les petites citadelles qui ſont hors des murs, le tout étant bâti de ces pierres taillées en quarré, & jointes enſemble avec de la chaux. On n'eſt pas moins étonné de voir les aqueducs, qui portent l'eau des ſources qui ſont ſur ces hautes montagnes, dans tous les quartiers de *Derbent*, tant au moyen de petits canaux, que par de grands canaux voûtés, dont on n'a encore découvert qu'une partie. Il y a pluſieurs reſervoirs dans la haute Ville, ſur terre & ſous terre; ces derniers ſont couverts de bâtimens: à l'Occident de ce premier quartier s'étend une longue muraille ornée de pluſieurs tours, & que les habitans diſent s'être étendue autrefois jusqu'à la Mer noire: aujourd'huy on la voit encore entière le long de deux bonnes milles d'Allemagne, au travers du *Tabaſſaran*, où elle paſſe ſur les montagnes; au delà on n'en trouve que des ruines, d'où les habitans de *Derbent* vont chercher des pierres pour leurs bâtiments. Aux environs de la Ville on trouve quantité de tombeaux avec des inſcriptions en Arabe, en Perſan, en Chaldéen, en Turc, & dans l'ancien langage de *Kufi*, qui eſt presque entierement inconnu de nos jours: la plûpart de ces inſcriptions ont été gâtées par le tems, & il n'y a pas moyen de les déchiffrer. Le Sultan *Amurath* s'étant emparé de cette Ville, la ruina: le dernier quartier

qui

qui étoit habité par des Grecs, fut entièrement dévasté. Le Schach *Abas* en ayant chassé les Turcs, y mit une forte garnison de *Kysilbasches ;* c'est ainsi qu'on appelle en Perse les vieux Soldats (*). On trouve hors de la Ville de fort beaux jardins, surtout de très belles vignes : le raisin y est excellent, mais le vin qu'on en fait est médiocre. Le Major *Turkul*, Hongrois de Nation, ayant été chargé depuis par Sa Majesté Imperiale d'avoir l'oeil à la culture des vignes, & à la maniere de faire la vendange, & de presser le raisin, on en tire des vins rouges & blancs qui sont trés bons. Le territoire de cette Ville n'est pas fort étendu ; il est borné au Nord par le païs des *Chaitaki*, dont il est séparé par le fleuve *Derbach*, situé à 15 Werstes de *Derbent ;* ce même fleuve sert de ce côté là de frontière au *Schirwan*, vers le Midi ce territoire s'étend jusqu'au fleuve *Samura*, à 30 Werstes de la Ville : vers l'Occident son étendue, bornée par les montagnes de *Tabassaran*, ne passe pas 8 Werstes.

Sous le Gouvernement des Perses, il y avoit toujours à Derb[illegible] un Gouverneur, ou Sultan, & un Commandant, ou Naip. Le [illegible] mier étoit nommé par le Schach ; il commandoit non seulement à [illegible] *bent*, mais encore dans les districts de *Muschkura*, *Niesavay*, [illegible] *bran*, *Rustau*, & *Spiz-Bærmak*. On livroit au Sultan les revenus de tout le païs, qu'il employoit en partie à l'entretien des fo[illegible] des murailles de la Ville, & des bâtimens publics, & en par[illegible] gages de l'Etat civil & à la solde de la garnison : il en tiroit [illegible] pension fort considérable : & comme le Schach lui donnoit [illegible] nuellement, outre ce qu'il retiroit des revenus publics, une [illegible]mme de 50 mille Roubles, pour faire les présens qu'il croyoit conven[illegible]ables, & que d'ailleurs il n'étoit point obligé de rendre compte de l'[illegible]dministration des finances, il est facile d'imaginer, que le trésor du Schach ne gagnoit rien à cette Province. Les deux Provinces de *Cuba* & de *Tabassaran* étoient obligées d'armer un certain nombre de [illegible]jets au premier ordre du Sultan, & ces sujets de le suivre partout [illegible]ù il jugeoit [illegible] pro-

(*) Ce qui revient à nos Invalides.

à propos d'aller. Le *Naip* étoit élû par les familles les plus considérables de *Derbent*, qui choisissoient un de leurs membres, que le Schach confirmoit ensuite. Le Sultan s'étant retiré à *Ispahan* lors de la révolte de 1720, le *Naip Immam-culi-bey* resta à *Derbent*, & se voyant comme opprimé par les rebelles, il se mit en 1722 sous la protection des Russes, à condition que les privilèges de la Ville, & les siens, ne souffriroient aucune altération: il fut confirmé dans sa place de Commandant, & même déclaré Général-Major de la Milice de *Derbent*.

Les habitans sont Mahométans de la Secte d'*Ali*, leur langue est un composé de Tartare, de Persan, & de Turc: cependant les Lettrés, qu'ils appellent *Hodsche*, & les Prêtres, se servent du Persan dans toute sa pureté, que le peuple entend fort peu.

Les habitans du *Derbent* sont presque tous Soldats, ils peuvent mettre sur pied 2000 hommes d'Infanterie, & 1000 hommes de Cavalerie, qui sont soudoiés; ils ont quelques champs, des troupeaux & des jardins: ce sont de bons Soldats. On trouve à *Derbent* beaucoup de Marchands *Persans*, *Arabes*, *Indiens*, & *Georgiens*. On ne tire d'autre revenu public de tout le district, que ce que rapportent les droits d'entrée & de sortie; ce qui ne va pas au delà de 1000 Roubles par an.

Muschkura.

Ce district est dans une plaine, près de la Mer, entre les fleuves *Samura* & *Bælbælæh*: ce dernier le sépare de *Schabran*; du côté de l'Occident il confine au district de *Cuba*: on n'y trouve aucune montagne; il n'y a point de Villes, autrefois on y voyoit de grands & de beaux villages, mais il ont été détruits dans la derniere révolte, les habitans en ont été massacrés en partie, & le reste conduit à *Schamachie*: quelques uns sont revenus depuis, & ont rebâti quelques demeures. Tout le district est un excellent païs; il a nombre de peti-

tes rivières, où il se trouve de bons poissons, des prairies, des bois, & des champs : les bois qui ont de fort beaux chênes, ont encore des arbres fruitiers, qui portent d'excellents fruits, comme des pommiers, des pruniers, des poiriers, des noisettiers, des coignassiers, &c : la vigne y croit sans culture, & s'étend le long des arbres, ce qui fait un beau coup d'oeil. Les prairies sont presque toujours vertes, & quoiqu'elles souffrent beaucoup de l'ardeur du Soleil dans les Mois de Juin & de Juillet, elles n'en paroissent ensuite que plus belles : aux mois de Decembre & de Janvier, qui y sont fort doux, on a le plaisir de voir de l'herbe fraiche & de belles fleurs : on y conduit de fort loin des troupeaux de moutons. Ce district fournit encore du froment & du ris, non seulement à tout le *Schirwan*, mais encore aux *Dagestaniens*, & en général à tous ses voisins. L'eau qui y coule des lacs de *Cuba* fait grand bien au ris, puisqu'il faut, pour qu'il réüssisse, qu'il soit dans l'eau depuis qu'il est semé jusqu'à ce qu'il soit mûr. Autrefois on y faisoit aussi de la soye ; on est occupé à rétablir les fabriques ruinées dans le tems des révoltes.

Dans les villages qui sont encore peuplés, il y a un *Kaucha*, ou *Ancien*, qui gouverne les autres : plusieurs de ces *Kauchas* sont sous la jurisdiction d'un *Jusbaschi*. Autrefois le Sultan mettoit à la tête de tout le district un *Darga*, qui recevoit les contributions, & les livroit à *Derbent*. Les habitans vivent de leurs champs & de leurs troupeaux. Dans les grandes chaleurs de l'Eté ils quittent leurs villages, & se retirent vers les montagnes, où ils passent 3 ou 4 mois dans de petites habitations creusées sous terre. Leur langue est un composé de Turc & de Tartare : ils sont Mahométans, & de la Secte des Turcs. Autrefois ils étoient appellés *Awgani*, (ce qui est peut-être la même chose que *Alwani* & *Albani*, gâté par le prononciation,) ils étoient Chrêtiens : on trouve encore quelques villages d'*Armeniens*, dont les Prêtres sont consacrés par un Archevêque, qui réside dans le Cloître de S. *Grégoire* d'*Erivan* : ils ont été chassés par *Tamerlan*, se sont retirés vers Perse, & s'y sont établis : ils habiterent d'abord sous des tentes en plein cam

campagne, jusqu'à ce qu'enfin ayant choisi *Candahar* sur les frontieres des *Indes* pour leur demeure, ils s'y sont établis, en conservant leur nom & leur façon de vivre. Leurs Prêtres étant morts peu à peu, & manquant de sujets pour les remplacer, ils ont été gagnés insensiblement par leurs voisins, & ont embrassé le Mahométisme. Ce sont ces *Awgani*, avec le secours desquels *Myr-Mahmud*, fils de *Myr-Ways*, à présent l'*Eschref*, a fait de si grands progrès.

Niesaway.

Ce district est situé près de *Muschkura*, dans une plaine où plu[illegible] ruisseaux vont gagner la Mer. Les champs, y sont comme dan[illegible] ques endroits de *Schabran*, si gras que les habitans sont obligés [illegible] ler à leur charrue 6 ou 8 bœufs, & quelquefois davantage. I[illegible] quelques villages, qu'on appelle les villages de *Niesaway* [illegible] leurs Anciens, & qui avoient autrefois pour Commandant [illegible] de *Muschkura*; c'étoit là où les frégates Russes abordoient [illegible] rebellion : ces frégates assez mal bâties n'y trouvoient point [illegible] les côtes étant remplies de sable mouvant ; pour aborder [illegible] doient que le vent du Levant les chassât du côté des terres, [illegible] posoient sur le sable, & se trouvoient bientôt tranquilles [illegible] comme dans un port, au moyen du sable que les vag[illegible] toient, & qui, quoiqu'agité perpétuellement, ne laissoit [illegible] ces frégates comme envelopées. Lorsqu'elles devoient [illegible] attendoit le vent du Couchant, qui chassant les vagues du cô[illegible] écartoit par là le sable, en sorte qu'en levant l'ancre & en [illegible] les voiles, on partoit sans peine.

Il y avoit à cet endroit un assez grand commerce entre [illegible] la Perse, & les *Dagestaniens*; les droits d'entrée & de sortie [illegible] assez considérables : ces droits appartenoient au Chan de [illegible] parce que les marchandises venoient de là & y repassoient [illegible] ment : il y avoit aussi sur les côtes plusieurs Douanes, mais

été ruiné par les rebelles, & le commerce y a presque été éteint. Toutes ces côtes étant depuis 1726 sous la domination de la Cour de Russie, les frégates Russes ne sont plus dans la nécessité de venir aborder à cet endroit, elles peuvent jetter l'ancre où elles veulent: aussi n'y viennent-elles plus. Les habitans n'y vivent à présent que de leurs champs & de leurs troupeaux, comme ceux de *Muschkura*; la Religion & la langue sont les mêmes que dans ce dernier district.

Schabran.

Schabran est situé près de la Mer: il est borné au Nord par *Niesaway*, dont il est séparé par le fleuve *Bælbælæh*; au Midi par les montagnes de *Spiz-Bærmæk*, & à l'Occident par les montagnes de *Rustau* & de de *Sches-parah*. Ce district a son nom d'un ancien bourg qui a été ruiné depuis, & qui étoit environné de plusieurs beaux villages, qu'on est occupé à rétablir peu à peu: du côté des montagnes de *Rustau* on trouve encore les ruines d'un ancien Château nommé *Tschara Kale*. Le district a de très beaux champs, de bons pâturages, & de grandes prairies vertes toute l'année: c'est ce qui engage des *Uluses* à venir avec leur *Kibitken*, (c. a. d. des familles entieres avec leurs tentes, ou leur huttes portatives,) habiter pendant l'hyver ces belles plaines: elles viennent des montagnes, & menent avec elles leurs troupeaux, en payant quelque chose aux propriétaires: dans ces tems il est agréable de voir camper dans ces grandes plaines une quantité de familles, que des troupeaux nombreux environnent. Chaque village a son Ancien, sous les ordres de plusieurs *Jusbachi*, à la tête desquels on met un *Darga*: celui-ci décide de toutes les quérelles conjointement avec le *Calife*, & leve les revenus du païs qu'il livre à *Derbent*. Dans la derniere rebellion le *Darga* & les *Jusbaschi*, qui tomberent entre les mains des rebelles, furent tous, ou massacrés, ou faits esclaves.

Les habitans vivent de leurs champs & de leurs troupeaux: ils recueillent beaucoup de ris, & ont quelques fabriques de soye: leur langue

langue est un mêlange de Turc, de Tartare, & de Persan: depuis 1727 ils reconnoissent la souveraineté de l'Empire de Russie. Comme *Schamachie* tire la plus grande partie de ses grains de *Muschkura*, & que ces grains n'y peuvent être transportés que sur des chameaux & des chevaux de bât, parce qu'il faut traverser des défilés qui s'étendent depuis *Schabran* jusqu'à *Schamachie*, le Chan de ce dernier endroit, qui voyoit que *Schabran* tomberoit en partage à la Russie dans la démarcation des limites, sentit que *Schamachie* seroit toujours à la discrétion des Russes; & pour obvier à cet inconvénient il tâcha de gagner la Porte, par d présents & par des représentations, pour qu'on fit quelques chan mens à cet égard: il n'avoit pas tort, car la démarcation train longueur à cause de cela par les Turcs pendant près de deux fut pas plutôt faite, que la Cour de Russie défendit qu'on tra sans une permission expresse des grains à *Schamachie*.

Rustau.

Rustau est situé dans les montagnes: au Nord il est born à l'Occident par le bas *Dagestan*, au Midi par *Schamachie*, séparé par les montagnes de *Kulladahr*, & à l'Orient par *Sches-parah*. Ce district est fort étendu: il a plusieurs villa sés à cause des montagnes; *Rustau* est le plus considérable, son nom à la Province. Autrefois ces villages avoient leur dant, nommé *Assan-Kallas*; ces Commandans prirent pen bellion le titre de *Jusbaschi*, qui ne convient qu'aux milita qu'ils ont pourtant conservé. Les habitans sont de la Re Turcs, & leur langue est un mêlange de Turc & de Tartar de bons champs, des troupeaux, & tout ce qui est nécessaire sistance; ils ont aussi quelques plaines entre les montagne près de *Rustau*; ils sont opiniâtres, bien armés, & préten exempts de servir en tems de guerre, aussi se sont-ils oppo tachemens qu'on envoyoit de *Derbent* pour les obliger contributions, & les ont-ils renvoyés souvent avec beaucou

Dans la derniere révolte ils se désunirent: une partie se retira plus loin dans les montagnes, & se joignit aux habitans du bas *Dageftan*, l'autre qui étoit la plus forte suivit le Bey *Daud*. Ce Bey bâtit en 1724 le fort de *Tangæh* sur un roc fort escarpé, & il fit élever une forte muraille sur le seul passage par où ce fort est accessible. Comme on apprit à la Porte, dans le tems de la démarcation des limites, que cet endroit qui devoit nécessairement tomber en partage aux Russes, étoit imprenable, le Traité par rapport aux limites commença à souffrir de grandes difficultés, & les Turcs l'auroient renversé avec plaisir, si la chose avoit été faisable. Mais les Russes s'en étant emparés en 1727, durant les pourparlers, & en ayant chassé la garnison du Bey, les Turcs s'accommoderent à la fin, & les limites furent marquées de façon qu'une petite partie de ce district resta à la Porte, la plus grande avec le village de *Rustau* ayant été cedée à la Russie. Comme *Tangæh* est effectivement un endroit fort important, & qu'il est situé près d'un défilé qui n'a que trois brasses de largeur, les deux côtés étant bordés d'un roc fort escarpé; on y a mis une forte garnison, tant pour contenir les *Dagestaniens*, que pour s'assurer de la fidélité des habitans.

Sches-parah.

Sches-parah est situé entre *Rustau* & *Schabran*, dans les montagnes au dessus de *Muschkura* & de *Niesaway*: il ne renferme que 6 villages situés assez près les uns des autres: ces villages ont leur *Jusbaschi*, & un *Calife*, qui comme le *Cadi* termine leurs différens. Les habitans vivent la plûpart du tems sous des tentes, habitent les montagnes pendant l'été, & se retirent en hyver à *Schabran*: ils vivent de leurs troupeaux; ce sont d'assez bonnes gens, qui vivent fort tranquillement; ils parlent le Turc, le Tartare, & le Persan, mais n'écrivent qu'en cette derniere langue: ils sont Mahométans, & de la Secte des Perses. Le Sultan *Amurath* s'étant emparé de cette contrée eut beaucoup à souffrir des habitans, qui lui causerent de grandes pertes, ce

ce qui porta les Turcs à agir avec eux avec la plus grande dureté; ils les disperserent & en massacrerent une bonne partie. Le Schach *Abas* ayant chassé depuis les Turcs de cette Province, les habitans y sont revenus, quoiqu'en petit nombre, & y ont rétabli leurs habitations : ils ont aussi eu beaucoup à souffrir de la part des rebelles, & se sont vûs dans la nécessité de se cacher dans les montagnes; aussi témoignerent-ils beaucoup de joye lorsqu'ils apprirent en 1727, qu'ils étoient échus en partage aux Russes.

Spiz-Bærmæk.

Spiz-*Bærmæk* est une chaine de montagnes qui s'étend vers la Mer, étant bornée au Nord par *Schabran*, à l'Occident par les montagnes de *Dubrec*, & au Midi par une plaine qui va joindre *Baku*. Au bas de ces montagnes, à 3 Werstes environ de la mer, on voit un roc fort élevé, qui a l'air d'une tour, & qu'on apperçoit de fort loin lorsqu'on est sur la mer: au pied de ce roc est un *Carwanseray*, ou *Cabaret*, bâti pour les passagers, on y trouve sur les murs les noms de plus de 100 personnes; ce sont des noms de Juifs, de Russes, d'Allemands, de François, de Suedois, de Polonois, d'Arméniens, & d'Indiens, que le commerce, ou des ambassades, ont fait passer là. Entre ces montagnes, qui ne sont pas fort élevées, & qu'on voit couvertes de petites prairies, on trouve quelques villages: chacun a son Ancien, ou son *Kauchah*, dont un certain nombre se trouve sous un *Jusbaschi*. Les habitans vivent de leurs champs & de leurs troupeaux: comme ils ont beaucoup de pâturages, ils ont une grande quantité de moutons, & l'on y en conduit des montagnes éloignées un grand nombre d'autres; leur langue est un mêlange de Turc & de Tartare, ils sont de la Religion des Turcs, & dans la démarcation des limites, ils ont été reconnus sujets de la Cour de Russie.

Les revenus que rapportent au Souverain les districts de *Derbent*, que nous venons de parcourir, consistent dans les articles suivants.

Les

Les sujets donnent la dixme du froment, de l'orge, du ris, &c. & la cinquième partie de ce qu'ils recueillent de soye : ils payent un demi rouble d'impôt pour un bœuf, & autant pour un arpent de terre : pour les places qui leur sont assignées dans les prairies, où ils menent paître leurs troupeaux, ils payent à raison de l'étendue du terrain depuis 10 jusqu'à 50 Roubles. Quelques villages ne payent qu'un certain *quantum* pour toute l'année : d'autres qui sont habités par des *Scheichi*, c'est ainsi qu'ils appellent leurs Prêtres, sont entiérement affranchis de toute espece d'impôts. La plus grande partie des revenus en argent est tirée des amendes, car c'est de cette maniere qu'on punit le plus grand nombre des coupables, ces amendes s'étendent depuis 5 jusques à 100 Roubles : elles sont imposées par le *Calife*, le *Cadi*, ou le *Darga* : cependant ces revenus sont peu considérables, le païs étant ruiné.

Schamachie.

La Ville de *Schamachie*, qui donne son nom à ce district, n'est qu'à douze heures de la mer : elle est environnée de montagnes, & n'a que le côté du Midi, qui soit bordé de plaines ; les montagnes, qui sont près de la Ville, ne sont pas fort hautes, mais celles qui sont plus éloignées, le sont d'autant plus. La Ville est grande, & a plusieurs belles maisons bâties à l'orientale : autrefois elle n'avoit point de murailles, mais le Bey *Daud* s'en étant emparé, la fit environner de murs. Le commerce y fleurissoit autrefois ; la grande manufacture de soye y avoit attiré beaucoup d'argent, & les Marchands Indiens, Turcs, & Persans, y venoient en foule : mais le dernier saccagement de cette Ville ayant tout ruiné, & les Provinces, qui lui fournissoient des grains, ayant été cédées aux Russes, elle n'est plus qu'une ombre de ce qu'elle étoit autrefois. Son district est borné à l'Orient par les montagnes de *Dubrar*, au Nord par celles de *Kallador* & de *Rustau*, à l'Occident par le *Caballah*, & au Midi par de grandes plaines qui s'étendent jusqu'au fleuve *Kyra*. On voit assez près de *Schamachie* d'anciennes

ciennes ruines, qui marquent sans doute qu'il y avoit là autrefois une Ville : à une demie lieuë de là on voit un roc s'élever au milieu des montagnes, & sur lequel on ne peut monter que par un sentier fort étroit; on trouve sur le haut de ce roc des ruines d'un ancien Château, & un puits: les habitans appellent ce Château ruiné *Kyscale*, c. a. d. Château pris par une fille, mais ils ignorent pourquoi il est ainsi nommé, par qui, & quand il a été bâti. Sous la domination des Perses les habitans étoient presque tous marchands; ils se servoient en parlant d'un mêlange de Turc, de Persan, & de Tartare, mais en écrivant ils employoient le Persan dans sa pureté, ou le *Fars:* eux & leur Chan étoient Mahometans, de la Secte des Perses, & passoient pour être polis & doux. Mais, après le sac de cette belle Ville, la Secte des Turcs a pris la place de celle des Perses, & ceux qui ont paru attachés à la derniere, ont été, ou massacrés, ou dispersés, ou vendus comme esclaves, en sorte que, s'il en reste encore, il faut que ce soit en cachette : le Bey a substitué à ces habitans une troupe de brigands, qui parlent le Tartare & le Turc, de maniere que ce païs a entierement changé de face.

Sous le Gouvernement des Perses, il y avoit toujours un Chan à *Schamachie*, qui étoit non seulement Gouverneur de ce district, mais à qui les Sultans, *Naips*, *Dargas*, *Kallandohrs*, & autres Gouverneurs du *Schirwan*, étoient obligés d'obéïr, & qui faisoit une grande figure. Il recevoit tous les revenus de ces Provinces, & ne rendoit jamais de compte; ce qui est le privilège de tous les Chans de la Perse.

Le dernier fut massacré en 1720, par le Bey *Daud*, dans la prise de *Schamachie*, & les principaux de la Ville eurent le même sort: cette Ville resta trois ans entre les mains de *Daud :* en 1723 il fut obligé de se soumettre aux Turcs: en 1728 il fut arrêté, & on mit à sa place le Chan *Surchai*. Ce *Daud*, ou *David*, habitant de *Muschkura*, ayant fait un pélerinage à la Mecque, prit le surnom de *Hadzi*, ou pélerin, & s'étant mis à la tête d'un parti de brigands, il prit celui de Bey, & se fit appeller *Hadzi Daud-bey :* c'est un homme tout fait aux intri-

 gues,

gues, & dont la physionomie est bien celle d'un tiran : voici comment il se détermina à la révolte, dont il a déjà été question plusieurs fois. *Myr Mahmud* s'étant révolté en 1720, entra en Perse, & y mit tout à feu & à sang : le Schach, qui par le dérangement de ses finances, ne se trouvoit pas en état de repousser ce rebelle, envoya de gros présens au *Scham-Chal* & à l'*Usmey*, avec l'ordre d'assembler autant de troupes qu'ils pourroient, & de les mener aussitôt à son secours : ils le firent, ils rassemblerent toutes les troupes qui étoient sous leurs ordres, & les envoyerent en Perse, sous le commandement de *Surchai*, Chan des *Chassu-Kumuki*. Dans le même tems, *Daud*, qui s'étoit sauvé de *Derbent*, où il étoit en prison à cause de quelques brigandages, assembla une troupe de mille hommes, ou plutôt de mille brigands, & suivit de près le Chan *Surchai*, sous prétexte qu'il conduisoit ce secours au Schach des Perses, & qu'il cherchoit à lui donner par là une preuve de sa fidélité : il l'atteignit encore dans le *Schirwan*, & lui représenta qu'ils avoient à présent une belle occasion de faire eux-mêmes leur fortune, ou du moins de s'enrichir : qu'ils commandoient une troupe considérable, avec laquelle ils pouvoient entreprendre de grandes choses, puisque le Schach étoit embarrassé avec *Myr-Mahmud*, & que personne d'ailleurs ne pouvoit s'opposer à leur dessein. Le Chan *Surchai*, qui avoit été fort lié avec lui autrefois, & qui avoit entrepris avec lui quelques uns de ces coups de main, qui avoient réussi, se laissa persuader : ils publièrent l'un & l'autre, qu'ils avoient été choisis de Dieu même, pour délivrer les véritables Croyans du joug que les Persans leur avoient imposé, & sous lequel ils gémissoient ; ajoûtant qu'ils espéroient que tous les bons Musulmans se joindroient à eux, & voudroient bien travailler avec eux à la liberté commune. Cela fit son effet, & les deux Chefs de ce parti rassemblerent en peu de tems une grande quantité de brigands. A' la tête de ces gens ils pillèrent tout le *Schirvan* & *Cuba*, s'emparerent de *Schamachie*, y firent massacrer tous les Musulmans de la Secte des Perses, & leur Chan, y trouverent de grands trésors, & firent de cette Ville leur place d'armes & leur résidence. Mais les troupes Russiennes étant entrées en 1722 dans

dans le *Schirwan*, le Bey *Daud*, & le Chan *Surchai*, ne crurent pas pouvoir leur résister, & chercherent à se concilier l'amitié de la Porte. En 1723, Sa Hautesse les prit sous sa protection avec tous les habitans du *Lesgint*; elle déclara le Bey *Daud* Chan du *Schirwan*, au grand regret du Chan *Surchai*, & lui donna *Schamachie* pour résidence. Les Turcs firent d'abord beaucoup de cas de *Daud*, lui donnerent plusieurs marques d'une singuliere faveur; & le Bacha *Cara Mustapha*, sous les ordres duquel se trouvoient toutes les troupes, que les Turcs avoient dans le *Schirwan* & le *Karabah*, eut pour lui toutes les complaisances possibles: il étoit cependant obligé de donner à la Porte un tribut assez considérable en argent & en grains, & de faire de tems à autre des présens au Bacha & aux premiers Officiers du Sultan; s'il le négligeoit, on le lui rapelloit poliment en lui imputant quelques contraventions au Traité, ou quelques démarches contraires aux intérêts de la Porte. De cette maniere dépouillé insensiblement de toutes ses richesses, il fut obligé de surcharger *Schamachie* d'impôts, & d'épuiser ce qu'il avoit amassé: n'ayant plus rien, il perdit bientôt tout son crédit, & voyant après cela qu'il n'avoit pas grand' chose à espérer de l'avenir, il jetta les yeux sur la Russie; il offrit aux Russes de leur soumettre *Schamachie* & tout le païs où il commandoit: mais les Traités qui subsistoient entr'eux & la Porte *Ottomane*, le leur firent refuser. Dans le même tems les Turcs cherchoient à gagner le Chan *Surchai*, qui demandoit la déposition du Bey *Daud*: il n'en fallut pas davantage pour faire arrêter ce dernier, ce qui arriva au Mois de May 1728: il fut conduit prisonnier avec toute sa famille à *Jenidzche*; son successeur *Surchai* peut s'attendre au même sort, car c'est là la politique des Turcs.

Caballah.

Le *Caballah* est situé dans une grande plaine, à l'Occident de *Schamachie*, entre des montagnes dont il est presqu'environné. Ce district est composé de plusieurs beaux villages; il étoit autrefois gouverné par un *Naip*, qui y étoit envoyé par le Chan de *Schamachie*; le sol en est excel-

excellent; les champs & les prairies suffisent abondamment aux besoins des habitans, le fruit y est très bon, surtout les chataignes, les figues, & les grenades. Autrefois on y faisoit beaucoup de soye, qui étoit livrée à *Schamachie*, mais la guerre a tout ruiné. Les habitans parlent une langue, qui est un mêlange de Turc, de Tartare, & de Persan: ils étoient pour la plûpart de la Secte des Perses, avant les malheurs du *Caballah*, mais *Surchai* s'étant apperçu que les contrées situées près de la mer seroient cédées aux Russes dans le Traité de paix, qu'ils alloient faire avec les Turcs, il obligea une quantité d'habitans de ces contrées, & surtout de *Muschkura*, d'aller s'établir dans le *Caballah* & dans le district d'*Agdasch*, & d'y rebâtir les habitations détruites, ce qui fut cause que ce district eut dans la suite des habitans de la Secte des Turcs: il tomba en partage aux Turcs dans la démarcation des limites. *Surchai* ayant fait mine en 1727 de se jetter du côté des Russes, la Porte se vit obligé de lui ceder ce district.

Agdasch.

Agdasch est situé à l'Occident du *Caballah*: ce district est plus petit que celui de *Caballah*, sous lequel il est quelquefois compris, mais ses villages sont aussi beaux & aussi grands, que ceux de cet autre district. Les habitans ont leurs Anciens; quelques Anciens ont un *Jusbachi* à leur tête, & tous ces petits chefs dépendent du *Naip* de *Caballah*; la Religion & la langue sont les mêmes que celles du district voisin: dans la démarcation des limites celui-ci est echû aux Turcs. Le *Caballah* ayant été cédé au Chan *Surchai*, *Agdasch* fut pris à force ouverte, comme nous l'avons dit.

Baku.

La Ville de *Baku*, ou *Bakchu*, comme prononcent les Perses, dont le district a le nom, est située aux bords de la Mer; elle n'est pas fort grande, mais elle est fortifiée, & a toujours eu un Sultan, qui dépendoit

doit du Chan de *Schamachie*, & dont relevoit un *Naip*, qui étoit Gouverneur du plat-païs. Le district est borné au Nord par les montagnes de *Spix-Barmæk*, à l'Occident par *Schamachie*, & par les montagnes, nommées *Dubrar*, au Midi par une forêt, qui s'étend jusqu'à *Sallian* & au fleuve *Kura*: il a peu d'habitans, parce que le sol y est trop ferme, & que l'eau y manque; du côté des montagnes on ne trouve pas, à plus de deux journées de chemin, le plus petit ruisseau. Les villages situés de l'autre côté, vers *Schamachie* & *Sallian*, ont été ruinés dans la derniere révolte. Les habitans dispersés commencent à se rassembler, & à rétablir leurs habitations détruites & abandonnées: il n'y avoit presque dans la Ville avant la révolte que des *Kysilbaschi*, ou Soldats Persans, qui devoient contenir dans leur devoir les habitans du païs. Ceux qui habitent le plat-païs vivent de leurs champs & de leurs troupeaux; ils ont beaucoup de chameaux, qui leur servent à transporter des marchandises de *Schamachie* à *Baku*. Dans la Ville on parle le Turc, le Tartare, & le Persan: hors de la Ville on ne parle guères que le Turc & le Tartare. La Ville fut bombardée en 1723, n'ayant pas voulu se rendre, & la brêche étant faite, elle capitula: les privilèges des habitans furent confirmées. Après la prise de *Baku*, le Sultan qui y commendoit, accusé par le plus ancien des *Jusbaschi*, d'être en intelligence avec les rebelles, & en correspondance avec le Bey *Daud*, fut mis aux arrêts, & envoyé en exil en Russie: le *Jusbaschi* obtint le commandement de la Ville, & on mit les *Kysilbaschi* sous ses ordres. Mais, comme on decouvrit l'année suivante, que ce nouveau Gouverneur tramoit avec les *Kysilbaschi* quelque conspiration, qu'il vouloit surprendre la garnison & la faire passer au fil de l'épée, & que pour cet effet il s'étoit adressé au Bey *Daud*, dont il attendoit un puissant secours, on se prépara à le faire arrêter, mais il eut le tems de se sauver avec les principaux des conjurés; les autres furent saisis, quelques uns se justifièrent, & ceux qui ne purent se disculper d'avoir trempé dans ce complot, furent exilés en *Siberie*: cet endroit se trouva dépeuplé par là, & ne garda que quelques habitans, parmi lesquels se trouvent quelques *Indiens* & *Arméniens*, dont le commerce

 n'est

n'est pas fort important. La place de *Jushasoki* n'a point été donnée; les Juges de la Ville, & le *Naip* du plat-païs, ont été mis sous les ordres du Commandant de la Forteresse.

Sa Majesté Impériale jouit à présent de tous les revenus du païs, dont la plus grande partie se tire du sel, & du *Naphte*, ou *Petroleum*. Le sel se recueille des Salines situées assez près de *Baku*; on fait évaporer l'eau au Soleil, & les lacs d'où il est tiré en fournissent abondamment. Le Naphte passe en Perse où l'on s'en sert dans les lampes au lieu d'huile: on vient l'y prendre par terre & par mer, les frégates (*Kirzim* ou *Sandale*) en chargent beaucoup, en sorte que le revenu tiré de cette espèce de bitume monte bien à 50 mille Roubles par an: les sources d'où on le tire, sont à un bon demi-mille d'Allemagne de *Baku*, elles en produisent continuellement, les unes du Naphte blanc, les autres du noir. Près de là on voit une place qui est toujours en feu, par la raison sans doute que la terre y est fort bitumineuse, & qu'il y découle continuellement du Naphte des sources voisines. Les habitans se servent de cet endroit pour y cuire leur chaux; ce qui leur est fort avantageux, le bois y étant d'une extrême rareté: on choisit pour cela un petit espace de terrain, & après y avoir fait un trou on y jette les pierres, qu'on couvre ensuite avec la même terre; au bout de deux jours la chaux est cuite. Ceux qui travaillent là, y demeurent aussi; lorsqu'ils ont besoin de lumiere, ils creusent un trou dans leur chambre d'un demi pied de profondeur, y enfoncent un petit jonc de la longeur d'un pied, au bout duquel ils mettent du feu, qui y est entretenu par l'exhalaison bitumineuse, & qui éclaire sans consumer le jonc, aussi longtems qu'on veut.

Sallian.

Ce district s'étend près de la Mer, le long des deux côtés du fleuve *Kura*, presque jusques à *Dschewath*: il y a de côté & d'autre de beaux villages, mais surtout de celui du Nord. Dans le tems que la paix

regnoit dans ces contrées, ce païs florissoit; plusieurs habitans de *Schamachie* y avoient des biens considérables. Les villages sont assez près les uns des autres, on a creusé des canaux qui tirant l'eau du fleuve *Kura* arrosent les Campagnes; ce fleuve a plusieurs débouchés dans la Mer; pendant les mois de May, de Juin, & de Juillet, il enfle beaucoup, à cause de la fonte des neiges, & alors il couvre de ses eaux tout le terrain qui n'est pas fort élevé. Mais cette inondation engraisse la terre, & les *Mugamtzi*, ainsi que les *Schassuantzi*, qui passent l'été de l'autre côté du fleuve, & près de la riviere nommée *Araxe*, viennent l'hyver porter dans ces contrées leur tentes, & y conduire leurs troupeaux qui trouvent de gras pâturages; ils payent pour celà une petite somme aux propriétaires. C'est ce qui est cause que ces peuples, & ceux du *Sallian*, ont les meilleurs chevaux de tout le païs. Il se trouve aussi dans ce district une pêche abondante, qui étoit autrefois affermée à 15000. Roubles. Les voyageurs qui veulent passer en Perse, s'embarquent ici, & payent un droit de passage.

Les habitans de ce district ont de bons champs & de beaux troupeaux: ils ressemblent un peu aux Tartares, ils sont Mahométans, les uns de la Secte des Turcs, les autres de celle des Perses; ils se servent de cette langue, qui est un mêlange de Turc, de Tartare, & de Persan. Il y a toujours eu un Sultan à *Sallian*, qui jouissoit de la moitié des revenus du païs, & qui rendoit l'autre au Chan de *Schamachie*: il avoit sous lui un *Naip*, qui commandoit dans le plat-païs.

Baku ayant été pris, & les Russes ayant fait sommer toutes les Provinces situées le long des côtes de la Mer de se soumettre à leur Empire, le Sultan de *Sallian*, le Bey *Hassan*, fut le premier à obéir, & a prêter le serment de fidélité. Il demanda du secours contre les entreprises du Bey *Daud* & de ses partisans; & on lui donna une Garnison de 500 hommes, commandée par un Lieutenant Colonel, qui s'établit sur une Isle du fleuve *Kura*. *Hassan* traita dabord cet Officier fort poliment; il alloit souvent le voir & l'invitoit chez lui, mais au bout de quatre mois, l'ayant engagé à venir le trouver, il le fit massacrer avec les autres Officiers, & prit le parti du Bey *Daud*. Ce district étant

étant en suite tombé en partage aux Russes dans la démarcation des limites, & la possession en ayant été prise; *Hassan* fut obligé de se sauver, il se tient encore chez les *Mugamtzi*. Les Russes ont bâti ici un petit fort, qui comme tout le district se trouve sous les ordres du Commandant de *Baku*.

Dschewath.

Dschewath est situé près du fleuve *Kura*, là où le fleuve *Araxe* s'y jette: ces deux fleuves sont fort rapides, & leur eau fort trouble: le district est très petit, mais les champs & les prairies ne sauroient être meilleurs; autrefois on y recueilloit beaucoup de soye, il y avoit aussi des Manufactures, qui ont été détruites par les rebelles; on est occupé à les rétablir, mais cela va bien lentement. Les habitans sont de la Religion des Turcs, & ils se servent du Turc & du Tartare mêlés ensemble. *Dschewath* est un gros bourg, qui est voisin de quelques villages: ces villages ont leurs Anciens & leurs *Jusbaschi*, qui reçoivent les revenus, qu'ils livroient autrefois au Chan de *Schamachie*; aujourd'hui ils les envoyent à *Sallian* & à *Baku*. Le bourg a été cédé aux Russes, le reste aux Turcs: la ligne qui sépare les deux territoires passe tout près du bourg.

Outre les Nations dont nous avons parlé, ils s'en trouve encore quelques autres dispersées, ça & là: comme des *Arméniens*, des *Arabes*, & des *Juifs*.

Les Arméniens habitent plusieurs villages des districts de *Muschkura*, de *Rustau*, & de *Caballah*; il y a aussi des Marchands *Arméniens* à *Derbent*, à *Baku*, & à *Schamachie*; dans ce dernier endroit ils occupent des ruës entieres. Ils parlent non seulement leur langue maternelle, mais encore celle du païs où ils vivent: ils sont attachés en partie à la Religion Catholique, & en partie à la Grecque: les premiers ont leur Prêtres avec eux, qu'ils cachent soigneusement; celui qu'ils ont à présent, est un Jesuite François, nommé le Père *Bachoud*: les autres ont des Prêtres qui leur sont envoyés d'un Cloître Arménien près

près de *Schamachie*, ou du Couvent de *S. Grégoire* près d'Erivan: leurs livres de dévotion sont, en partie écrits, & en partie imprimés à Venise. Ceux qui se trouvent dans les villages, vivent de leurs champs, & de leurs troupeaux; ils ont leurs Anciens, nommés *Kauchak*, & leurs *Jusbaschis*; outre le tribut ordinaire ils payent encore un impôt annuel, nommé *Haradsch*. Leurs villages ont été ruinés dans la derniere révolte, & les rebelles leur ont enlevé femmes & enfans, qu'ils ont vendu comme esclaves: ceux qui ont pû se sauver dans les montagnes & s'y cacher, reviennent à présent, surtout dans le territoire qui appartient aux Russes, & y rebâtissent leurs habitations dévastées. A' *Schamachie* ils ont une place, où ils demeurent ensemble pour ne pas se mêler avec les infideles. A' présent ils sont obligés, par les ordres du Chan *Surchai*, de porter comme les Juifs un plastron jaune sur la poitrine, afin que les Musulmans puissent les distinguer, les éviter, & ne pas commettre le crime de les saluer. Il y en avoit beaucoup dans le *Caballah*, & comme ils étoient en état de donner de fortes contributions, *Daud* les y souffroit avec plaisir. Le Bey ayant donné à son fils la place de *Naip* du *Caballah*, celui-ci les tourmenta beaucoup; il chercha à leur faire embrasser le Mahométisme, & plusieurs furent circoncis par ses ordres. *Daud* qui vit cela, leur fit savoir sous main, que ce n'étoit pas par son ordre ni de son consentement qu'on les persécutoit, & que s'ils vouloient lui faire un gros présent, il les rétabliroit dans la liberté, où ils avoient été auparavant de professer leur Religion: les Arméniens le firent, & obtinrent ce qu'ils souhaitoient. Mais on les traita ensuite comme Apostats, & on les réduisit à la mendicité à force de les punir de leur prétendu crime.

Les Juifs sont aussi répandus dans ces contrées; il y en a dans le païs des *Chaitaki*, dans le *Schirwan*, dans *Rustau*, *Cuba*, &c: ils parlent la langue du païs qu'ils habitent, mais leurs Rabbins comme partout ailleurs savent aussi l'Hébreu. Il y a quelques Marchands *Juifs* à *Schamachie*, mais peu: les autres vivent dans les villages de leurs troupeaux & de leurs champs; autrefois ils avoient un commerce d'esclaves *Georgiens* & *Arméniens*, il a été interdit depuis par ordre

de

de la Cour de Russie. Ceux qui vivent parmi les *Chaitaki* sont obligés de suivre l'*Usmey* en tems de guerre : ils payent comme les *Arméniens*, outre le tribut ordinaire un impôt qu'on nommé *Haradsch* ; on les oblige à travailler aux ouvrages les plus pénibles, & à d'autres trop bas pour y employer des Musulmans : on ne leur laisse que ce dont ils ont absolument besoin. Si un Juif se trouve à cheval dans un chemin où il rencontre un Musulman, qui n'est pas du plus bas étage, il est obligé de s'écarter, & même de descendre de cheval, si on le demande; s'il le refuse, le Musulman est en droit de le punir, & quand il le tueroit, il n'en seroit pas responsable. Quelques uns de ces Juifs sont de la tribu de *Juda*, d'autres de celle de *Benjamin* : la plûpart ne savent pas à laquelle ils appartiennent. Leurs Rabbins, fort ignorans sur ce qui les regarde, croyent que leurs Ancêtres ont été envoyés en exil dans la Médie, & dans ces contrées, par les *Musul Padischahi*, ou Rois de Ninive, & que l'oppression dans laquelle ils avoient vécu depuis dans ce païs les avoit empêchés de s'étendre : ils vivent encore selon leurs usages, & sont gouvernés par leurs Anciens.

Les Arabes qui vivent dans ces contrées, descendent de ceux qui conduisoient autrefois leurs troupeaux en Perse, & qui y sont restés; leur langue est un mélange de Turc, de Tartare, & d'Arabe; ils sont de la Religion des Turcs : ils vivent ensemble sous un *Jusbaschi*, qu'ils élisent, & auquel ils obéïssent. Ils n'ont point de demeures fixes, mais ils passent leur vie sous des tentes, & vont d'un endroit à l'autre avec leurs troupeaux. En été la chaleur les engage à chercher les montagnes, & ils s'arrêtent là où ils trouvent de l'eau : ils payent aux propriétaires de ces endroits une petite somme, & c'est ce qu'ils appellent *Geilak* ; en hyver ils habitent les plaines près de la mer, ou près de quelques fleuves, & payent également les places qu'ils occupent. Leurs huttes sont couvertes d'une espece de natte faite de jonc, & ils ont des chameaux & des boeufs pour transporter ces demeures mobiles. Ce sont de bonnes gens ; ils se servent d'armes à feu & de flêches, mais seulement lorsqu'il s'agit de se défendre.

ELOGE

ELOGE
DE MR. CARITA.

Pierre *Carita* naquit à Metz, le 13. d'Octobre, 1676. Son Pere étoit un Apoticaire renommé, qui prit un soin tout particulier de son éducation, n'épargnant aucunes dépenses pour y réüssir. Le jeune *Carita* passa les premières années de sa plus tendre jeunesse dans le Couvent de la Mission, d'où il fut transféré à celui des Jésuites de Pont à Mousson. On sçait que ces Pères excellent dans les humanités; & ce fondement, beaucoup trop négligé aujourd'hui, est d'une nécessité indispensable pour de bonnes études. Mr. *Carita* le posa d'une maniere solide, & se fraya ainsi la route à des connoissances supérieures.

De retour à Metz, après s'être arrêté quelque tems chez son Père, il quitta la France en 1692. pour se retirer en Allemagne, & alla d'abord faire ses études à Rinteln. Ses progrès dans la Médecine, dont il faisoit son objet, furent proportionnés à son application; & il en donna des preuves incontestables par la manière distinguée dont il soutint sa Thèse Académique, qui concernoit la Rage. Le grade bien mérité de Docteur lui fut conféré immédiatement après; de sorte qu'il ne fut plus question que de mettre ses talens en oeuvre, en entrant dans la carrière de la pratique. Mais, en cherchant à se procurer un établissement, Mr. *Carita* souhaitoit d'être dans un lieu où il fut encore plus à portée de profiter des lumières des autres, que de tirer parti des siennes. Berlin fixa son attention dans cette double vuë. Il y avoit de très habiles Médecins de la Nation, & grande disette de

 Méde-

Médecins François dans cette Capitale auſſi bien que dans tout le Brandebourg, où s'étoient formées cependant, & groſſiſſoient alors tous les jours, des Colonies très nombreuſes de Réfugiés.

Mr. *Carita* ayant légitimé ſes droits & ſa capacité, fut reçu au nombre des Praticiens de Berlin par le College de Médecine de cette Ville, le 9. Mars 1701. & obtint en même tems la place de Médecin de la Colonie Françoiſe; fonction qu'il a exercée pendant cinquante cinq ans, & dans laquelle il a blanchi avec honneur, joignant au tréſor de ſes connoiſſances qu'il ne ceſſoit d'augmenter, celui qui attire avec raiſon le plus de confiance aux Médecins, une longue pratique, & une expérience conſommée.

L'art de guèrir embraſſe dans ſa vaſte enceinte une immenſité d'objets, auxquels il n'eſt guères poſſible de ſe livrer également, ſans courir risque d'être ſuperficiel en tout genre, au lieu d'arriver à cette univerſalité, qui, en la ſuppoſant acceſſible à l'homme, eſt au moins un privilège réſervé à un très petit nombre d'hommes ſupérieurs. Mr. *Carita* convaincu de cette vérité, prit le parti le plus ſage; il fit un choix, & la Botanique en fut l'objet. Il lui conſacra tout le temps que lui laiſſoient ſes devoirs indiſpenſables, & en fit une étude très approfondie. Aux meilleurs Livres dans ce genre il joignoit la culture d'une belle collection de Plantes, tant exotiques qu'indigenes, qu'il avoit raſſemblées dans un petit jardin, où il ne manquoit guères d'aller paſſer les après-dinées. Ce ſéjour & cette occupation avoient pour lui des charmes dont le goût ne s'eſt jamais émouſſé; il auroit été inutile de lui propoſer d'autres parties de plaiſir, & l'on ſe plaignoit même quelquefois de ce qu'il donnoit de plus grandes attentions à la vie de ſes plantes qu'à celle de ſes malades. Ce n'eſt pas qu'il négligeât ceux-ci; mais, faute de bien connoitre ſes principes & ſa façon de penſer, on auroit pû l'en ſoupçonner. Lorsqu'il étoit appellé auprès d'un malade legérement attaqué, & dont l'imagination étoit plus affectée que le corps, il n'imitoit pas ces Médecins, qui à force de remèdes trouvent le moyen de changer des fantômes en réalités; mais il

il disoit son avis avec candeur, & refusoit d'entreprendre des cures dont la Nature seule pouvoit faire tous les fraix. D'un autre côté, lorsque les maladies étoient désespérées, & que tout secours ne lui paroissoit propre qu'à tourmenter plutôt qu'à soulager, il cessoit de prescrire des remèdes. Cela faisoit que jamais Médecin n'a moins parlé auprès des malades de l'objet de ses visites, que lui : il se jettoit aussitôt sur les lieux communs de la conversation, & parmi ces lieux communs il y en avoit sur lesquels il ne tarissoit point, surtout dans les dernières années de sa vie, où sa mémoire qui étoit encore excellente, le rendoit une espece de chronique vivante des anecdotes de son tems; après quoi il se retiroit sans avoir parlé de maladie, ni de remèdes. Au fonds ce ne seroit pas dans bien des cas la plûs mauvaise maniere de guèrir.

En étudiant la Botanique, Mr. *Carita* n'avoit pas négligé les autres parties de la Médecine ; & personne n'a jamais contesté l'etenduë de son savoir : il étoit en particulier très versé dans la Matière médicale, connoissant exactement les remèdes que les trois règnes nous fournissent, leurs vertus, la maniere de les composer & de les appliquer convenablement. Il ne se départoit jamais de cette excellente maxime; que la quantité des remèdes ne détruit point les maladies, mais que c'est leur qualité: de sorte que ses recettes étoient de vrais modèles, où les drogues étoient en petit nombre, mais bien choisies; recettes bien différentes de ces grimoires par lesquels un Médecin épuise tout à la fois les Apoticaireries, la bourse, & le corps de ses malades. Après avoir prescrit de semblables remèdes, il en observoit attentivement les effets, suivant à la piste les indications de la Nature; flambeau qui doit éclairer le Médecin dans toutes les maladies, mais qui peut seul le guider dans le labyrinthe des maladies compliquées. Cette simplicité dans la méthode rendoit Mr. *Carita* grand partisan des Anciens; disons les choses comme elles sont, il en étoit admirateur outré ; les Anciens avoient toujours raison, & les Modernes toujours tort ; le procès étoit aussitôt vuidé sur l'étiquette. L'enthousiasme de Mada-

me *Dacier* n'a jamais été aussi loin : celui de Mr. *Carita* s'étendoit aux moindres usages de la vie : toute innovation le révoltoit : sans examiner si elle étoit bonne ou mauvaise ; nos Pères étoient-ils des sots ? demandoit-il, & les plus fortes batteries ne l'auroient pas délogé de là. Plein d'un feu & d'une vigueur qui ne l'ont abandonné qu'avec la vie, il étoit entier dans ses opinions, & relançoit vivement ceux qui s'avisoient de le contredire. Au reste ces petits défauts étoient dans l'humeur & dans le tempérament : les qualités essentielles qui constituent l'honnête homme, le bon Citoyen, & le vray Chrêtien, faisoient disparoitre ces legéres taches, inséparables de l'humanité.

Le fonds de vigueur dont nous venons de parler se soutenant encore dans Mr. *Carita*, quoiqu' octogenaire, il se crut en état vers la fin de l'été dernier de faire un petit voyage à Francfort sur l'Oder, pour y voir une partie de sa famille. En effet il s'y rendit sans peine, & y passa quelque tems avec une gayeté qui lui étoit habituelle, mais qui n'avoit jamais été plus marquée. Le retour ne fut pas aussi heureux ; soit par l'effet d'une disposition naturelle, ou à cause des secousses de la voiture, Mr. *Carita* fut attaqué d'une rétention d'urine, contre laquelle tous les secours de son Art furent inutiles, & qui le conduisit au tombeau le 16 Aout, 1756. âgé de prés de quatre-vints ans. Il avoit été aggrégé à la Société Royale des Sciences le 30 Mars, 1722. Il avoit épousé Mlle *Burgeat*, morte avant lui, & de laquelle il n'a point eu d'enfans.

Parmi ceux qui donnent de justes regrets à sa perte, personne n'en a plus de sujet qu'un jeune Docteur (*) qui profitoit avec empressement de ses conseils, & qui les préféroit infiniment à l'avantage de lui succèder dans ses fonctions de Médecin de la Colonie Françoise. L'estime qu'il s'est acquise dès l'entrée de sa carrière, nous fait espérer qu'il réparera dans la suite la perte qu'il vient de partager avec nous ; & nous devons y prendre d'autant plus d'intérêt, qu'il est le digne fils d'un de nos plus respectables Confrères.

(*) Mr. *Pelloutier*.

ELOGE

ELOGE
DE MR. LIEBERKÜHN.

Jean Nathanaël Lieberkühn, Docteur en Médecine, Membre de l'Académie Royale, & du College supérieur de Médecine, de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, de la Société Royale d'Angleterre, & de l'Académie Royale de Suède, nâquit à Berlin, le 5 de Septembre 1711. Son Père, Orfévre de la Cour, se nommoit *Jean Christian Lieberkühn*, & sa Mère, encore vivante, *Emérence Rauen*. Ces honnêtes parens, charmés du don que le Ciel leur faisoit d'un fils, tâchèrent d'en témoigner leur reconnoissance par la seule voye qui y soit propre, je veux dire, en lui donnant de bonne heure une excellente éducation, & surtout en remplissant son cœur des principes d'une piété solide, qui ont été la régle de sa conduite pendant tout le cours de sa vie.

Une double raison obligeoit à former ainsi le jeune *Lieberkühn* aux vertus qu'on a trop souvent l'imprudence de négliger : il étoit destiné à la Théologie & à l'exercice du St. Ministère. Après lui avoir fait faire ses premieres humanités dans son séjour natal, on l'envoya à l'âge de 15 ans à *Halle;* & il y fut placé dans cette célébre Maison d'Orphelins, qui tient un rang distingué parmi les plus beaux Etablissemens de ce Siècle. Il y continua ses études avec beaucoup de succès, surpassant ses camarades par sa douceur & sa sagesse, aussi bien que par son application & ses progrès.

Il avoit alors un talent, qui indique toujours du génie ; c'est celui de la Poësie : il faisoit très bien des vers latins ; mais une solidité préma-

prématurée, si je puis m'exprimer ainsi, le préserva du piège où tombent souvent ceux-même qui n'ont pas le talent, c'est de se livrer à cet amusement, & d'en faire une occupation sérieuse, qui préjudicie à toutes les autres.

Trois ans s'étant ainsi écoulés, il entra au nombre des Etudians de l'Université, qui étoit alors très florissante. Il profita des leçons de plusieurs Professeurs célébres pendant un an, au bout duquel il passa à *Jena*. La réputation de quelques Théologiens célébres, & en particulier de Mrs. *Walch* & *Carpovius*, l'y attiroit. Soumis aux volontés de son Père, le jeune *Lieberkühn* tendoit au but qu'il lui avoit prescrit, avec cette candeur & cet amour du vrai, qui ont toujours fait la partie dominante de son caractère. Mais un penchant secret de la Nature, qui ne demandoit qu'une occasion de se développer, la trouva dans les leçons de Mr. *Hamberger*, dont l'Allemagne a pendant si longtems admiré les connoissances physiques & mathématiques, jointes au talent peut-être plus rare encore de bien enseigner. Un nouveau Monde s'ouvrit tout d'un coup aux yeux du Disciple; & il sentit aussitôt que c'étoit le sien, qu'il étoit fait pour l'habiter, & qu'il ne trouveroit point ailleurs son véritable élément. Il saisit avec rapidité toutes les théories; mais dès-lors on voyoit en lui ce qui l'a depuis caractérisé avec tant de distinction, le desir de joindre à la théorie une pratique qui y fut exactement conforme, & de pousser celle-ci aussi loin qu'elle pouvoit aller. Mr. *Hamberger*, frappé d'une sagacité dont les exemples s'offrent si rarement dans les Auditoires académiques, charmé de ce qu'il voyoit en *Lieberkühn*, & plus encore de ce qu'il prévoyoit, lui donna tous ses soins. D'abord il ne l'avoit initié qu'à ce qu'on appelle la Physique, prise dans sa généralité, & rélativement aux besoins d'un homme qui se destine à quelque employ, où il ne fait pas son unique objet de cette Science; mais il l'exhorta fortement à suivre une vocation aussi marquée que l'étoit la sienne, à entrer dans tous les détails, à ne rien laisser qu'il n'eut soigneusement approfondi dans les différentes parties, ou branches de la Physique, qui sont autant de Scien-

Sciences particulières, aussi importantes que difficiles. Dès ce moment l'Etudiant, sous un Maître qui l'aimoit tendremenr, & qui a été depuis un de ses plus intimes Amis, se livra tout entier à l'Anatomie, à la Physiologie, à la Pathologie, à la Chymie, & à toutes les études qui conduisent à la découverte des secrets de la Nature, par une heureuse application des secours de l'Art. La Médecine lui offroit en même tems un attrait auquel il ne pût résister: les deux dernieres années de son séjour à *Jena* y furent principalement consacrées, sous Mrs. *Wedel*, *Techmeyer*, & d'autres Professeurs habiles. Partout il s'attiroit des éloges, qui ne servoient qu'à l'enflammer d'une nouvelle ardeur. Ces jours, les plus beaux de sa vie, (car qu'y a-t-il de plus délicieux que l'état d'un jeune cœur, livré tout entier à un penchant louable qui le domine, & qu'il trouve sans cesse les moyens de satisfaire?) ces jours s'écoulèrent avec rapidité, & il atteignit à regret le terme de sa carrière Académique. Quand on aime passionnément la vérité, on seroit de bon cœur Disciple toute sa vie: c'est presque toujours l'orgueil ou l'intérêt qui font préférer à cet état celui de Maître, ou Docteur, aussi mal soutenu par ceux qui se hâtent d'en prendre les titres, que legèrement accordé par ceux qui les dispensent.

Mr. *Lieberkühn* le Père, quoique très satisfait de l'habileté de son fils, n'en demeuroit pas moins décidé dans le dessein de le dévouer à l'Etat Ecclésiastique; le fils docile étouffoit de son côté cette instigation secrète qui le portoit ailleurs, & se conformant sans le moindre indice de répugnance aux ordres qu'il reçut, il partit de *Jena* en 1733, après s'y être fait recevoir Candidat en Théologie. Il se rendit auprès d'un frère aîné, déjà établi en qualité de Pasteur à *Roscou*. Il se mit à la prédication, à laquelle il auroit été très propre par l'étendue de ses lumières, & par ce fonds de bonté, dont la Nature avoit mis sur son visage l'empreinte la plus marquée, en lui donnant cet air affectueux, si convenable à un homme chargé d'annoncer une Doctrine de grace & de salut. Mais tout en continuant ses études de Théologie, & en composant ses Sermons, Mr. *Lieberkühn* revenoit comme de

de lui-même à sa chère Physique; n'ayant jamais aimé la dissipation, ni les plaisirs de la jeunesse, il se délassoit uniquement dans un Cabinet déjà tout rempli d'essais industrieux de Physique, de Méchanique, & d'Anatomie, par lesquels il préludoit en quelque sorte aux merveilles qu'il a exécutées depuis.

Sur ces entrefaites il perdit son Père; & comme il n'avoit pas encore reçu l'Ordination, il se vit libre de ne point gêner son penchant. Cependant, soit par déférence pour les volontés du défunt, soit parce qu'il se trouvoit comme à la porte du Ministère ecclésiastique, il y seroit entré selon toutes les apparences, sans une occasion remarquable, qui décida de son sort. Mr. *Reinbeck*, ce respectable Théologien, cet homme si rare, dont je ne prononcerai jamais le nom sans m'attendrir au souvenir de ses vertus & de ses bienfaits, faisant un petit voyage à la campagne, fit une partie de sa route avec Mr. *Lieberkühn;* & après quelques heures de conversation, il fut aussi surpris que ravi de trouver dans un jeune Candidat en Théologie, un Savant distingué, un Physicien profond, un Méchaniste excellent. Il ne pouvoit en croire ses oreilles, & étendant sa curiosité à tout ce qui étoit propre à la satisfaire, il se sépara de son Compagnon de voyage, pleinement convaincu qu'il possédoit les plus rares talens, & qu'il avoit les meilleures dispositions à les conduire jusqu'au degré de perfection qui fait les grands hommes. Mr. *Reinbeck* rempli de cette idée, n'en conserva pas un stérile souvenir; mais se servant dans cette occasion, comme il l'a fait en une infinité d'autres, de l'accès qu'il avoit auprès du feu Roy, & de la confiance si bien méritée dont ce Monarque l'honoroit, il lui parla si avantageusement de Mr. *Lieberkühn* que le Roy voulut le voir. Il le fit donc appeller; & le jeune homme, avec son air naturel de douceur & de modestie, répondit très pertinemment à toutes les questions que FRÉDERIC GUILLAUME, qui avoit un art tout particulier pour interroger les sujets qu'il vouloit connoître, lui proposa, & qui roulèrent en partie sur la Théologie, en partie sur la Méchanique: l'entretien finit par les assurances les plus gracieuses de la bienveillance & de la protection du Souverain.

La

La réalité les suivit de près. Mr. *Lieberkühn* ayant, par ordre du Roy, renoncé à la Théologie, afin de se livrer aux Mathématiques, entant qu'elles sont appliquées aux progrés de la Physique, il commença par les voyages nécessaires pour s'instruire en voyant quantité d'objets intéressans répandus dans les divers Cabinets de l'Europe, & par la conversation des Savans déjà consommés dans ce genre d'étude. Etant parti de Berlin en 1736, après avoir été auparavant aggrégé à la Société Royale des Sciences, dès l'année précédente, il se proposoit d'aller tout droit en Hollande, mais la fievre l'arrêta à *Halle*, & l'obligea d'y rester quelques mois. Aussi-tôt qu'il fut rétabli, il alla revoir *Jena*, ce séjour où les Muses lui avoient été propices; & ne dédaignant pas d'y fréquenter quelques Colleges, il se mit en même tems à construire ces Instrumens d'Optique, de Méchanique, & de Mathématique, dans la fabrique desquels il est devenu un des premiers Artistes de son siècle. Il passa en 1737. à *Erford*, où Mr. *de Büchner*, déjà revêtu du titre de Président de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, qu'il soutient encor aujourd'huy si dignement, l'aggrégea à cet illustre Corps: & le surnom sous lequel, suivant l'usage, il fut écrit dans ses Fastes, ne pouvoit être mieux appliqué; c'étoit celui de *Daedale*.

Poursuivant sa route par *Cassel*, *Marbourg*, *Francfort sur le Main*, & *Mayence*, & ne laissant rien échaper de ce qui pouvoit se rapporter à ses vuës, surtout en fait d'Instrumens de Méchanique, il arriva à *Amsterdam*, d'où bientôt après il se rendit à *Leyde*. L'immortel *Boerhaave* l'y attiroit, il brûloit de le voir & de l'entendre; & redevenant aussi-tôt ce qu'il aimoit tant à être, le plus attentif de tous les Disciples, on le vit recueillir avec une avidité inexprimable tous les Oracles de ce grand Maître. Mrs. *Albinus*, *van Swieten*, & *Gaubius*, occuperent aussi son attention dont ils étoient bien dignes. La Chymie & l'Anatomie furent alors ses principaux objets. Il avoit besoin de les allier toutes deux ensemble pour réussir dans ces admirables injections, qu'il commença dès-lors à exécuter, & qu'il a poussées depuis

puis à un point qu'on pourroit regarder comme leur plus haut période. Les Docteurs les plus consommés virent bientôt en lui un émule qui méritoit de prendre place à leurs côtés. Ils lui en donnerent le droit en le créant lui-même Docteur en Médecine le 20 Juillet 1739. La Dissertation qu'il soutint à cette occasion étoit intitulée, *de valvula coli & processu vermiformi:* & il se tira de la dispute avec de très grands applaudissemens. D'abord il avoit eu dessein de choisir le Plomb pour sujet de cette Dissertation; mais ses Professeurs l'obligèrent à préférer celui qu'on vient d'indiquer, parce qu'il y avoit fait des découvertes considérables.

Le nouveau Docteur quitta la Hollande pour passer en Angleterre, & arriva à *Londres*. Il ne tarda pas à s'y faire connoitre, & à former des liaisons intimes avec les Savans les plus distingués de cette Capitale, où les Sciences sont cultivées avec tant de zèle & de succès. Dans le dessein d'acquérir des connoissances rélatives à la Médecine pratique, Mr. *Lieberkühn* fréquenta d'une manière assidue les Hôpitaux, & y porta ce coup d'oeil observateur, qu'il possédoit supérieurement. Les délassemens de son Cabinet étoient toujours ses merveilleuses injections Anatomiques. La Société Royale accoûtumée à voir les plus belles préparations dans ce genre, fut surprise en remarquant à quel point celles qu'il lui présenta les surpassoit: elle reconnut que de pareils essais étoient de vrais coups de maître. Il avoit en particulier rempli de matière céreuse une très petite portion d'un Intestin grêle, avec tant d'art, ce travail étoit tellement fini, & la vuë en avoit quelque chose de si frappant, qu'il n'y eut qu'une voix sur la rareté de ce chef-d'œuvre; aussi Mr. *Lieberkühn* lui-même a toujours regardé ce morceau comme le dernier effort de son art.

Un travail en amene un autre: les Ouvrages de l'Art ont entr'eux la même liaison que ceux de la Nature, qu'ils sont destinés à imiter ou à découvrir. Pour suivre des ramifications aussi fines que l'étoient celles auxquelles Mr. *Lieberkühn* faisoit parvenir ses injections, il faloit quelque chose plus que des yeux excellens, tels que ceux dont la

la Nature l'avoit doüé, & même que les Microscopes ordinaires. Cela le fit penser à travailler dans ce genre d'Instrumens; mais ne se contentant pas de perfectionner ceux qui étoient déjà inventés, il devint lui-même Inventeur, & causa un nouvel étonnement à la Société Royale, en lui faisant voir un Microscope avec un miroir à réfléxion; ouvrage qui avoit paru jusqu'alors impossible à tous les Opticiens & Méchanistes de Londres. Ce n'étoit pas assez pourtant au gré de notre *Dédale*; dans le dessein qu'il avoit conçu de décrire toute la méchanique du corps humain, en y joignant une détermination exacte de ses parties & de ses proportions, il inventa encore le Microscope solaire, qu'il destinoit à cet usage. Tant de merveilles consécutives firent des impressions qui ont été ineffaçables; je ne parle point ici au hazard. Un respectable Ecclésiastique, Savant lui-même très distingué, Mr. *Murdock*, a assuré pendant son séjour ici, que rien n'égaloit la réputation que Mr. *Lieberkühn* avoit laissée à *Londres*, & que rien aussi n'avoit égalé le regret causé par sa perte. Mais n'anticipons pas cette catastrophe.

Faut-il dire que la Société Royale se félicita d'acquerir un Associé tel que Mr. *Lieberkühn?* Il y fut aggrégé avec les empressemens les plus flatteurs pour un homme avide de distinctions; mais ce n'étoit pas son foible, il donnoit presque dans l'extrémité opposée. Il aimoit les Sciences, comme le Sage aime la Vertu, pour elles-mêmes, & à cause des avantages que la Société en retire. *Londres* avoit pour lui des charmes, qui l'auroient engagé à n'en pas sortir si-tôt; mais le terme de ses voyages étoit limité: & il faloit encor voir *Paris*, autre Sanctuaire où les Divinités qui président aux Sciences & aux Arts ont toujours eu des Autels fameux. Il s'y rendit donc vers la fin de 1739. mais à peine y avoit-il passé six mois que notre auguste Monarque, qui venoit de prendre les rênes du Gouvernement, le rappella dans sa Patrie, où il fut de retour au mois de Juillet 1750. comblé de toute la satisfaction que peut causer un voyage tel que celui que nous venons de décrire.



Presqu'aussi-tôt après son arrivée, il se distingua par d'heureuses cures, & fit voir ce qu'on pouvoit se promettre de lui. *Boerhaave*, qui ne l'avoit pas perdu de vuë, & qui s'intéressoit tendrement pour lui, le recommanda dès-lors à Sa Majesté l'Impératrice de Russie, pour entrer à son service en qualité de premier Médecin ; poste séduisant par toutes sortes d'endroits : mais il n'a jamais voulu prêter l'oreille à aucune des propositions avantageuses, & souvent réitérées, par lesquelles on a voulu le tirer de *Berlin*. Sujet reconnoissant, Citoyen affectionné, si la Parque lui avoit filé un siècle de vie, il l'auroit consacré au service de son Prince & de sa Patrie.

Etant de l'ancienne Société Royale, il se trouva Membre de l'Académie à son renouvellement, & produisit souvent, surtout dans les premieres années depuis cette Epoque, les principales inventions qui naissoient en quelque sorte sous sa main, comme le Microscope qu'il appliquoit à observer la circulation du sang dans les Grenouilles, & un nouveau Pyromètre. Il n'auroit jamais quitté son Cabinet, si cela avoit dépendu de son choix ; mais le Public le souhaitoit ardemment comme Médecin : l'empressement des malades, aussi bien que l'obligation naturelle de compenser par des occupations utiles d'autres qui étoient fort dispendieuses, le jetterent donc dans la pratique ; & si elles ne l'y absorberent pas, au moins rendirent-elles sa vie plus laborieuse que jamais, & tellement remplie qu'il ne pouvoit presque disposer d'un seul de ses instans. Je ne m'érigerai point en juge de ses talens dans l'art de guèrir, cet art contre lequel on a tant lancé de traits, qui s'émoussent & tombent sans force aux pieds des vrais Médecins, de ceux qui joignent les lumieres à l'expérience, le savoir à la sagesse. Nous en avons d'illustres exemples sous nos yeux : cette Académie se glorifie de voir à la tête de ses Directeurs un des plus illustres nourrissons d'Esculape ; elle en compte parmi ses Membres, qui les uns, par une longue & honorable pratique, les autres par des enseignemens auxquels on accourt de toutes parts, font fleurir & respecter leur art salutaire ; & pourquoi me refuserois-je la satisfaction de placer ici l'expression

preſſion de nos ſentimens pour eux ? Chargé du triſte devoir d'orner le tombeau des Académiciens que la mort nous enleve, qu'on m'accorde au moins la douceur de louër pendant leur vie ceux dont nous jouïſſons encore, & de faire ici des vœux publics pour leur conſervation !

Pour revenir à celui que nous regrettons, ces regrets ſont fondés ſur la voix publique, rarement trompeuſe quand elle eſt univerſelle ; ou qu'il n'y a que les murmures de l'envie qui la traverſent. Si pourtant on s'obſtinoit à la recuſer, j'en appellerois au ſuffrage de ſes Collègues ; & du ſein même de la rivalité, plus forte peut-être dans cette Profeſſion que dans toutes les autres, parce que les rivaux ſe rencontrent l'un l'autre tous les jours, & à chaque pas ; du ſein, dis-je, de cette rivalité, je me flatte qu'on entendroit ſortir le témoignage le plus honorable à notre défunt. Faut-il fonder notre jugement en ſa faveur ſur des choſes qui ſoyent à la portée de tout le monde? Je dirai que Mr. *Lieberkühn* étoit un excellent Médecin, premièrement parce qu'il a guèri des maladies ſinguliéres & dangereuſes, & qu'il en a conduit d'autres ſupérieures à toutes les forces de l'art, auſſi loin qu'elles pouvoient aller ; mais auſſi, parce qu'il avoit tout ce qu'il faut, les connoiſſances étant préſuppoſées, pour bien traiter les malades. Il étoit d'une patience, d'une aſſiduité, d'une douceur, qui gagnoient d'abord le patient ; & c'eſt un grand point, car l'empire de l'imagination eſt extrème, dans les maladies même dont elle n'eſt pas le principe. Un bon Médecin gouverne l'ame autant & plus que le corps : il encourage, il ſoutient, il conſole, il ranime ſouvent par cette voye quelque étincelle prête à s'éteindre, & qu'un procédé dur ou bizarre auroit étouffée. On ne pouvoit pouſſer plus loin que le faiſoit Mr. *Lieberkühn*, non ſeulement l'air & le ton compâtiſſant, mais la réalité de la compaſſion. Quiconque avoit été ſon malade, devenoit néceſſairement ſon ami : s'il y a eu des exceptions, il faut que des cauſes bien extraordinaires y ayent influé. Il avoit le pronoſtic preſqu'infaillible : on en a vû des exemples nombreux & ſurprenans. Trop prudent, lors-

lorsque ce pronostic étoit funeste, pour effrayer ceux qu'il regardoit, il s'en ouvroit à quelque personne de confiance : & cela valoit un arrêt. Il avoit aussi des ressources extraordinaires, des expédiens uniques, dans des maladies particulières, & dans des cas pressans. Cela le faisoit quelquefois passer pour hazardeux : mais le succès le justifioit. Connoissant à fonds les forces de la Nature, & l'efficace des secours de l'Art, il décidoit, quoique d'ailleurs son ton ne fut rien moins que décisif, d'une maniere qu'on auroit voulu rendre suspecte, & que la force du préjugé, ou la malignité de la jalousie, qualifioit du nom de charlatanerie. Je ne veux pourtant rien outrer, ni prétendre qu'il n'ait jamais donné aucune prise sur lui par quelques propos qu'il auroit pû peser à une balance plus exacte : cela seroit au dessus de l'huma[nité.] Mais encore une fois les faits ne se détruisent que par des faits : [nous] en avons assez pour faire son éloge, & il n'y en a jamais eu assez [pour] faire sa satyre.

Je reviens au Philosophe-Artiste ; je n'en ai pas encore [dit assez] sur ce sujet, & j'en dirois davantage, si un de nos Confrères (*) [qui] en entrant dans sa carrière s'étoit attaché à Mr. *Lieberkühn*, [et a] mérité sa confiance par des qualités qui l'ont rendu infiniment [sensible] à sa perte, n'avoit dessein d'entretenir l'Académie dans une [discus]sion des travaux méchaniques du défunt, & d'en donner l'i[dée d'une] manière systèmatique & complette. Je ne fais donc que [quel]ques généralités, en suivant un Mémoire que ce même Aca[démicien a] bien voulu me fournir pour m'aider dans la composition [de cet Éloge.]

«Quoique les recherches de notre Savant s'étendi[ssent à toutes les] parties de la Physique, son objet principal étoit le cor[ps humain ...] il auroit voulu porter la connoissance à un point fort [au-delà de] ce qui s'est fait jusqu'à présent, & dont on n'a peu[t-être pas] eu l'idée avant lui. Infatigablement livré à cette entrep[rise, il tint] une conduite bien différente de celle des Savans ordina[ires, ce qu'on] peut regarder comme la marque infaillible d'un jugem[ent ...]

(*) Mr. le Docteur *Roloff*.

ne se hâtoit point de publier ses découvertes, il n'inondoit pas le public d'Ecrits destinés à l'instruire du moindre pas qu'il faisoit dans sa route, il ne démembroit point ses travaux, pour jouïr plus vite de la gloire qu'ils pouvoient lui procurer; mais les laissant reposer & mûrir, attendant pour lui-même une maturité que l'âge donne, ou du moins qu'il confirme, il ne laissoit rien sortir de son Cabinet, afin de produire un jour ce Cabinet tout entier & dans toute sa perfection aux yeux du Monde instruit & étonné par ce rare présent. Il n'a donc rien voulu faire imprimer; & outre sa Dissertation inaugurale, il n'existe qu'une autre Dissertation latine sur les poils des Intestins, qui parut à Leyde in 4to en 1739. & la Description d'un de ses Microscopes dans le premier Volume des Mémoires de notre Académie.

Une de ses dernieres occupations a été de faire peindre avec les couleurs naturelles, & ensuite graver, les préparations anatomiques qu'il avoit faites avec un soin infini des poûmons tant de l'homme que des divers animaux: il avoit aussi de nouvelles observations, & de nouvelles planches, destinées à enrichir sa Dissertation sur les poils des intestins. C'étoient là des parties de son plan, des fragmens d'un Ouvrage dans lequel il vouloit faire entrer toutes les parties du corps humain représentées au naturel, & avec leurs couleurs propres. Il en seroit résulté une Physiologie aussi neuve que complette, qui auroit fourni, & mis sous les yeux, la fabrique intérieure des viscères du corps humain, & la structure si délicate des parties qui ne s'offrent point à la simple vuë. Il est incroyable à quel point Mr. *Lieberkühn* excelloit dans tous les arts requis pour la réussite de cette entreprise, & à quel degré de perfection il avoit porté tous les moyens de surpasser ceux qui l'avoient précédé dans de semblables travaux. Il ne se servoit pas seulement pour ses injections de la matiere cereuse qu'on y employe ordinairement; il savoit remplir d'argent pur les vaisseaux les plus subtils; il détachoit avec une singuliere adresse toute la chair des viscères injectés, & il n'en conservoit que la partie vasculeuse avec les ramifications les plus imperceptibles.

 S'il

S'il y eut jamais un esprit inventif, c'est le sien. Il possedoit non seulement toute la théorie des Instrumens de Mathématique, de Méchanique, & d'Optique, mais il s'entendoit mieux à la pratique que les plus habiles Ouvriers, il les guidoit ordinairement, & leur fournissoit de nouvelles ouvertures, toujours heureuses. Il mettoit même la main à l'œuvre, & faisoit seul des Machines fort composées, Microscopes de diverses sortes, pompes pneumatiques, fusils à vent, pyrometres, &c. qui acquéroient toujours quelque nouveau degré d'utilité ou de commodité, à mesure qu'il s'amusoit à les faire. Il fabriquoit entr'autres choses dans un bassin des lentilles de microscope d'une si prodigieuse petitesse, qu'il faloit un microscope pour les voir. *Dans tout* cela il ne devoit rien qu'à lui-même, n'ayant jamais travaillé sous aucun maître, & sachant imiter tout ce qu'il voyoit dès qu'il y avoit jetté un coup d'oeil. Quantité d'habiles Ouvriers au contraire faisoient gloire de suivre ses directions : il en avoit formé à *Berlin*, où il n'y avoit rien de difficile dans l'Optique & dans la Méchanique, dont sous ses auspices on ne vint à bout. Aussi n'y a-t-il aucun de ces Artistes qui ne reconnoisse hautement ce qu'il lui doit, & pour qui sa mort n'ait été un coup terrassant.

On comprend bien que Mr. *Lieberkühn* doit avoir ainsi formé & laissé une des plus belles collections d'Instrumens qui ayent jamais existé. Elle mérite toute l'attention des Curieux capables d'en juger; & pourroit tenir place parmi les richesses savantes des plus grands Princes, ou des plus célébres Académies. Son dernier travail a été de faire des Telescopes. Ils ne le cedent point à ceux de Short; & si Mr. *Lieberkühn* avoit vécu, il vouloit en pousser les dimensions à six pieds, & au delà. Mais le tourbillon de la pratique ne lui permettoit pas de faire tout ce qu'il auroit voulu à cet égard : c'étoit moins des heures perduës que des momens dérobés, qu'il pouvoit consacrer à ses occupations favorites.

Mr. *Lieberkühn* s'unit en 1746 par les liens du mariage avec Mlle *Dorothée Hevelingen*, digne de son choix ; & ils ont passé dix ans

ans ensemble dans la plus douce harmonie. Elle lui a survêcu, conservant pour gages de cette union si précieuse à son triste souvenir un fils & une fille en bas âge.

On se plaint de la briévété de la vie humaine, lors même que des hommes inutiles à la Société lui sont enlevés après avoir atteint les bornes ordinaires de cette vie. Nos plaintes, s'il étoit permis d'en faire, seroient beaucoup mieux fondées, en voyant si tôt finir une vie précieuse par tant d'endroits au genre humain. Combien trente années au moins de plus que Mr. *Lieberkühn* pouvoit atteindre sans arriver à la derniere vieillesse, n'auroient elles pas été fécondes? Et à quelle abondante moisson ne préparoient pas les riches prémices que nous venons d'étaler ? L'Arbitre des destinées en a disposé autrement : adorons ici, comme partout ailleurs, la sagesse de ses dispensations. Mr. *Lieberkühn* paroissoit constitué de maniere à vivre plus longtems : son corps étoit même un des plus robustes qui sortent des mains de la Nature ; il y avoit dans tous ses organes un degré de vigueur peu commun. Le grand travail n'avoit pas laissé de produire sur lui son effet ordinaire ; il commençoit à sentir quelque décadence, mais il n'y avoit en cela rien que d'ordinaire à tous les hommes qui ont passé les années de la plus grande force, & surtout à ceux qui s'appliquent avec trop de contention. Malgré ces apparences favorables, il y avoit un vice caché dans la constitution intérieure de Mr. *Lieberkühn;* & ce vice a été le germe fatal de sa mort. Le poûmon, ce viscère qu'il avoit si soigneusement étudié, en se devoilant tout entier à ses recherches, se déroboit aux secours qu'il auroit pû y apporter : dès l'âge de 15 ans, le sien avoit été attaqué, & depuis ce tems là, il s'étoit gâté de plus en plus, s'étant surtout fortement attaché au côté gauche, par une suite, à ce qu'il disoit, de la coûtume qu'il avoit euë dans ses premieres études, de tenir ce côté continuellement colé contre un pupitre. Il le sentoit fort bien, & en éprouvoit souvent des incommodités fâcheuses. Cependant il savoit se procurer tous les soulagemens dont un pareil état pouvoit être susceptible. Cela auroit suffi pour le mener

 encore

encore assez loin, sans une attaque imprévue de pleurésie. Dans un des jours les plus vifs de l'hyver dernier, après avoir passé quelque tems dans le poële fort chaud d'un malade, il s'exposa à l'air froid de la rue, & ayant été aussi-tôt frappé, il sentit presqu'en même tems qu'il l'étoit à mort. A' peine quelques heures étoient-elles écoulées, qu'accoûtumé, comme nous l'avons vû, à prévoir l'issue des maux, il prédit que le sien étoit incurable. Cependant touché du zèle affectueux des plus célébres d'entre ses Collegues, il se confia entièrement à leurs soins, & suivit leurs ordonnances, persistant à ne s'en promettre aucun succès. L'évènement ne tarda pas à justifier ce triste augure; il succomba au bout de dix jours à la force du mal, & mourut comme il avoit vêcu, avec tous les sentimens d'un excellent Citoyen & d'un vray Chrêtien, le 7 Decembre, à huit heures du matin, dans sa 46. année. Il étoit d'une taille au dessus de la médiocre, mais il voûtoit un peu. Il avoit le front large & avancé, sous lequel étoient placés des yeux qu'on pouvoit appeller d'aigle. Il avoit fait des expériences singulières sur leur force, & avoit infiniment surpris des personnes qui en doutoient, en apperçevant des objets à des distances, ou soit leur petitesse, soit leur éloignement, les rendent imperceptibles. Il assuroit que les Satellites de Jupiter avoient été visibles pour lui à la simple vuë, tant qu'il l'avoit conservée dans toute sa force. Le reste de ses traits étoit régulier: & il en résultoit une physionomie agréable, quoiqu'il eut l'air un peu rêveur, & que l'impression d'une douce mélancolie regnât pour l'ordinaire sur son visage. Mais, dès qu'il parloit, & surtout dès qu'il prenoit ce tendre intérêt qu'il paroissoit toujours prendre aux personnes avec qui il avoit des liaisons d'amitié, ou aux malades qui recouroient à lui, sa physionomie devenoit entièrement ouverte, & on sentoit naître de l'inclination pour lui. Elle étoit puissamment fortifiée par l'estime duë à sa conduite qui a toujours été irréprochable. Il n'y a pas eu moins de vertus que de lumières ensévelies dans son Tombeau.





ELOGE

féré-je plus longtems de parler de Mr. *de Keith* ? C'est que mon cœur s'attendrit au souvenir de sa perte, & ne sent r'ouvrir qu'avec peine une playe qui sera difficilement fermée.

Pierre Christophle Charles de Keith nâquit le 24 Mai de l'année 1711. à *Poberau* en Poméranie. Sa famille étoit originaire d'Ecosse. *George de Keith*, son Trisayeul, avoit été Colonel au service de cette Couronne, & Epoux d'une Dame de la Maison de *Stuart*. Il eut pour fils *Guillaume de Keith*, qui sortit d'Ecosse en 1606. à l'age de 19. ans, & entra comme Capitaine de Cavalerie au service de Suede, où un de ses parens, *André de Keith*, Baron d'*Ingtewaldt*, après avoir rempli les premieres charges de l'Etat, étoit parvenu au rang éminent de Senateur. *George de Keith*, fils de *Guillaume*, fut Lieutenant dans les Gardes Suedoises. Il eut pour fils *Jean Christophle*, qui s'établit en Poméranie, & épousa *Elisabeth Vigilante de Wodteke*, de la maison de *Sidau* : union dont notre illustre défunt fut le précieux fruit.

Le jeune *de Keith* reçut pendant son enfance dans la maison paternelle toute l'éducation que la situation de ses parens permettoit de lui donner. Son Père le présenta au Roi FRÉDERIC GUILLAUME, dès qu'il fut en âge de servir ; & ce Monarque l'attacha à sa personne en qualité de Page. Il le tira de cette fonction au mois de Janvier de l'année 1730. pour le placer comme Lieutenant & Ajudant dans le Regiment de *Dossau*, en garnison à *Wesel*.

Un événement imprévû ne le laissa que quelques mois dans ce poste. C'est l'orage dont nous avons parlé dans l'Eloge de Mr. *Duhan*, orage qui par sa véhémence dispersa tous les fidèles serviteurs d'un Maître, pour qui il étoit si doux de souffrir, & il a été si glorieux d'avoir souffert. Mr. *de Keith*, réduit à la nécessité de s'expatrier, n'eut pas un instant à perdre pour se dérober au sort rigoureux dont il étoit menacé. Il partit de *Wesel* le 6 d'Avril 1730. & se retira en Hollande. Mais il s'apperçut bientôt que ce n'étoit pas un asyle suffisant pour le mettre en sureté ; de justes craintes l'obligerent de recourir

rir à des Pêcheurs de *Scheveling*, & de les solliciter à courir les risques de lui faire traverser la Mer dans une de leurs barques. Cette entreprise eut un heureux succès; & Mr. *de Keith* étant arrivé le troisième jour aux côtes d'Angleterre, débarqua dans un endroit où selon les apparences personne n'avoit jamais abordé. Il se rendit aussitôt à *Londres*. La Reine ayant appris son arrivée, le fit appeller, l'entretint avec une extrème bonté, lui donna les marques les plus sensibles de cette grandeur d'ame, & de cette générosité, qui faisoient l'essence de son caractère, & l'assura de sa protection, à laquelle elle joignit une pension de 200 Livres Sterling, dont Mr. *de Keith* a joui jusqu'à son entrée au service de Portugal.

Londres même ne dissipa pas les allarmes de notre fugitif. Pour se tirer des inquiétudes continuelles où sa situation le jettoit, il crut devoir chercher un séjour moins fréquenté des étrangers. Il choisit l'Irlande, & se rendit à *Dublin*. Les raisons qui l'y avoient conduit, le tinrent pendant quelques mois dans une profonde retraite. Ce tems, bien loin d'être perdu, fut très utilement employé. Mr. *de Keith* le consacra uniquement à l'étude de la langue Angloise avec une application qui fut récompensée par le plus heureux succès; car il a toujours possédé depuis & parlé cette langue avec une facilité qui ne permettoit pas de le distinguer de ceux à qui elle est naturelle. Un bon esprit qui est une fois dans la route des connoissances, ne s'arrête plus, tant que les conjonctures favorisent son ardeur. Porté d'inclination vers l'étude & les Sciences, Mr. *de Keith* se mit à fréquenter avec beaucoup d'assiduité les différens Collèges de l'Université de la Trinité, & surtout ceux de Philosophie Expérimentale, auxquels il prenoit beaucoup de plaisir; aussi ses progrès y furent-ils considérables. La lecture qu'il fit en même tems des excellentes traductions qu'on a en Anglois des Auteurs anciens, en particulier de ceux qu'on nomme Classiques, lui fit regretter bien vivement de n'avoir pas été assez initié dans la langue Latine pendant les premières années de son éducation, pour pouvoir puiser dans les sources & lire les Originaux. Trois années se passerent dans ces occupations instructives, sans que

Mr.

Mr. *de Keith* sortit guères de sa chambre que pour se rendre dans quel-qu'un des Collèges auxquels il assistoit. Son esprit y gagna beaucoup, mais malheureusement ce fut aux dépens de son corps. Ce genre de vie appliqué & sédentaire qui succeda tout d'un coup à l'activité des états précédens, ruina sa santé sans retour. Il fit une de ces grandes maladies, dont l'effet est d'affoiblir le tempérament. La Reine d'Angleterre, toujours remplie des mêmes bontés & des mêmes attentions, ayant été instruite de l'état de Mr. *de Keith*, le fit revenir à Londres. D'habiles Médecins qu'il consulta, lui prescrivirent l'usage des bains de *Bath* & de *Bristol*, qui achevèrent en effet de le rétablir aussi bien qu'il pouvoit l'être.

De retour à Londres, il voulut goûter les douceurs de la soci[été] dont il avoit été si longtems séquestré, & se mit à fréquenter les m[eil]leures compagnies, donnant toujours la préférence à celle des [gens] de Lettres. Les liaisons qu'il contracta avec plusieurs Membre[s du] Parlement, & les voyages qu'il fit dans les Provinces, le mirent [à] por-tée de prendre une connoissance exacte du Païs & du Gouverne[ment.]

L'Angleterre équipoit alors une flotte de 37 vaisseaux de guer-re sous les ordres de l'Amiral *Norris*, pour l'employer au secours du Portugal, qui étoit menacé d'une guerre avec l'Espagne. Mr. de Keith prit la résolution de servir dans la Marine; & pour s'en rendre capable, il demanda & obtint la permission d'être volontaire sur la Flotte. Il s'embarqua sur le Vaisseau Amiral, nommé *la Britannia*, de cent pieces de canon, & de neuf cens hommes d'équipage. L'Amiral *Norris* eut pour lui des bontés de père, le traitant comme un Officier, l'ayant toujours à ses côtés, & prenant la peine de l'instruire lui-même de toutes les manœuvres dans lesquelles il ne cessoit d'exercer sa Flotte, pendant le cours du voyage, de sorte que Mr. *de Keith* se mit entièrement au fait du service de mer. Mais il eut le déplaisir de se convaincre en même tems que son tempérament s'y refusoit: & en effet ce service demande des gens qui y soyent accoûtumés dès leur premiere jeunesse.

La

La Flotte arrivée à la Rade de *Lisbonne* y jetta l'ancre pour attendre les événemens. L'*Espagne* ne voulut pas s'exposer à leur incertitude, & s'étant adoucie, fit succeder la voye des négociations à celle des armes. Mr. *de Keith* profita de ce tems pour voir *Lisbonne*; & au bout de quelques mois de séjour, il en trouva le climat si agréable qu'il s'adressa à son auguste Protectrice, la Reine d'Angleterre, pour la supplier d'engager le Roi de *Portugal* à lui accorder une place dans son Armée. Il y avoit un obstacle assez considérable à cette demande, c'étoit celui de la Religion; mais l'état des affaires ne permettoit pas à Sa Majesté Portugaise de manquer d'égards pour la recommandation de la Reine d'Angleterre. Ainsi Mr. *de Keith* fut aussi-tôt placé en 1736. comme Capitaine de Cavalerie, & l'année suivante il passa au grade de Major dans le Régiment du Marquis *de Marialval*. Les devoirs du service lui laissant encore un loisir assez considérable, il en employa une partie à apprendre les langues Portugaise, Espagnole, & Italienne, qui ne lui coûtèrent pas beaucoup de peine, tant à cause de la disposition naturelle qu'il avoit à cette étude, que par l'affinité que ces langues ont entr'elles, & avec le Latin dont Mr. *de Keith* avoit conservé une teinture qui ne laissa pas de lui être d'un grand secours.

Au commencement de 1740. il fut nommé pour accompagner comme Aide de Camp, & Colonel de l'Armée, le Comte d'*Eryceira*, Vice-Roi des Indes, qui conduisoit un secours de 2000 hommes à *Goa*, alors assiégé par les Indiens. Sur ces entrefaites le Roi de Prusse de glorieuse mémoire vint à mourir. Faisons ici parler Mr. *de Keith* lui-même: son Mémoire a le double avantage de tracer le plan d'une vie très dignement employée, & de dévoiler les sentimens d'une très belle ame. Voici donc ses propres termes. „ Sa Majesté présentement ré-
„ gnante eut la bonté de se souvenir de moi, & de me rappeller; je
„ me hâtai d'aller trouver un Maître, auquel j'appartenois par ma nais-
„ sance, & que mon cœur s'étoit choisi, dès qu'il avoit été capable
„ de sentiment.

Après avoir obtenu son congé du Roi de Portugal, Mr. *de Keith* s'embarqua sur un Pacquebot Anglois pour *Falmouth*; il passa par Lon-

dres, où il vit la Cour & quelques amis, & se rendit à Paris par la voye de *Douvres* & de *Calais*. Mais les ordres du Roi, & encore plus son propre empressement, ne lui permirent pas de faire un long séjour dans cette brillante Capitale: après en avoir parcouru rapidement les beautés, aussi bien que celles de *Versailles* & de quelques autres des principales Maisons Royales, il prit la route de *Berlin*, où il arriva au commencement d'Octobre. La joye dont le pénétra la vuë de son Roi fut portée à son comble par la manière gracieuse dont il en fut reçu. Quelque tems après Sa Majesté le declara Lieutenant Colonel de l'Armée, & Ecuyer: & depuis ce tems-là Elle l'a honoré de plusieurs témoignages de bienveillance.

Une des premiere liaisons que Mr. *de Keith* fit à Berlin, fut celle de Mr. *de Maupertuis*; & elle les conduisit bientôt à une intimité également honorable pour l'un & pour l'autre. Mr. *de Keith* trouvoit en notre digne Président le plus riche trésor de ces connoissances dont il avoit toujours été si avide, joint à tous les agrémens du commerce & de l'amitié. Mr. *de Maupertuis* trouvoit en Mr. *de Keith* une de ces Ames privilégiées, qui ne peuvent que plaire davantage, à mesure qu'elles sont mieux connuës, & avec lesquelles seules on peut cimenter une union indissoluble. C'est à ces dispositions réciproques que nous sommes principalement redevables de l'avantage d'avoir possedé Mr. *de Keith*, d'abord en qualité d'Honoraire, dès l'année 1744. & ensuite comme Curateur après la mort de Mr. *de Borcke*, auquel il succéda en 1747. Je n'ay pas besoin de retracer ici son attachement pour notre Compagnie, le plaisir qu'il paroissoit goûter dans nos Assemblées, & celui que sa présence y causoit. Ces idées sont trop récentes; & je me persuade que, quand elles le seroient moins, nous les aurions conservées.

Je trouve encore dans le Manuscript de Mr. *de Keith* un passage que je ne saurois me résoudre à omettre: il me touche d'autant plus vivement, que les preuves de sa vérité m'ont affecté au delà de toute expression, pendant un espace de tems bien court, il est vray, mais dont

dont le souvenir me sera toujours infiniment précieux ; c'est celui du mois d'Août dernier, pendant lequel, (je ne sai si je dois dire par une faveur, ou par une rigueur du sort,) j'ai eu l'avantage de voir & de connoitre Mr. *de Keith* plus particulièrement que je ne l'avois encore fait, dans cette agréable retraite où il passoit les Etés. L'idée qu'il va nous donner lui-même de sa vie domestique, de ses rélations de Père & d'Epoux, ne pouvoit être plus vraye, ni mieux exprimée. „L'année 1742, dit-il je me suis marié avec *Orique Louise*, Baronne *de Knyphausen*, fille ainée du feu Ministre d'Etat de ce nom. La Providence semble vouloir achever de me dédommager par cette heureuse union des malheurs de ma jeunesse. Notre mariage est béni par deux fils qui, par les espérances qu'ils nous donnent, contribuent à nous rendre la vie douce. Nous vivons dans un état médiocre, sans envier la fortune de personne.„ Paroles admirables, qui me paroissent fort au dessus des Inscriptions les plus fastueuses dont on auroit pu charger son Monument, & de tous les Eloges que je me ferois un plaisir d'accumuler ici, si je n'en sentois l'inutilité.

Mr. *de Keith* vivoit en effet dans une union admirable avec une Dame digne de tout son attachement par le rare assemblage des plus excellentes qualités de l'esprit & du cœur. Il élevoit avec un soin tout particulier deux tendres rejettons, très propres à lui faire concevoir les plus heureuses espérances, & qui dédommageront sans doute un jour l'Etat, les Lettres, & la Société, de la perte qu'ils viennent de faire. Il aimoit les douceurs de la retraite & de la campagne ; & comme il avoit beaucoup de goût pour toutes les occupations qui se rapportent à ce genre de vie, le Roi lui avoit fait une double grace en lui confiant avec l'Intendance du Chateau de *Charlottenbourg* celle de ce beau Parc, qui fait un des principaux ornemens de *Berlin*, & qui depuis quelques années a reçu des embellessements si considérables, d'abord sous la direction de Mr. *de Knobelsdorff*, & ensuite sous celle de Mr. *de Keith*, dont les vuës ingénieuses répandoient chaque jour de nouveaux charmes dans cet agréable lieu.

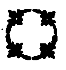
 Lors-



Lorsque Son Altesse Royale Madame la Princesse AMÉLIE est devenuë, il n'y a pas longtems, Abbesse de *Quedlimbourg*, le Roi a nommé Mr. *de Keith* pour l'accompagner à son inauguration; & il s'est acquitté de cette commission honorable avec la décence qui caractérisoit toutes ses actions.

Dans la force de l'âge, & au milieu des commodités qui semblent affermir la trame de nos jours, Mr. *de Keith* se plaignoit à la vérité de quelques indispositions, mais qui n'étoient pas d'un ordre à faire craindre une fin prochaine. Une grande pesanteur de tête étoit le symptôme le plus fréquent & le plus fâcheux dont il fut incommodé. Il avoit cependant passé l'Eté comme à l'ordinaire à *Charlottenbourg*, & n'étoit rentré à *Berlin* qu'à la fin des beaux jours de l'Automne. Vers le milieu de Novembre il eut une attaque subite de paralysie qui affecta un bras, & ensuite d'autres parties du corps, causant quelqu'embarras dans la langue, & un assoupissement léthargique. On comprit aisément tout le danger d'un semblable état; les secours de l'art furent administrés, mais ils ne produisirent pas des effets assez sensibles, pour en attendre de décisifs. Mr. *de Keith* se servit de toute la liberté d'esprit que cette situation put lui laisser, pour vaquer aux devoirs de la Religion, & aux soins qu'exigeoit son extrème tendresse pour sa famille. Sa fin, qui fut à tous égards telle que doit être celle d'une vie vertueuse, arriva le 27 Decembre dernier, dans le cours de sa 46 année.

Mr. *de Keith* étoit d'une stature au dessus de la médiocre; ses yeux avoient quelque chose de particulier, qui ne déplaisoit pas pour peu qu'on y fut accoûtumé; son air étoit sérieux, & reservé; mais il s'ouvroit avec ses amis, & disoit très agréablement des choses spirituelles & sensées. Il regnoit un air de franchise & de cordialité dans ses manières, fort préférable à tout le brillant imposteur d'une vaine politesse. La vérité étoit l'ame de ses discours, & la droiture celle de ses actions.



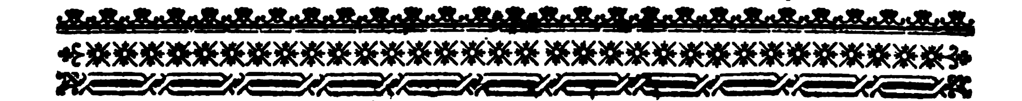


TABLE.

CLASSE de Philosophie Expérimentale.



CLASSE
de Mathématique.

CLASSE
de Philosophie Spéculative.



CLASSE
de Belles-Lettres.



